УДК 330:519.816

О НОВОМ СИНТЕТИЧЕСКОМ КРИТЕРИИ И ЕГО ПРИМЕНЕНИИ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ СТРУКТУРЫ КАПИТАЛА КОМПАНИИ ДЛЯ МАКСИМИЗАЦИИ ЕЕ СТОИМОСТИ

Лабскер Л.Г., Ященко Н.А.

Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Москва, e-mail: llabsker@mail.ru

Принятие решений является одним из центральных и важнейших составляющих финансово-экономического менеджмента. Во многих задачах финансово-экономического содержания для принятия оптимальных решений необходимо учитывать неопределенность, представляющую собой неотъемлемый элемент в процессе принятия решений и играющую в нем значимую роль. В анализе таких задач часто пользуются математической моделью «Игра с природой» с подходящим принципом оптимальности, позволяющим среди имеющихся альтернативных стратегий выявить оптимальную, применение которой приводит к результату, максимально соответствующему поставленным в решаемой задаче целям. Известны разнообразные принципы оптимальности, например критерий Вальда, принимающий во внимание только выигрыши; критерий Сэвиджа, основанный только на рисках, и др. Все шире в практику экономических решений и исследований входят критерии, которые при определении оптимальности стратегий взвешенно учитывают и выигрыши, и риски. Примером таких критериев может служить критерий Вальда–Сэвиджа. В статье определяются понятия выигрыш-показателя и синтетического выигрыша. Выигрыш-показатель может принимать числовые значения от нуля до единицы, а синтетический выигрыш представляет собой линейную свертку выигрышей и рисков. На основе этих понятий определяется новый синтетический критерий. Приложение этого критерия дается в анализе проблемы оптимизации структуры капитала компании для максимизации ее стоимости на примере ПАО «Лукойл».

Ключевые слова: «Игра с природой», синтетические выигрыши, выигрыш-показатель, синтетический критерий оптимальности, стоимость компании, структура капитала, средневзвешенная стоимость капитала WACC, ПАО «Лукойл»

ABOUT A NEW SYNTHETIC CRITERION AND ITS APPLICATION IN SOLVING THE PROBLEM OF OPTIMIZING THE COMPANY'S CAPITAL STRUCTURE TO MAXIMIZE ITS VALUE

Labsker L.G., Yaschenko N.A.

Financial University at the Government of the Russian Federation, Moscow, e-mail: llabsker@mail.ru

Decision-making is one of the central and most important components of financial and economic management. In many tasks of financial and economic content, in order to make optimal decisions, it is necessary to take into account uncertainty, which is an integral element in the decision-making process and plays a significant role in it. In the analysis of such problems, the mathematical model «Playing with Nature» is often used with a suitable optimality principle, which allows identifying the optimal one among the available alternative strategies, the application of which leads to a result that best corresponds to the goals set in the problem being solved. Various principles of optimality are known, for example, the Wald criterion, which takes into account only winnings, the Savage criterion, based only on risks, etc. Increasingly, the practice of economic decisions and research includes criteria that, when determining the optimality of strategies, carefully take into account both gains and risks. An example of such criteria is the Wald-Savage criterion. The article defines the concepts of a win-indicator and a synthetic win. The gain indicator can take numerical values from zero to one, and the synthetic gain is a linear convolution of winnings and risks. Based on these concepts, a new synthetic criterion is defined, which interprets optimality from a joint weighted position of winnings and risks. The application of this criterion is given in the analysis of problem 9 of optimizing the company's capital structure to maximize its value on the example of PJSC Lukoil.

Keywords: «Playing with nature», synthetic payoffs, payoff –ratio, synthetic criterion optimality, company value, capital structure, weighted average cost of capital WACC, PJSC Lukoil

При анализе различных задач из финансово-экономической области возникает необходимость принятия решений в условиях неопределенности. Лицу, принимающему решение (ЛПР), для избежания грубых ошибок необходимо учитывать объективную среду, окружающую решаемую задачу. К сожалению, в момент принятия решения у ЛПР об окружающей среде может быть недостаточно информации. Во многих случаях при решении таких задач полезной оказывается математическая модель «Игра с природой», или в другой терминологии – «Статистическая игра».

