

СТАТЬЯ

УДК 330.43:004.942
DOI 10.17513/fr.43817

СИМУЛЯЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Величко А.С., Подгорный А.С.

*Дальневосточный федеральный университет, Владивосток,
e-mail: velichko.as@dvfu.ru, podgornyy_as@dvfu.ru*

В статье представлена комплексная методология прогнозирования макроэкономических показателей для долгосрочного планирования в сфере проектного финансирования. Цель исследования – разработка системы стохастических симуляций, способной генерировать реалистичные сценарии экономического развития с учетом взаимосвязей между различными экономическими параметрами. Методология включает два ключевых компонента: алгоритм отбора значимых предикторов на основе разреженных графов и минимального дерева Штейнера, а также систему стохастических симуляций, интегрирующую модель CIR++ с методом Монте-Карло. Авторами разработан эффективный алгоритм построения регрессионных моделей, учитывающий структурные взаимосвязи между экономическими показателями. Материалом для исследования послужили исторические данные по широкому спектру макроэкономических показателей России: ВВП, инфляция, процентные ставки, индексы цен на недвижимость и просроченная задолженность. Результаты применения методологии демонстрируют высокую точность прогнозирования на исторических данных и интуитивно понятное поведение в долгосрочной перспективе. Система способна генерировать вероятностные сценарии с горизонтом до 30 лет, что позволяет оценивать различные аспекты рисков, включая экстремальные сценарии. Модульная архитектура системы обеспечивает гибкость и адаптивность к различным экономическим условиям. Результаты исследования имеют практическую значимость для риск-менеджмента в финансовых институтах и стратегического планирования при проектном финансировании.

Ключевые слова: разреженность графа, отбор признаков, регрессия, Задача Штейнера о минимальном дереве, метод Монте-Карло, модель Кокса–Ингерсолла–Росса, проектное финансирование

SIMULATION MODELING OF MACROECONOMIC INDICATORS

Velichko A.S., Podgornyi A.S.

*Far Eastern Federal University, Vladivostok,
e-mail: velichko.as@dvfu.ru, podgornyy_as@dvfu.ru*

The article presents a comprehensive methodology for forecasting macroeconomic indicators for long-term planning in project finance. The purpose of the research is to develop a system of stochastic simulations capable of generating realistic scenarios of economic development, taking into account the relationships between various economic parameters. The methodology includes two key components: an algorithm for selecting significant predictors based on sparse graphs and the minimum Steiner tree, and a system of stochastic simulations integrating the CIR++ with the Monte Carlo method. The authors have developed an efficient algorithm for building regression models that takes into account structural relationships between economic indicators. The research material consisted of historical data on a wide range of Russia's macroeconomic indicators: GDP, inflation, interest rates, real estate price indices, and loan delinquency rates. The results of applying the methodology demonstrate high accuracy of forecasting on historical data and intuitively understandable behavior in the long term. The system is capable of generating probabilistic scenarios with a horizon of up to 30 years, which allows assessing various aspects of risks, including extreme scenarios. The modular architecture of the system provides flexibility and adaptability to various economic conditions. The results of the research have practical significance for risk management in financial institutions and strategic planning in project finance.

Keywords: graph sparsity, feature selection, Prize-collecting Steiner Forest, regression, Monte Carlo method, Cox–Ingersoll–Ross Model, project finance

Введение

Проектное финансирование требует принятия решений на основе долгосрочных прогнозов макроэкономических факторов. Существующие модели часто не учитывают сложные взаимосвязи между различными экономическими показателями, что приводит к значительным погрешностям при долгосрочном прогнозировании [1]. Исследование авторов стремится преодолеть эти ограничения путем разработки комплексного

подхода, сочетающего методы машинного обучения с экономическими моделями. Классические регрессии и модели ARIMA показали свою ограниченность при применении к долгосрочным периодам, так как они не учитывают возможные неожиданные изменения в экономике и не позволяют адекватно смоделировать неопределенность и волатильность макроэкономических факторов [2, 3].

