СТАТЬИ

УДК 330.44

РЕШЕНИЕ БАЛАНСОВОЙ МОДЕЛИ АО АГРОКОМБИНАТ «ЮЖНЫЙ»

Асхакова Ф.Х., Лайпанова З.М., Мамчуев А.М., Урусова А.С.

ФГБОУ ВО «Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева», Карачаевск, e-mail: asxakova@bk.ru

В работе описывается балансовая модель, учитывающая производственные отходы. Приводится подробное описание методики её решения. В данной методике уточняется устойчивость решения модели относительно погрешностей начальных данных. Рассматривается случай, когда модель обладает погрешностью из-за её большой размерности и небольшими погрешностями её начальных значений, в результате которых модель может получить решение как с небольшими погрешностями, так и с большими погрешностями. Рассматриваются условия существования единственного неотрицательного решения. Анализируется условие устойчивости результата решения к погрешностям первичных данных, которое зависит от числа обусловленности блочной матрицы. Если решение модели является устойчивым к погрешностям первичных данных, то применяется метод итерации, а если решение модели является неустойчивым к погрешностям первичных данных, то применяется метод регуляризации. Далее в работе по разработанной методике описывается алгоритм, который был реализован в программу на ЭВМ. Созданная программа позволяет найти решение балансовой модели, учитывающей производственные отходы, независимо от её устойчивости к погрешностям исходных данных. С применением усреднённых статистических данных за 2019–2021 гг. в работе разработана балансовая модель АО Агрокомбинат «Южный». Приводится пример применения созданной программы для её решения.

Ключевые слова: балансовая модель, численные методы, алгоритм, программирование, АО Агрокомбинат «Южный»

SOLUTION OF THE BALANCE MODEL OF AGROCOMBINAT “YUZHNY”

Askhakova F.Kh., Laypanova Z.M., Mamchuev A.M., Urusova A.S.

U.D. Aliev Karachay-Cherkessia State University, Karachaevsk, e-mail: asxakova@bk.ru

The paper describes a balance model in which industrial waste is taken into account. A detailed description of the method of its solution is given. This technique clarifies the stability of the model solution with respect to the errors of the initial data. The case is considered when the model has an error due to its large dimension and small errors of its initial values. As a result, the model can get a solution, both with small errors and with large errors. The conditions for the existence of a single non-negative solution are considered. The condition of stability of the solution result to the errors of the primary data, which depends on the number of conditionality of the block matrix, is considered. If the solution of the model is stable to the errors of the primary data, then the iteration method is used, and if the solution of the model is unstable to the errors of the primary data, then the regularization method is used. Further in the work, according to the developed methodology, the algorithm is described, which was implemented into a computer program. The created program allows you to find a solution to the balance model that takes into account production waste, regardless of its resistance to errors in the initial data. Applying the averaged statistical data for 2019-2021, the balance model of JSC Agrokombinat Yuzhny was developed. An example of the application of the created program for its solution is given.

Keywords: balance model, numerical methods, algorithm, programming, Agrokombinat “Yuzhny”

В процессе производства валовой продукции появляются производственные отходы, которые причиняют немалый вред окружающей среде. Некоторые хозяйствующие субъекты перерабатывают свои производственные отходы и применяют полученный продукт повторно, а другие хозяйствующие субъекты ликвидируют их. Как в первом, так и во втором случае появляются вторичные отходы. Существуют модели, учитывающие производственные отходы и учитывающие вторичные отходы, появляющиеся в процессе ликвидации первичных производственных отходов.

Так как на сегодняшний день состояние окружающей среды актуально, то немалое значение имеет переработка (ликвидация) производственных отходов с наименьшими затратами и наименьшими вторичными отходами, появляющимися в процессе их переработки.

Цели исследования: разработка методики неотрицательного решения балансовой модели, учитывающей производственные отходы; создание программы по алгоритму, разработанному из результатов разработанной методики; разработка модели межотраслевого баланса АО Агрокомбинат «Южный»; применение созданной программы для нахождения решения модели АО Агрокомбинат «Южный».

Материалы и методы исследования

В работе были применены численные методы и язык программирования. Использованы статистические данные АО Агрокомбинат «Южный».