Игроками в игре с природой являются игрок *A* – ЛПР и *природа П* – объективная среда. Природа абсолютно безразлична к действиям игрока *A* и не ставит перед собой никакой цели. Она в момент принятия решения пассивно находится в одном из своих состояний, которые принимает случайным образом. Множество всех состояний природы в игре изначально известно игроку A. Неопределенность в игре выступает в качестве отсутствия у игрока A информации о состоянии, в котором находится природа в момент принятия решения. Игрок A, будучи рациональным, стремится из возможных альтернативных стратегий выбрать наиболее эффективную.

Сравнение стратегий по их эффективности (или неэффективности) проводится по принципу оптимальности, выбираемому игроком A. Известны различные теоретико-игровые критерии, задающие принципы оптимальности, например выигрыш-критерий Вальда [2; 1, с. 273–308], риск-критерий Сэвиджа [3; 1, с. 308–349] и др. Как показывает практика принятия решений в условиях неопределенности, полезную роль играют критерии, определяющие оптимальность с совместной позиции взвешенных выигрышей и взвешенных рисков. Такие критерии будем называть *синтетическими*. Примерами синтетических критериев могут служить различные линейные свертки критериев Вальда и Сэвиджа [4], в том числе критерий Вальда–Сэвиджа [1, с. 652–655; 5; 6].

Цель настоящей статьи – определить новый синтетический критерий и применить его в решении финансово-экономической задачи оптимизации структуры капитала компании для максимизации ее стоимости.

Материалы и методы исследования

Пусть $I \equiv \{1,2,\ldots,m\}, m \geq 2; J \equiv \{1,2,\ldots,n\}$, $n \geq 2$. Далее, не оговаривая специально, будем рассматривать только чистые стратегии A_i $i \in I$, [1] игрока A, составляющие множество $S^p = \{A_i : i \in I\}$ (В обозначении S_p буква «p» – первая буква английского «*pure*» – чистый). Пусть $П_1, П_2, \ldots, П_n$ – возможные состояния природы. Числа a_{ij}, $i \in I$, $j \in J$ – выигрыши игрока A в ситуации $(A_i, П_j)$, в которой игрок A выбирает стратегию A_i, а природа пребывает в состоянии $П_j$. Набор выигрышей представляется в виде следующей таблицы:

$A_i \backslash П_j$	$П_1$	$П_2$	$\ldots$	$П_n$
A_1	a_{11}	a_{12}	$\ldots$	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	$\ldots$	a_{2n}
$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
A_m	a_{m1}	a_{m2}	$\ldots$	a_{mn}
β_j	β_1	β_2	$\ldots$	β_n

, (1)

называемой матрицей выигрышей, или платежной матрицей. В последней дополнительной строке таблицы (1) представлены показатели благоприятности $\beta_j = \max\{a_{ij} : i \in I\}$, $j \in J$, состояний природы $П_j, j \in J$. Из рисков $r_{ij} = \beta_j - a_{ij}$ $i \in I, j \in J$ формируется матрица рисков (2):

$A_i \backslash П_j$	$П_1$	$П_2$	$\ldots$	$П_n$
A_1	r_{11}	r_{12}	$\ldots$	r_{1n}
A_2	r_{21}	r_{22}	$\ldots$	r_{2n}
$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
A_m	r_{m1}	r_{m2}	$\ldots$	r_{mn}

, (2)

Из определений рисков и показателей благоприятности состояний природы следует, что все элементы матрицы (2) неотрицательны и каждый столбец матрицы (2) содержит, по меньшей мере, один нулевой риск.

Для описания нового синтетического критерия введем в рассмотрение базовое понятие синтетического выигрыша.

Синтетическим выигрышем игрока A в игровой ситуации $(A_i, П_j)$ с выигрыш-показателем $\alpha \in [0,1]$, который будем обозначать $b_{ij}(\alpha)$, назовем величину

$$b_{ij}(\alpha) = \alpha a_{ij} - (1-\alpha) r_{ij}, \quad (3)$$
$$i \in I, j \in J, \alpha \in [0,1].$$

Фигурирующий в этом определении выигрыш-показатель $\alpha \in [0,1]$ количественно выражает степень предпочтения, которое игрок A отдает выигрышам. Тогда величину $(1-\alpha) \in [0,1]$ можно трактовать как риск-показатель.