Основной целью исследования является разработка гибкой и масштабируемой

системы прогнозирования макроэкономических показателей, способной учитывать структурные взаимосвязи между переменными и генерировать вероятностные сценарии для долгосрочного анализа рисков.

Для достижения данной цели были поставлены следующие задачи:

(1) разработать методологию отбора значимых предикторов на основе разреженных графов и алгоритма Штейнера;

(2) интегрировать регрессионные модели в систему стохастических симуляций с использованием модели CIR++ (Кокса–Ингерсолла–Росса) и метода Монте-Карло;

(3) оценить эффективность предложенного подхода на данных российской экономики, включая моделирование ВВП, инфляции и процентных ставок.

Материалы и методы исследования

Данное исследование представляет комплексный подход к построению системы прогнозирования, включающий методику отбора макроэкономических предикторов через анализ разреженных графов с их дальнейшим использованием в системе стохастических симуляций для генерации вероятностных сценариев развития экономики на основе модели CIR++ [4, 5, 6] и метода Монте-Карло для генерации сценариев таких макроэкономических показателей, как процентные ставки, индексы цен на жилье, ипотечные ставки и другие переменные, учитывая их корреляционные зависимости. Методология сочетает калибровку модели на рыночных данных, стохастическое моделирование с ежемесячной дискретизацией [7, 8], а также регрессионные связи между переменными, коэффициенты которых оптимально подобраны с использованием алгоритма Штейнера о минимальном дереве на разреженных графах.

В данном разделе представлена методологическая база исследования, включающая математическое обоснование и алгоритмы, используемые для отбора предикторов и построения стохастических симуляций. Используя реализацию алгоритма минимального дерева Штейнера (далее также PCST) [9] в отборе признаков [10], удается найти подграф, который максимизирует суммарный выигрыш выбранных вершин и минимизирует суммарную стоимость ребер.

1. Алгоритм находит подграф, минимизирующий функцию стоимости [11]:

$$C(T) = \sum_{v_i \in V_T} p_i + \sum_{e_{ij} \in E_T} w_{ij},$$

где V_T – множество выбранных вершин, E_T – множество выбранных ребер.

Преимущество метода для отбора признаков заключается в балансе между индивидуальной значимостью признаков и их связностью, в учете структурных связей, контроле разреженности и полной интерпретируемости.

В качестве практической реализации предложенного метода использовались регрессии для прогнозирования макроэкономических показателей.

Псевдокод всего алгоритма выглядит следующим образом.

• Этап 1: отбор потенциально значимых переменных

1.1. Выбрать потенциально значимые признаки на основе экономического смысла и экспертных оценок:

1.2. Составить список признаков $X_{possible}$, которые могут влиять на целевую переменную y .

• Этап 2

2.1. Построение графа признаков G :

а. Вычислить коэффициенты корреляции Пирсона между всеми парами признаков в $X_{possible}$

б. Для каждой пары признаков (i, j) :

– рассчитать вес ребра $w_{ij} = 1 - |r_{ij}|$, где r_{ij} – коэффициент корреляции между признаками i и j .

– если $|r_{ij}| \geq$ пороговое значение, добавить ребро между вершинами i и j с весом w_{ij} .

с. Создать список ребер $edges = [(i, j, w_{ij})]$ для всех пар (i, j) .

д. Выигрыш каждой вершины (признака) $p_i = |r_{iy}|$, где r_{iy} – корреляция признака i с целевой переменной y .

2.2. Настройка параметров алгоритма минимального дерева Штейнера (PCST)

Задать параметры алгоритма PCST:

– $edges_array$ = массив ребер $edges$;

– $prizes$ = массив выигрышей вершин p_i ;

– $root = -1$ (если корень не определен);

– $num_clusters$ = желаемое количество кластеров;

– $pruning$ = метод обрезки ('strong' или другой);

– $sparsity_low$ и $sparsity_high$ = границы разреженности (минимальное и максимальное количество признаков).

2.3. Применение алгоритма PCST для отбора признаков к графу G :

а. Найти подграф T , минимизирующий функцию стоимости:

$$C(T) = \sum (p_i, \text{ для вершин не в } T) + \sum (w_{ij}, \text{ для ребер в } T).$$

б. Получить отобранные признаки V_T = вершины из подграфа T .