Результаты исследования и их обсуждение

Рассмотрим модель Леонтьева – Форда [1, с. 96]:

$$\left.\begin{aligned} x &= A_{11}x + A_{12}y + b_1, \\ y &= A_{21}x + A_{22}y - b_2, \end{aligned}\right\}, \qquad (1)$$

где $x \in R^n$ – вектор валового продукта;

$y \in R^m$ – вектор производственных отходов;

$b_1(n)$ – вектор чистого выпуска полезного продукта;

$b_2(m)$ – вектор остатка ликвидированных отходов;

$$A_{11} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix}$$ – матрица,

которой характеризуются прямые затраты;

$$A_{12} = \begin{pmatrix} a_{1\,n+1} & a_{1\,n+2} & \ldots & a_{1k} \\ a_{2\,n+1} & a_{2\,n+2} & \ldots & a_{2k} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n\,n+1} & a_{n\,n+2} & \ldots & a_{nk} \end{pmatrix}$$ – матрица, которой характеризуются затраты ликвидации производственных отходов;

$$A_{21} = \begin{pmatrix} a_{n+1\,1} & a_{n+1\,2} & \ldots & a_{n+1\,n} \\ a_{n+2\,1} & a_{n+2\,2} & \ldots & a_{n+2\,n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{k1} & a_{k2} & \ldots & a_{kn} \end{pmatrix}$$ – матрица, которой характеризуется величина производственных отходов;

$$A_{22} = \begin{pmatrix} a_{n+1\,n+1} & a_{n+1\,n+2} & \ldots & a_{n+1\,k} \\ a_{n+2\,n+1} & a_{n+2\,n+2} & \ldots & a_{n+2\,k} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{k\,n+1} & a_{k\,n+2} & \ldots & a_{k\,k} \end{pmatrix}$$ – матрица, которой характеризуются размеры новых вредных отходов, которые появляются в процессе ликвидации производственных отходов;

Представим (1) в виде

$$\tilde{z} = \tilde{A}\,\tilde{z} + \tilde{f}\,, \qquad (2)$$

где $\tilde{z}$ является блочным вектором:

$$\tilde{z} = col\left(x, y\right) \in R^{n+m}\;;$$

$\tilde{A}$ является блочной матрицей:

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}; \qquad (3)$$

$\tilde{f}$ является блочным вектором:

$$\tilde{f} = col\left(b_1, -b_2\right) \in R^{n+m}\,.$$

Из (2) следует, что

$$\left(I - \tilde{A}\right)\cdot \tilde{z} = \tilde{f}\,, \qquad (4)$$

где I является единичной матрицей.

В (4) обозначим $C = \left(I - \tilde{A}\right)$, то

$$\tilde{N}\cdot \tilde{z} = \tilde{f}\,. \qquad (5)$$

В процессе решения модели (1) появляются некоторые вопросы:

Первый вопрос касается существования неотрицательного решения (1). Если вопрос о существовании неотрицательного решения (1) принимает положительный результат, то возникает второй вопрос о его единственности. Если (1) обладает неотрицательным единственным решением, то следует выяснить, какие методы можно применить для её решения.

Поэтому требуется уточнить устойчивость решения (1) относительно погрешностей начальных данных. В случае, когда (1) будет обладать погрешностью из-за большой её размерности и небольшими погрешностями её начальных значений, то она может получить результат как с большими погрешностями, так и с небольшими погрешностями.

Известно, что устойчивость решения (1) зависит от числа обусловленности $\tilde{A}$, то есть если $cond\,\tilde{A} \le 1000$, то рассматриваемая модель будет обладать устойчивым решением, иначе – неустойчивым решением.

Для первого случая будем применять итерационный метод [2, с. 60], а во втором – метод регуляризации [3–5].

Известно, что модель (1) является продуктивной, если выполняются следующие условия:

$$x \ge \theta_1, \qquad y \ge \theta_2, \qquad (6)$$

$$\tilde{n}\left(\tilde{A}\right) < 1\,, \qquad (7)$$

$$\left.\begin{aligned} b_1 + A_{11}b_1 + A_{12}b_2 &\ge \theta_1, \\ -b_2 + A_{21}b_1 + A_{22}b_2 &\ge \theta_2, \end{aligned}\right\}, \qquad (8)$$

где $\rho\left(\tilde{A}\right)$ является спектральным радиусом блочной матрицы $\tilde{A}$;

$\theta_1 \in R^n$, $\theta_2 \in R^m$ являются нулевыми векторами.

В том случае, если условия (6), (7), (8) принимают истинные значения, то к решению (1) сходится следующее последовательное приближение

$$\left.\begin{aligned} x_{k+1} &= A_{11}x_k + A_{12}y_k + b_1, \\ y_{k+1} &= A_{21}x_k + A_{22}y_k - b_2, \end{aligned}\right\}, \qquad (9)$$

$$k = 0, 1, 2, \ldots$$

при $\forall (x_0, y_0)$ $x_0 \in R^n$, $y_0 \in R^m$.

Рассмотрим случай, когда $cond\ \tilde{A} > 1000$.

Так как мы применяем вместо точных значении величин модели их приближенные значения, то в (5) заменим C через $\tilde{\tilde{N}}$, а $\tilde{f}$ через $\tilde{f}^{\bullet}$, тогда

$$\tilde{\tilde{N}} \cdot \tilde{z} = \tilde{f}^{\bullet}. \qquad (10)$$

Пусть $\left\|\tilde{C} - C\right\| \le \xi$, $\left\|\tilde{f}^{\bullet} - \tilde{f}\right\| \le \delta$.