Как видно из определения (3), синтетические выигрыши $b_{ij}(\alpha)$ учитывают взвешенные с коэффициентом α выигрыши a_{ij} из платежной матрицы (1) со своими знаками и взвешенные с коэффициентом $(1 - \alpha)$-риски r_{ij} из матрицы рисков (2) со знаком «минус». Из определения (3) очевидны также следующие соотношения: $b_{ij}(\alpha) \leq \alpha a_{ij}$, $i \in I$, $j \in J, \alpha \in [0,1]$; $b_{ij}(0) = -r_{ij}$, $b_{ij}(1) = a_{ij}$, $i \in I, j \in J$.

Используя определение рисков $r_{ij} = \beta_j - a_{ij}$, $i \in I$, $j \in J$, можно получить для синтетического выигрыша (3) другие выражения, а именно:

$$b_{ij}(\alpha) = \alpha a_{ij} - (1-\alpha) r_{ij} =$$
$$= \alpha a_{ij} - (1-\alpha)(\beta_j - a_{ij}) = a_{ij} - (1-\alpha)\beta_j. \quad (4)$$

$$b_{ij}(\alpha) = \alpha a_{ij} - (1-\alpha) r_{ij} =$$
$$= \alpha(\beta_j - r_{ij}) - (1-\alpha) r_{ij} = \alpha \beta_j - r_{ij}. \quad (5)$$

Нетрудно убедиться в том, что из выражения (4), соответственно из выражения (5) при фиксированных выигрыш-показателе

$\alpha \in [0,1]$ и состоянии природы Π_j, следует, что синтетический выигрыш $b_{ij}(\alpha)$ будет максимальным тогда и только тогда, когда максимальным будет обычный выигрыш a_{ij}, соответственно минимальным будет риск r_{ij}, т.е. равенство $b_{ij}(\alpha) = \alpha\beta_j$ эквивалентно равенству $a_{ij} = \beta_j$, соответственно равенству $r_{ij} = 0$.

Теперь мы можем определить новый синтетический критерий, который будем называть «*критерий синтетического выигрыша с выигрыш-показателем* $\alpha \in [0,1]$», или коротко – $(SW)(\alpha)$-*критерий* (S и W – первые буквы английских *synthetic* – «синтетический» и *win* – «выигрыш»). $(SW)(\alpha)$-критерий описывается следующими компонентами.

Показателем эффективности стратегии A_i, $i \in I$, *по* $(SW)(\alpha)$-*критерию*, $(SW)(\alpha)$-*показателем стратегии* A_i, который будем обозначать $(SW)_i(\alpha)$, назовем наименьший из синтетических выигрышей (3) (или (4,), (5)) при этой стратегии:

$$(SW)_i(\alpha) = \min\{b_{ij}(\alpha) : j \in J\}\ ,\ i \in I. \quad (6)$$

Ценой игры по $(SW)(\alpha)$-*критерию*, ((SW) (α)-*ценой игры*), которую будем обозначать $(SW)_{S^p}(\alpha)$, где в нижнем индексе S^p – множество чистых стратегий, назовем наибольший из $(SW)(\alpha)$-показателей (6):

$$(SW)_{S^p}(\alpha) = \max\{(SW)_i : i \in I\}\,. \quad (7)$$

Стратегию A_i назовем *оптимальной* (во множестве S^p) *по* $(SW)(\alpha)$-*критерию,* или $(SW)(\alpha)$-*оптимальной*, если ее $(SW)(\alpha)$-показатель наибольший среди $(SW)(\alpha)$-показателей остальных стратегий. Таким образом, с учетом определения цены игры (7) стратегия A_i является $(SW)(\alpha)$-оптимальной тогда и только тогда, когда ее $(SW)(\alpha)$-показатель совпадает с ценой игры:

$$(SW)_i(\alpha) = (SW)_{S^p}(\alpha)\,. \quad (8)$$

Множество $(SW)(\alpha)$-оптимальных стратегий обозначим $(S^p)^{O[(SW)(\alpha)]}$.

Результаты исследования и их обсуждение

В результате введения понятий выигрыш-показателя $\alpha \in [0,1]$, синтетического выигрыша (3), показателя эффективности стратегии (6), цены игры (7) и оптимальной стратегии (8) определен синтетический критерий $(SW)(\alpha)$.