с. Сформировать новый набор признаков $X_{selected}$, содержащий только отобранные признаки V_T .

• Этап 3: Обучение модели линейной регрессии по новому методу

3.1. Инициализация:

a. Установить начальные веса коэффициентов W = нулевой вектор размерности числа признаков в $X_selected$

b. Задать параметры обучения:

– количество итераций $num_iterations$;
– массив шагов градиентного спуска $steps$ (например, $[[0.1, 0.01, 0.001], \dots]$, повторить $num_iterations$ раз).

3.2. Итеративное обучение модели:

Для каждой итерации k от 1 до $num_iterations$:

a. Вычислить градиент функции потерь MSE:

$$grad = -2 * X_selected^T * (y - X_selected * W) / n$$

b. Обновить веса модели для каждого значения шага в $steps_k$:

Для каждого $step_size$ в $steps_k$:

i. Обновить веса временно:

$$W_temp = W - step_size * grad$$

ii. Проекция на графовую структуру:

– Возвести элементы W_temp в квадрат:

$$W_squared = W_temp^2$$

– Применить функцию проекции на разреженность с помощью PCST:

$$W_proj_squared, _, _ = graph_proj_sparsity(W_squared, sparsity_low, sparsity_high, graph_opts, \dots)$$

– Восстановить знак коэффициентов:

$$W_proj = sign(W_temp) * sqrt(W_proj_squared)$$

iii. Вычислить функцию потерь:

$$loss = MSE(y, X_selected * W_proj)$$

iv. Если $loss < best_loss$:

– Обновить $best_loss = loss$

– Обновить $best_W = W_proj$

c. Обновить веса модели:

$$W = best_W$$

d. При необходимости контролировать сходимость и изменять параметры обучения.

3.3. Проведение статистических тестов на обученной модели:

1. проверить значимость коэффициентов (t-тест);

2. проверить нормальность распределения остатков (тест Шапиро–Уилка или Колмогорова–Смирнова);

3. проверить гомоскедастичность остатков (тест Бройша–Пагана);

4. проверить отсутствие автокорреляции остатков (тест Дарбина–Уотсона).

• Этап 4: визуализация и анализ результатов модели:

a. построить графики реальных и предсказанных значений целевой переменной;

b. проанализировать отобранные признаки и их веса для интерпретации модели.

Результаты исследования и их обсуждение

Разработанная методология была применена к реальным макроэкономическим данным. Ниже представлена часть результатов. Процесс моделирования макропараметров осложняется сменой этапов развития экономики РФ, а также ограниченной доступностью и неоднородным качеством исторических данных. Для повышения точности и устойчивости моделей отбора признаков был применен алгоритм минимального дерева Штейнера, который позволил интегрировать как индивидуальную значимость признаков, так и их взаимосвязи.

В рамках исследования были разработаны различные модели макроэкономических показателей: инфляции индекса потребительских цен, спреда между ключевой ставкой и ставками денежного рынка, индексов цен на недвижимость и других показателей.

Особое внимание уделено модели годового роста ВВП (GDP YoY), которая имеет следующий вид:

$$gdp = 0.03 - 0.61 \times gdp_{L12} - 0.15 \times cpi_{Ma6} - 0.74 \times key_rate_spread_rate_{Ma3},$$

где gdp – годовой рост ВВП, gdp_{L12} – годовой рост ВВП с лагом в 12 месяцев, cpi_{Ma6} – скользящее среднее годовой инфляции за 6 месяцев, а $key_rate_spread_rate_{Ma3}$ – скользящее среднее спреда между ключевой ставкой и краткосрочной рыночной ставкой за 3 месяца. Пример визуализации регрессии для ВВП указан на рисунке 1.

На основе построенных регрессионных моделей была разработана комплексная система стохастических симуляций, архитек-

тура которой состоит из четырех взаимосвязанных модулей:

1. Модель CIR++ для прогнозирования ставки кривой бескупонной доходности (КБД) [12].