Из [4], [5] известно, чтобы отыскать решение (10) необходимо найти $\tilde{z}^{\alpha}$ и вычислить

$$M^{\alpha}\left[\tilde{z}, \tilde{f}^{\bullet}, \tilde{C}\right] = \left\|\tilde{C}z - \tilde{f}^{\bullet}\right\|^2 + \alpha\,\Omega\left[\tilde{z}\right],$$

$$\alpha > 0, \qquad (11)$$

где $\Omega\left[x\right] = \left\|\tilde{z}\right\|^2$ – стабилизирующий функционал,

$\alpha = \alpha(\delta)$ – параметр регуляризации.

Существует единственный $\tilde{z}^{\alpha}$, который можно определить при всяком фиксированном $\alpha > 0$ [4], [5]:

$$\alpha\ \tilde{z}_k^{\alpha} + \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\tilde{c}_{ik}\ \tilde{c}_{ij}\ \tilde{z}_j^{\alpha} = \sum_{i=1}^{n}\tilde{c}_{ik}\ \tilde{f}_i^{\bullet},$$

$$k = 1, 2, 3, \ldots, n. \qquad (12)$$

Опишем следующий алгоритм, составленный на основании изложенных методик:

1. Вводим n, m.

2. Вводим численные значения $A_{11} - (n \times n)$, $A_{12} - (n \times m)$, $A_{21} - (m \times n)$, $A_{22} - (m \times m)$.

3. Вводим численные значения $b_1 - (n)$, $b_2 - (m)$.

4. Строим (3).

5. Если $cond\ A \le 1000$, то переходим к шагу 6, иначе переходим к шагу 12.

6. Задаём значения (x_0, y_0).

7. Задаём значение $\varepsilon > 0$.

8. Проверяем выполнимость (6).

9. Проверяем выполнимость (7).

10. Проверяем выполнимость (8).

11. Если выполнены условия (6), (7), (8), то для вычислений применяем (9) до достижения требуемой погрешности $\varepsilon > 0$.

12. Строим $\tilde{f}^{\bullet}$.

13. Задаём $\alpha_1 > 0$.

14. При α_1 производим подсчёт $\tilde{z}^{\alpha_1}$ выражения (12).

15. При α_1, $\tilde{z}^{\alpha_1}$, подсчитываем $M^{\alpha_1}\left[\tilde{z}^{\alpha_1}, \tilde{f}^{\bullet}, \tilde{B}\right]$ по формуле (11).

16. Задаём $\alpha_2 > 0$, $\alpha_2 < \alpha_1$.

17. При α_2, производим подсчёт $\tilde{z}^{\alpha_2}$ выражения (12).

18. При α_2, $\tilde{z}^{\alpha_2}$, подчитываем $M^{\alpha_2}\left[\tilde{z}^{\alpha_2}, \tilde{f}^{\bullet}, \tilde{B}\right]$ по формуле (11).

19. Если $M^{\alpha_2}\left[\tilde{z}^{\alpha_2}, \tilde{f}^{\bullet}, \tilde{B}\right] < M^{\alpha_1}\left[\tilde{z}^{\alpha_1}, \tilde{f}^{\bullet}, \tilde{B}\right]$, то перейти к шагу 21.

20. Если $M^{\alpha_2}\left[\tilde{z}^{\alpha_2}, \tilde{f}^{\bullet}, \tilde{B}\right] > M^{\alpha_1}\left[\tilde{z}^{\alpha_1}, \tilde{f}^{\bullet}, \tilde{B}\right]$, то $\tilde{z} = \tilde{z}^{\alpha_1}$.

21. Задаём $\alpha_3 > 0$, $\alpha_3 < \alpha_2$.

22. При α_3, производим подсчёт $\tilde{z}^{\alpha_3}$ выражения (12).

23. При α_3, $\tilde{z}^{\alpha_3}$, подсчитываем $M^{\alpha_3}\left[\tilde{z}^{\alpha_3}, \tilde{f}^{\bullet}, \tilde{B}\right]$ по формуле (11).

24. Если $M^{\alpha_3}\left[\tilde{z}^{\alpha_3}, \tilde{f}^{\bullet}, \tilde{B}\right] < M^{\alpha_2}\left[\tilde{z}^{\alpha_2}, \tilde{f}^{\bullet}, \tilde{B}\right]$, то перейти к шагу 26.

25. Если $M^{\alpha_3}\left[\tilde{z}^{\alpha_3}, \tilde{f}^{\bullet}, \tilde{B}\right] > M^{\alpha_2}\left[\tilde{z}^{\alpha_2}, \tilde{f}^{\bullet}, \tilde{B}\right]$, то $\tilde{z} = \tilde{z}^{\alpha_2}$.