Отметим, что $(SW)(\alpha)$-критерий несравним с критерием Вальда–Сэвиджа [1, с. 652–655; 5; 6], т.е. существуют игры, в которых ни одно из множеств оптимальных стратегий по критерию Вальда–Сэвиджа и по $(SW)(\alpha)$-критерию не является подмножеством другого.

Поскольку показатель эффективности (6) стратегии A_i является наименьшим синтетическим выигрышем при этой стратегии, то $(SW)(\alpha)$-критерий является крайне пессимистическим (так же как и критерии Вальда, Сэвиджа и Вальда–Сэвиджа).

Рассмотрим применение $(SW)(\alpha)$-критерия в оптимизации структуры капитала компании.

В настоящее время в силу неустойчивости мировой экономики все большая потребность в менеджменте возникает в использовании такого финансово-экономического показателя, как стоимость компании. Различные факторы рыночной оценки бизнеса позволяют ориентироваться на метод дисконтированных денежных потоков (ДДП) [7, с. 155], согласно которому стоимость компании обратно пропорциональна стоимости ее капитала [7, с. 157]. Весь капитал компании делится на собственный и заемный, доли которых составляют структуру капитала компании. Одним из показателей в управлении структурой капитала является средневзвешенная стоимость капитала WACC (*Weight average cost of capital*):

$$\text{WACC} = D_{СК} \cdot R_{СК} + D_{ЗК} \cdot R_{ЗК} \cdot (1 - T), \quad (9)$$

где $D_{СК}$ – доля собственного капитала, $R_{СК}$ – стоимость собственного капитала, $D_{ЗК}$ – доля заемного капитала, $R_{ЗК}$ – стоимость заемного капитала, T – ставка налога на прибыль. Показатель WACC был предложен Нобелевскими лауреатами Ф. Модильяни и М. Миллером в 1958 г. Структура капитала существенно влияет на стоимость компании. В связи с этим возникает проблема оптимальной структуризации капитала компании, которая превратилась в одну из главнейших задач финансового менеджмента.

Оптимизация структуры капитала означает обеспечение такого соотношения собственных и заемных средств, которое минимизирует средневзвешенную стоимость капитала (WACC) компании и таким образом максимизирует ее рыночную стоимость.

Известны различные подходы к выбору структуры капитала [8], однако к настоящему времени единое мнение об оптимальности структуры капитала компании так и не сложилось. В связи с этим проблема формирования оптимальной структуры капитала остается актуальной и требует дальнейших исследований.

В работах [9] и [10] подчеркнута неопределенность, связанная с влиянием внешней рыночной конъюнктуры на структуру капитала, и потому предложено для анализа проблемы оптимизации структуры капитала компании использовать математическую модель «Игра с природой». Содержание этой модели составляют: игрок A – финансовый менеджер, принимающий решения о выборе структуры капитала; стратегии A_i, $i \in I$ – различные варианты структуры капитала $di = (d_{СК} / d_{ЗК})$ $i \in I$, где $d_{СК}$ и $d_{ЗК}$ – доли соответственно собственного и заемного капитала в i-м варианте; природа $П$ – доходность индекса ММВБ; состояния природы $П_j$, $j \in J$ – доходность индекса ММВБ, принадлежащего j-му интервалу (x_j, x_{j+1}), $j \in J$; выигрыши a_{ij}, $i \in I$, $j \in J$, определяются по Правилу:

$$a_{ij} = 1 / (1 + WACC_{ij}), \qquad (10)$$

где $WACC_{ij}$ – средневзвешенная стоимость капитала при условии соответствия структуры капитала стратегии A_i и доходности индекса ММВБ, соответствующей состоянию природы $П_j$; зависимость выигрыша от выбранной стратегии и конкретного состояния природы определяется с помощью формулы (9) и формулы CAPM (*Capital Asset Pricing Model*):

$$\text{CAPM} = R_f + \beta(R_m - R_f), \qquad (11)$$

где R_f – доходность безрисковых активов, β – бета-коэффициент, определяющий изменение стоимости средств организации по сравнению с изменением их стоимости по всем компаниям данной отрасли, R_m – доходность рынка ценных бумаг [8].