Стохастическое моделирование процентных ставок с использованием уравнения:

$$dr_t = a(\theta - r_t)dt + \sigma \sqrt{r_t}dW_t + d\phi(t),$$

где $\phi(t)$ – детерминированная функция для согласования с рыночной кривой.

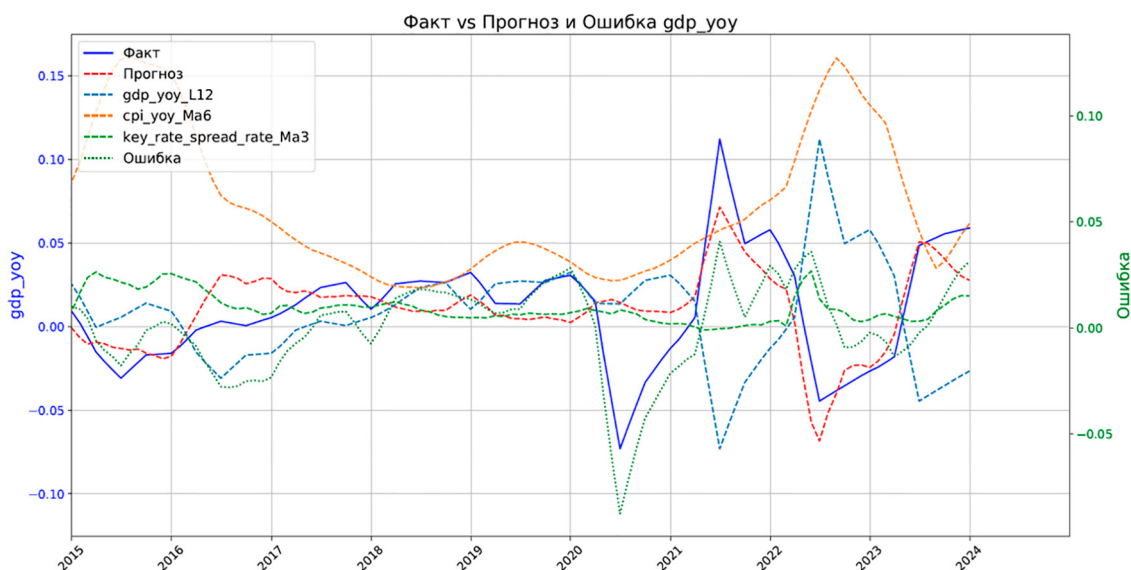


Рис. 1. Пример реализации регрессии для ВВП
Источник: составлено авторами статьи

– дискретизация через модифицированную схему Эйлера:

$$r_{t+\Delta t} = r_t + a(\theta - r_t)\Delta t + \sigma\sqrt{r_t}\sqrt{\Delta t}Z_t + \phi(t + \Delta t) - \phi(t)$$

– гарантия неотрицательности ставок через ограничение на $\sigma\sqrt{r_t}$.

2. Генерация коррелированных шоков [13]:

построение корреляционной матрицы $Corr$ на основе исторических данных;

преобразование независимых нормальных величин Z_t в коррелированные через $X = L \cdot Z$, где L – нижняя треугольная матрица Холецкого.

3. Регрессионные модели для макропеременных:

для каждой переменной строится отдельная регрессионная модель, учитывающая влияние коррелированных переменных. Общий вид регрессионной модели для переменной Y может быть представлен как:

$$Y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i X_{i,t-l_i} + \sum_{j=1}^m \gamma_j (Z_{j,t} - Z_{j,t-d_j}) + \sum_{p=1}^n \delta Y_{t-p} + \varepsilon_t,$$

где $X_{i,t-l_i}$ – значения объясняющих переменных с лагами l_i , $(Z_{j,t} - Z_{j,t-d_j})$ – разности значений переменных с шагом d_j , Y_{t-p} – лаговые значения самой моделируемой переменной, а ε_t – случайный шок, генерируемый из коррелированного нормального распределения.

4. Оркестровка симуляций:

модель CIR++ является центральным элементом системы симуляций, обеспечивая генерацию прогнозов процентных ставок с учетом их стохастической природы и динамических характеристик [14].