26. Задаём $\alpha_4 > 0$, $\alpha_4 < \alpha_3$.

Эти расчёты продолжаем до того, пока на $(k + 1)$-м шаге не будет найдено α_{k+1}, $\tilde{z}^{\alpha_{k+1}}$, при которых

$$M^{\alpha_{k+1}}\left[\tilde{z}^{\alpha_{k+1}}, \tilde{f}^{\bullet}, \tilde{B}\right] > M^{\alpha_k}\left[\tilde{z}^{\alpha_k}, \tilde{f}^{\bullet}, \tilde{B}\right].$$

Тут полагаем, что $\tilde{z} = \tilde{z}^{\alpha_k}$, и завершаем вычисления.

По данным разработанного алгоритма была создана программа на ЭВМ.

Из усреднённых статистических данных за 2019–2021 гг. построим принципиальную схему межотраслевого баланса АО Агрокомбинат «Южный» (таблица).

Из таблицы получим

$$A_{11} = \begin{pmatrix} 0.04 & 0 & 0 \\ 0 & 0.29 & 0 \\ 0 & 0 & 0.47 \end{pmatrix},$$

$$A_{12} = \begin{pmatrix} 0.0003 \\ 0.002 \\ 0.0002 \end{pmatrix},$$

$$A_{21} = (0.1\ \ 0.099\ \ 0.03),\ A_{22} = (0)$$

Принципиальная схема межотраслевого баланса
АО Агрокомбинат «Южный» (тыс. руб.)

Производящие секции	Потребляющие секции			Затраты на ликвидацию производственных отходов	Конечный спрос	Валовый выпуск
	секция 1	секция 2	секция 3			
Секция «Огурец зимне-весенний»	49493,8	0	0	3503,7	111804,65	1167890.7
Секция «Огурец осенний»	0	57157,2	0	3903,6	137632,24	195179.8
Секция «Томаты»	0	0	63234,6	204,64	1278042,4	1341481.6
Производственные отходы	116789,1	19518	40244,4			

$$b_1 = \begin{pmatrix} 111804.65 \\ 137632.24 \\ 1278042.4 \end{pmatrix},$$

$$b_2 = (0)$$

Пусть к концу 2023 г. АО Агрокомбинат «Южный» запланирует, увеличит продукцию секции, идущую на конечное потребление, на 12 % по сравнению с данными, приведёнными в таблице, то есть:

$$b_1 = \begin{pmatrix} 14534604.1 \\ 1789219.2 \\ 16614551.2 \end{pmatrix}.$$

Введя исходные и запланированные данные в созданную программу, получим следующий результат:

$$x = \begin{pmatrix} 15140927.37 \\ 2526469.99 \\ 17434426.7 \end{pmatrix},$$

$$y = (2287246.1)$$

Таким образом, к концу 2023 г. АО Агрокомбинат «Южный», чтобы удовлетворить запланированный конечный спрос, должен будет произвести валовую продукцию:

– секции «Огурец зимне-весенний», равную 15140927,37 тыс. руб.,

– секции «Огурец осенний», равную 2526469,99 тыс. руб.,

– секции «Томаты» – 17434426,7 тыс. руб.,

– производственные отходы составят 2287246,1 тыс. руб.

Заключение

Таким образом, была разработана методика неотрицательного решения балансовой модели, учитывающей производственные отходы. По её результатам была создана программа, проверяющая, является ли решение модели устойчивой или нет к погрешностям исходных данных и к погрешностям, возникающим из-за её большой размерности и выбрать метод решения модели относительно полученного результата. С помощью созданной программы найдено неотрицательное решение разработанной балансовой модели АО Агрокомбинат «Южный». Результаты исследования были переданы АО Агрокомбинат «Южный».

Список литературы

1. Стаховский В.А., Зенкин А.А., Павлова М.Н., Капц И.В. Модели, описанные моделью Леонтьева – Форда // Наука и современность: материалы Региональной научно-практической конференции. Политехнический институт (филиал) ДГТУ в г. Таганроге (Таганрог, 20–23 ноября 2018 г.). Таганрог: Общество с ограниченной ответственностью «ЭльДирект», 2018. С. 96–98.

2. Шевченко А.С. Численные методы: учебное пособие. М.: ИНФРА-М, 2022. 381 с.

3. Сумин М.И. Метод регуляризации А.Н. Тихонова для решения операторных уравнений первого рода: учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2016. 56 с.

4. Асхакова Ф.Х. Анализ балансовой модели закрытого акционерного общества «Карачаевский пивзавод» методом регуляризации // Гуманитарные и социально-экономические науки. 2014. № 5 (78). С. 145–148.

5. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач: учебное пособие для вузов. 3-е изд., испр. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1986. 288 с.