В работе [11] данная задача рассматривается на примере ПАО «Лукойл» в рамках описанной модели, в которой $d_{СК}$, $d_{ЗК} \in [0\%, 100\%]$ и $d_{СК} + d_{ЗК} = 100\%$, а в роли стратегий выступает любое значение $d_{СК} \in [0\%, 100\%]$, принадлежащее одному из 11 промежутков ($m = 11$). В результате расчета числовых значений величин $d_{СК}$ [11] получена таблица 1 стратегий игрока A.

Природа в [11] определена как доходность из индекса ММВБ. За состояния природы $П_j$ принимаются значения доходности ММВБ, вычисляемые на основе месячных котировок индекса с января 2015 до декабря 2017 гг., имеющиеся статистические данные делятся на $n = 12$ частей, и для каждой из них берется среднее значение. Таблица 2 состояний природы имеет следующий вид (табл. 2).

Выигрыши в [11] вычисляются по формуле (10) с использованием модели CAPM (11). Сформированная матрица выигрышей имеет следующий вид (табл. 3).

Таблица 1

Стратегии игрока А

Доли капитала \ A_i	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	A_{11}
$d_{СК}$	87%	69%	87%	39%	9%	90%	63%	62%	42%	95%	57%
$d_{ЗК}$	13%	31%	13%	61%	91%	10%	37%	38%	58%	5%	43%

Таблица 2

Состояния природы – состояния фондового рынка (в %)

$П_j$	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$	$П_6$	$П_7$	$П_8$	$П_9$	$П_{10}$	$П_{11}$	$П_{12}$
r ММВБ	5,07	0,58	–0,23	2,32	2,02	0,35	1,50	4,04	–3,74	–2,00	3,33	0,52
CAPM	5,56	–0,06	3,27	5,81	7,13	4,20	6,12	5,20	–6,08	7,80	6,01	4,62

Таблица 3

Сформированная матрица выигрышей

A_i \ $П_j$	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$	$П_6$	$П_7$	$П_8$	$П_9$	$П_{10}$	$П_{11}$	$П_{12}$
A_1	10,4	21,20	13,13	10,18	9,11	11,87	9,90	10,75	–192,63	8,65	10,00	11,38
A_2	7,23	10,05	8,16	7,14	6,70	7,76	7,03	7,36	17,25	6,50	7,07	7,59
A_3	10,4	21,20	13,13	10,18	9,11	11,87	9,90	10,75	–192,63	8,65	10,00	11,38
A_4	4,79	5,35	5,01	4,77	4,66	4,92	4,74	4,82	6,12	4,60	4,75	4,88
A_5	3,58	3,65	3,61	3,58	3,57	3,60	3,58	3,59	3,72	3,56	3,58	3,59
A_6	11,22	26,01	14,61	10,96	9,69	13,02	10,62	11,65	-63,61	9,15	10,74	12,41
A_7	6,56	8,55	7,25	6,50	6,16	6,95	6,41	6,66	12,65	6,01	6,44	6,83
A_8	6,46	8,34	7,12	6,40	6,08	6,84	6,32	6,56	12,11	5,93	6,35	6,72
A_9	4,96	5,62	5,21	4,93	4,80	5,10	4,90	5,00	6,55	4,74	4,91	5,06
A_{10}	12,93	41,82	17,99	12,55	10,84	15,53	12,09	13,53	-30,06	10,14	12,26	14,62
A_{11}	6,01	7,44	6,52	5,96	5,70	6,30	5,89	6,08	9,99	5,58	5,92	6,21

Из матрицы выигрышей видно, что стратегия A_{10} строго доминирует стратегию A_6 и взаимно дублирующие стратегии A_1 и A_3, стратегия A_2 строго доминирует каждую из стратегий A_4, A_5, A_7, A_8, A_9, A_{11}. Поэтому все стратегии, кроме A_2 и A_{10}, нужно удалить из рассмотрения как заведомо невыгодные для игрока A. Упрощенная таким образом матрица выигрышей получит вид:

A_i \ $П_j$	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$	$П_6$	$П_7$	$П_8$	$П_9$	$П_{10}$	$П_{11}$	$П_{12}$
A_2	7,23	10,05	8,16	7,14	6,70	7,76	7,03	7,36	17,25	6,50	7,07	7,59
A_{10}	12,93	41,82	17,99	12,55	10,84	15,53	12,09	13,53	–30,06	10,14	12,26	14,62
β_j	12,93	41,82	17,99	12,55	10,84	15,53	12,09	13,53	17,25	10,14	12,26	14,69

, (12)

Последняя строка матрицы (12) содержит показатели благоприятности β_j состояний природы $П_j$, j = 1,2,3,…,12.