Для генерации распределения возможных будущих состояний каждой макроэкономической переменной используется метод Монте-Карло [15, с. 594]. Одним из ключевых аспектов реалистичного моделирования макроэкономических пере-

менных является учет корреляций между ними, для генерации скоррелированных случайных величин в системе используется метод разложения Холецкого. Основное преимущество модели CIR++ заключается в ее способности одновременно учитывать среднелинейное возвращение ставок к долгосрочному среднему и сохранять возможность калибровки к наблюдаемой рыночной кривой доходности [16].

Финальный элемент реализации системы представляет собой модуль визуализации, который выполняет обработку и представление результатов симуляций, включая расчет статистических показателей и идентификацию различных сценариев. Примеры результатов модуля визуализации представлены на рисунке 2.

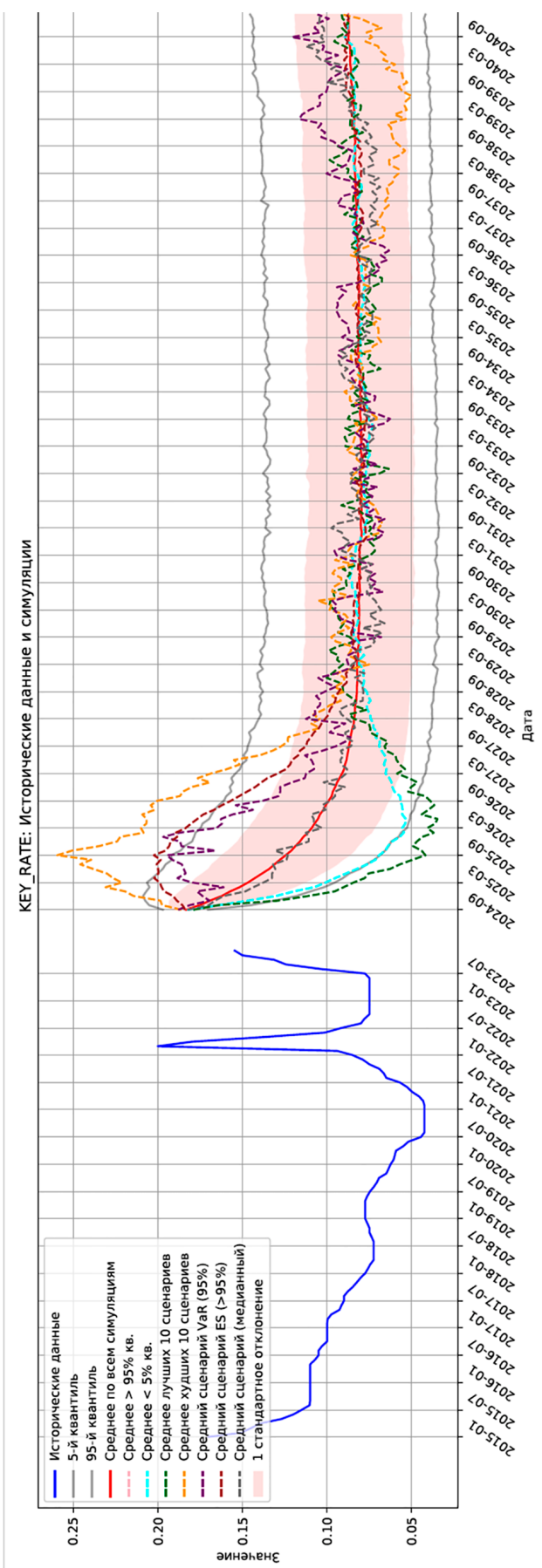


Рис. 2. Пример реализации модуля визуализации для Ключевой ставки ЦБ РФ
Источник: составлено авторами статьи

Заключение

Результаты проведенного исследования демонстрируют эффективность предложенного подхода в прогнозировании макроэкономических показателей с учетом их взаимозависимостей и стохастической природы. Ключевыми преимуществами представленной системы являются ее гибкость, масштабируемость и адаптивность к различным экономическим условиям. Предлагаемый подход позволяет более адекватно оценивать риски долгосрочных проектов в сфере строительства жилой недвижимости и повышает точность финансового планирования.