Используя определение риска и благоприятности состояний природы (последняя строка матрицы (12)), сформируем матрицу рисков:

A_i \ $П_j$	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$	$П_6$	$П_7$	$П_8$	$П_9$	$П_{10}$	$П_{11}$	$П_{12}$
A_2	5,7	31,77	9,83	5,41	4,14	7,77	5,06	6,17	0	3,64	5,19	7,03
A_{10}	0	0	0	0	0	0	0	0	47,31	0	0	0

, (13)

Беря значения выигрышей из матрицы (12), а значения рисков – из матрицы (13), вычисляем по формуле (3) синтетические выигрыши, из которых составляем матрицу синтетических выигрышей:

A_i \ $П_j$	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$
A_2	$b_{21}(\alpha) = 12{,}93\alpha\text{-}5{,}7$	$b_{22}(\alpha) = 41{,}82\ \alpha\text{-}31{,}77$	$b_{23}(\alpha) = 17{,}99\alpha\text{-}9{,}83$	$b_{24}(\alpha) = 12{,}55\alpha\text{-}5{,}41$
A_{10}	$b_{10\,1}(\alpha) = 12{,}93\alpha$	$b_{10\,2}(\alpha) = 41{,}82\ \alpha$	$b_{10\,3}(\alpha) = 17{,}99\alpha$	$b_{10\,4}(\alpha) = 12{,}55\alpha$

Продолжение матрицы синтетических выигрышей

A_i \ $П_j$	$П_5$	$П_6$	$П_7$	$П_8$
A_2	$b_{25}(\alpha) = 10{,}84\alpha\text{-}4{,}14$	$b_{26}(\alpha) = 15{,}53\alpha\text{-}7{,}77$	$b_{27}(\alpha) = 12{,}09\alpha\text{-}5{,}06$	$b_{28}(\alpha) = 13{,}53\alpha\text{-}6{,}17$
A_{10}	$b_{10\,5}(\alpha) = 10{,}84\alpha$	$b_{10\,6}(\alpha) = 15{,}53\alpha$	$b_{10\,7}(\alpha) = 12{,}09\alpha$	$b_{10\,8}(\alpha) = 13{,}53\alpha$

Продолжение матрицы синтетических выигрышей

A_i \ $П_j$	$П_9$	$П_{10}$	$П_{11}$	$П_{12}$
A_2	$b_{29}(\alpha) = 17{,}25\alpha$	$b_{2\,10}(\alpha) = 10{,}14\alpha\text{-}3{,}64$	$b_{2\,11}(\alpha) = 12{,}26\alpha\text{-}5{,}19$	$b_{2\,12}(\alpha) = 14{,}62\alpha\text{-}7{,}03$
A_{10}	$b_{10\,9}(\alpha) = 17{,}25\alpha\text{-}47{,}31$	$b_{10\,10}(\alpha) = 10{,}14\alpha$	$b_{10\,11}(\alpha) = 12{,}26\alpha$	$b_{10\,12}(\alpha) = 14{,}62\alpha$

Для синтетических выигрышей при стратегии A_{10} (вторая строка матрицы синтетических выигрышей) нетрудно показать, что $b_{10\,9}(\alpha) < b_{10\,j}(\alpha)$, $\alpha \in [0,1]$, j = 1,2,3,…,12. Следовательно, $(SW)(\alpha)$-показатель стратегии A_{10}

$$(SW)_{10}(\alpha) = b_{10\,9}(\alpha) = 17{,}25\alpha - 47{,}31, \alpha \in [0{,}1]. \quad (14)$$

Найдем $(SW)(\alpha)$-показатель стратегии A_2.

График каждого синтетического выигрыша $b_{2j}(\alpha)$, j = 1,2,3,…,12 как функции аргумента $\alpha \in [0,1]$ является отрезком положительного наклона в полосе $0 \le \alpha \le 1$. Поэтому показатель $(SW)_2(\alpha)$ (см. определение (6)) является нижней огибающей этих отрезков. В таблице 4 проставлены значения синтетических выигрышей $b_{2j}(\alpha)$, j = 1,2,3,…,12 при $\alpha = 0$ и $\alpha = 1$.

Таблица 4

Значения $b_{2j}(0)$ *и* $b_{2j}(1)$, j = 1,2,3,…,12

α \ $П_j$	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$	$П_6$	$П_7$	$П_8$	$П_9$	$П_{10}$	$П_{11}$	$П_{12}$	min
0	–5,7	–31,77	–9,83	–5,41	–4,14	–7,77	–5,06	–6,17	0	–3,64	–5,19	–7,03	–31,77
1	7,23	10,05	8,16	7,14	6,7	7,76	7,03	7,36	17,25	6,5	7,07	7,49	6,5

Поскольку из первой, соответственно второй, строки таблицы 4:

$$\min\{b_{2j}(0): j=1,2,3,...,12\} = -31,77 = b_{22}(0). \quad (15)$$

соответственно:

$$\min\{b_{2j}(1): j=1,2,3,...,12\} = 6,5 = b_{2\,10}(1), \quad (16)$$

то отрезки, являющиеся графиками синтетических выигрышей $b_{22}(\alpha)$ и $b_{2\,10}(\alpha)$, участвуют в структуре нижней огибающей.

Найдем абсциссу α^* точки пересечения отрезков $b_{22}(\alpha)$ и $b_{2\,10}(\alpha)$, для чего решим уравнение $b_{22}(\alpha) = b_{2\,10}(\alpha)$, т.е. уравнение $\alpha a_{22} - (1-\alpha) r_{22} = \alpha a_{2\,10} - (1-\alpha) r_{2\,10}$, предварительно подставляя в него значения a_{22} и $a_{2\,10}$ из платежной матрицы (12), а значения r_{22} и $r_{2\,10}$ – из матрицы рисков (13). В результате получим $\alpha^* = 2813 / 3168 \approx 0,888$.

В таблице 5 указаны значения синтетических выигрышей $b_{2j}(\alpha)$, j = 1,2,3,…,12 при значении $\alpha = \alpha^*$.

Таблица 5

Значения $b_{2j}(\alpha^*)$, j = 1,2,3,…,12.

α \ $П_j$	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$	$П_6$	$П_7$	$П_8$	$П_9$	$П_{10}$	$П_{11}$	$П_{12}$	min
α^*	5,781	5,364	6,144	5,734	5,485	6,020	5,675	5,844	15,317	5,364	5,696	5,952	5,364

Из таблицы 5:

$$\min\{b_{2j}(\alpha^*): j=1,2,3,...,12\} = 5,364 = b_{22}(\alpha^*) = b_{2\,10}(\alpha^*). \quad (17)$$

Из равенств (15), (16) и (17) следует, что показатель эффективности стратегии A_2 по $(SW)(\alpha)$-критерию:

$$(SW)_2(\alpha) = \begin{cases} b_{22}(\alpha) = 41,82\alpha - 31,77, & 0 \le \alpha < \alpha^* = 2813/3168 \approx 0,888, \\ b_{22}(\alpha) = 41,82\alpha - 31,77 = b_{2\,10} = 10,14\alpha - 3,64 = 5,364, & \\ \qquad \alpha = \alpha^* = 2813/3168 \approx 0,888, & \\ b_{2\,10}(\alpha) = 10,14\alpha - 3,64, & \alpha^* = 2813/3168 \approx 0,888 < \alpha \le 1. \end{cases} \quad (18)$$

Используя (14) и (18), нетрудно убедиться в том, что $(SW)_{10}(\alpha) < (SW)_2(\alpha)$, $0 \le \alpha \le 1$. А это говорит о том, что $(SW)(\alpha)$-показатель стратегии A_2 равняется цене игры. Следовательно, A_2 – единственная оптимальная стратегия: $(S^p)^{O[(SW)(\alpha)]} = \{A_2\}$, $\alpha \in [0,1]$.