Список литературы

1. Bekaert G., Engstrom E., Xu N.R. The time variation in risk appetite and uncertainty // *Management Science*. 2022. Vol. 68. Is. 6. P. 3975-4004. DOI: 10.1287/mnsc.2021.4068.
2. Antolin-Diaz J., Petrella I., Rubio-Ramirez J.F. Structural scenario analysis with SVARs // *Journal of Monetary Economics*. 2021. Vol. 117. P. 798-815. DOI: 10.1016/j.jmoneco.2020.06.001.
3. Kaushik M., Giri A. Forecasting Foreign Exchange Rate: A Multivariate Comparative Analysis between Traditional Econometric, Contemporary Machine Learning & Deep Learning Techniques. 2020. DOI: 10.48550/arXiv.2002.10247.
4. Chen R.-R., Scott L. Multi-Factor Cox-Ingersoll-Ross models of the term structure: estimates and tests from a Kalman filter model // *The Journal of Real Estate Finance and Economics*. 2003. Vol. 27. P. 143-172. DOI: 10.1023/A:1024736903090.
5. Akhtari B., Hanwu Li. The Cox-Ingersoll-Ross process under volatility uncertainty // *Journal of Mathematical Analysis and Applications*. 2024. Vol. 531. Is. 1. Part 1. P. 2-31. DOI: 10.48550/arXiv.2211.06063.
6. Bayraktar E., Clément E. Volatility and jump activity estimation in a stable Cox-Ingersoll-Ross model // *Bernoulli*. 2025. Vol. 31. Is. 1. P. 484-508. DOI: 10.3150/24-BEJ1736.
7. Rhijn J., Oosterlee C., Grzelak L., Shuaiqiang Liu. Monte Carlo simulation of SDEs using GANs // *Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics*. 2022. Vol. 40. P. 1359-1390. DOI: 10.1007/s13160-022-00534-x.
8. Poignard B., Asai M. High-dimensional sparse multivariate stochastic volatility models // *Journal of Time Series Analysis*. 2023. Vol. 44. Is. 1. P. 4-22. DOI: 10.1111/jtsa.12647.
9. Hegde C., Indyk P., Schmidt L. A nearly-linear time framework for graph-structured sparsity // *Proceedings of the 37th International Conference on Machine Learning*. 2015. Vol. 37. P. 928-937.
10. Giuan Yu, Yufeng Liu. Sparse regression incorporating graphical structure among predictors // *Journal of the American Statistical Association*. 2015. Vol. 111. Is. 514. P. 100-110. DOI: 10.1080/01621459.2015.1034319.
11. Khodamoradi K., Krishnamurti R. Prize collecting traveling salesman problem – Fast Heuristic Separations // *Proceedings of 5th the International Conference on Operations Research and Enterprise Systems*. 2016. Vol. 1. P. 380-387. DOI: 10.5220/0005758103800387.
12. Гамбаров Г.А., Балабушкин А., Шевчук И. Кривая бескупонной доходности на рынке ГКО-ОФЗ // *РЦБ. Рынок ценных бумаг: Аналитический журнал*. 2006. № 3. С. 68-77. URL: <https://fs.moex.com/files/12007> (дата обращения: 20.02.2025).
13. Fernandez-Villaverde J., Guerron-Quintana P.A. Uncertainty shocks and business cycle research // *Review of Economic Dynamics*. 2020. Vol. 37. P. 118-146. DOI: 10.1016/j.red.2020.06.005.
14. Dehtiar O., Mishura Y., Ralchenko K. Two methods of estimation of the drift parameters of the Cox-Ingersoll-Ross process: continuous observations. 2020. DOI: 10.48550/arXiv.2005.05262.
15. Халл Д.К. Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты. М.: ООО «И.Д. Вильямс», 2014. 1072 с. ISBN 978-5-8459-1815-4.
16. Di Francesco M., Kamm K. How to handle negative interest rates in a CIR framework // *SeMa Journal*. 2022. Vol. 79. P. 593-618. DOI: 10.1007/s40324-021-00267-w.