Итак, $(SW)(\alpha)$-критерий рекомендует ЛПР при любом выигрыш-показателе $\alpha \in [0,1]$ выбрать в качестве оптимальной стратегию A_2, состоящую в том, что 100% капитала компании распределяются на 69% собственного капитала и 31% заемного капитала (табл. 1). При выборе этой стратегии стоимость компании при любом состоянии фондового рынка возрастет не менее чем на 6,5% (см. платежную матрицу (12)) с риском (недостижения наибольшей стоимости компании) не более чем 31,77%.

Заключение

В статье в играх с природой в условиях риска (т.е. с неизвестными вероятностями состояний природы) на базе введенных понятий выигрыш-показателя $\alpha \in [0,1]$ и синтетического выигрыша дается в качестве принципа оптимальности определение нового синтетического критерия, названного $(SW)(\alpha)$-критерием.

Особенностью $(SW)(\alpha)$-критерии является то, что он оценивает оптимальность стратегий с совместной точки зрения взвешенных выигрышей и взвешенных рисков. Более ранние известные критерии устанавливали оптимальность раздельно – либо с позиции выигрышей, либо с позиции рисков. При $\alpha = 0$ $(SW)(\alpha)$-критерий превращается в критерий, противоположный критерию Сэвиджа, а при $\alpha = 1$ – в критерий Вальда.

Применение $(SW)(\alpha)$-критерия иллюстрируется на решении задачи оптимизации структуры капитала ПАО «Лукойл» для максимизации ее стоимости.

Результаты, полученные в статье, новые и имеют теоретико-научное значение, так как привносят определенный вклад в развитие теории игр с природой. Однако $(SW)(\alpha)$-критерий представляет новый подход к отысканию оптимальных стратегий при решении практических задач по принятию решений в условиях неопределенности, а потому полученные результаты имеют также и практическое значение.

Список литературы

1. Лабскер Л.Г. Теория критериев оптимальности и экономические решения: монография. М.: КНОРУС, 2014. 742 с.

2. Wald A. Statistical decision functions. N.Y.: Wiley; L. Chapman & Hall. 1950. 179 p.

3. Savage L.J. The theory of statistical decision. J. Amer. Statist. Assoc. 1951. Vol. 46. No. 1. P. 55-67.

4. Горелик В.А., Золотова Т.В. Разработка обобщенных критериев оптимальности в задачах принятия решений // Моделирование, декомпозиция и оптимизация сложных динамических процессов. М.: ВЦ РАН, 2017. Т. 32. № 1 (32). С. 57-66.

5. Лабскер Л.Г., Ященко Н.А., Амелина А.В. Формирование приоритетной очередности кредитования банком корпоративных заемщиков по синтетическому критерию Вальда-Сэвиджа // Финансы и кредит. 2012. № 38 (518). С. 31-41.

6. Лабскер Л.Г. Свойство синтезирования критерия Вальда–Сэвиджа и его экономическое приложение // Экономика и математические методы. 2019. Вып. 4. С. 89-103.

7. Коупленд Т., Коллер Т., Муррин Дж. Стоимость компаний: оценка и управление. 3-е изд., перераб. и доп.; пер. с англ. М., 2005.

8. Амирханова Л.Р., Атнабаева Д.Ф. Классификация подходов к решению проблемы оптимизации структуры капитала: сборник трудов конференции «Менеджмент и маркетинг в различных сферах деятельности». Уфа, 20 – 22 мая 2015 г. Уфа: Уфимский государственный авиационный технический университет, 2015. С. 41-48.

9. Гулюгина Т.И. Теоретико-игровая модель оптимизации структуры капитала компании // Вопросы экономики и права. 2012. № 4. С. 100-104.

10. Гулюгина Т.И. Оптимизация структуры капитала предприятия: теоретико-игровой подход // Экономика, управление, финансы (II): материалы междунар. заоч. науч. конф. (Пермь, декабрь 2012 г.). Пермь: Меркурий, 2012. С. 120-122.

11. Ромашина Ю.Ю. Построение теоретико-игровой модели при решении задач по оптимизации структуры капитала компании: сборник трудов V Международной научно-практической конференции-биеннале «Системный анализ в экономике – 2018» (Москва, 21-23 ноября 2018 г.). М.: Прометей, 2018. С. 205-208.