

СТАТЬИ

УДК 338.27

SVAR-МОДЕЛИ: МОДЕЛИРОВАНИЕ В ПРОГРАММНОЙ СРЕДЕ R**Бабешко Л.О.***ФГБОУ ВО «Финансовый университет при Правительстве РФ», Москва,
e-mail: LBabeshko@fa.ru*

Данная статья посвящена вопросам реализации алгоритмов моделей структурной векторной авторегрессии (SVAR) в программной среде R. Основным назначением моделей векторной авторегрессии является оперативный анализ реакции основных макроэкономических переменных на шоки. Модели SVAR решают проблему моделей векторной авторегрессии, связанную с трудностью интерпретации функции импульсных откликов из-за отсутствия структурных или идентификационных ограничений на параметры модели. Модели структурной векторной авторегрессии позволяют строить сценарные прогнозы макроэкономических показателей в зависимости от экзогенных и целевых значений эндогенных переменных модели. В качестве идентифицирующих ограничений в моделях структурной векторной авторегрессии используются: ограничения на параметры одного уравнения (условия нормализации); ограничения на параметры нескольких структурных уравнений (например, выбор рекурсивной спецификации системы уравнений); ограничения на структуру автоковариационной матрицы возмущений (например, ортогональность возмущений). Рассматриваются три типа моделей SVAR: A-модель – ограничения накладываются на матрицу B (матрицу зависимости между структурными шоками); B-модель – ограничения накладываются на матрицу A (матрицу коэффициентов перед вектором текущих значений эндогенных переменных); AB-модель – ограничения накладываются на обе матрицы. В работе рассматривается оценка параметров A-модели. В качестве программной среды для оценки и исследования моделей структурной векторной авторегрессии в работе выбран язык R, широко применяемый в эконометрике.

Ключевые слова: модели векторной авторегрессии, модели структурной векторной авторегрессии, ограничения, макроэкономические показатели, прогнозы

SVAR-MODELS: SIMULATION IN THE SOFTWARE ENVIRONMENT R**Babeshko L.O.***The Financial University under the Government of the Russian Federation,
Moscow, e-mail: LBabeshko@fa.ru*

This article is devoted to the implementation of algorithms for structural vector autoregressive (SVAR) models in the software environment R. The main purpose of vector autoregression models is the operational analysis of the reaction of the main macroeconomic variables to shocks. SVAR models solve the problem of vector autoregression models associated with the difficulty of interpreting the impulse response function due to the absence of structural or identification constraints on the model parameters. Structural vector autoregression models allow building scenario forecasts of macroeconomic indicators depending on the exogenous and target values of the endogenous variables of the model. The following are used as identifying constraints in the structural vector autoregression models: constraints on the parameters of one equation (normalization conditions); restrictions on the parameters of several structural equations (for example, the choice of a recursive specification of a system of equations); restrictions on the structure of the autocovariance matrix of perturbations (for example, orthogonality of perturbations). Three types of SVAR models are considered: A-model – restrictions are imposed on the matrix B (the matrix of dependence between structural shocks); B-model – constraints are imposed on the matrix A (the matrix of coefficients in front of the vector of the current values of endogenous variables); AB-model – constraints are imposed on both matrices. The paper considers the estimation of the parameters of the A-model. The language R, widely used in econometrics, is chosen as a software environment for evaluating and researching models of structural vector autoregression.

Keywords: vector autoregression models, structural vector autoregressive models, restrictions, macroeconomic indicators, forecasts

Достоинством моделей векторной авторегрессии является простота их использования, точность прогнозов, сопоставимая с точностью сложных макроэкономических моделей, отсутствие каких-либо структурных или идентификационных ограничений на параметры. Однако последняя их особенность приводит к слабой экономической обоснованности и проблеме сверхпараметризации. Проблема сверхпараметризации может быть решена при помощи байесовского подхода, применительно к модели VAR. А проблема интерпретации функций импульсных откликов, получае-

мых на основе VAR(p)-моделей, решается переходом к моделям структурной векторной авторегрессии (SVAR). При построении таких моделей на шоки векторной авторегрессии структурной формы VAR накладываются ограничения по аналогии с моделями систем одновременных уравнений (COU), что и позволяет получить функции импульсных откликов, имеющие экономическое обоснование [1, 2]. В последние десятилетия модели SVAR используются как стандартная и универсальная процедура, явно учитывающая взаимосвязи между переменными и повышающая точность

и надёжность оценок по сравнению с моделями VAR [3].

Основная цель данной работы состоит в сравнительном анализе результатов оценивания макроэкономических показателей в рамках современных модификаций моделей векторной авторегрессии, нашедших широкое применение в практике краткосрочного прогнозирования: классической модели векторной авторегрессии (VAR) (модель без ограничений на параметры), байесовской модели векторной авторегрессии ($BVAR$) (модель с ограничениями на параметры) и модели структурной векторной авторегрессии ($SVAR$) (модель с ограничениями на параметры). В качестве показателя эффективности рассматривается стандартная ошибка модели. Результаты оценивания моделей VAR и $BVAR$ с применением программной среды R приведены в работе [4]. В данной статье уделяется внимание моделям $SVAR$ и реализации их алгоритмов оценивания и анализа в программной среде R .

Спецификация и идентификация моделей $SVAR$

Структурная форма VAR (как и рекурсивная) учитывает в явном виде одновременные взаимодействия между элементами вектора переменных модели добавлением к правой части спецификации члена, относящегося к текущему моменту времени. Для идентифицируемости матрицы коэффициентов этого члена вводятся некоторые ограничения: в рекурсивной VAR – это механическая процедура, учитывающая порядок включения переменных в спецификацию, в структурной форме VAR для задания порядка одновременных связей между переменными используются предпосылки экономической теории. Спецификация модели $SVAR(p)$, как модификация модели $VAR(p)$ приведенной формы,

$$y_t = A_0 + A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + \dots + A_p y_{t-p} + u_t, \quad (1)$$

принимает вид

$$A y_t = A_0^* + A_1^* y_{t-1} + A_2^* y_{t-2} + \dots + A_p^* y_{t-p} + B \varepsilon_t, \quad (2)$$

где ошибки структурной формы ε_t – вектор ненаблюдаемых структурных шоков (белый шум) с автоковариационной матрицей Σ_ε , B – матрица зависимости между структурными шоками, u_t – вектор остатков приведенной $VAR(p)$ -модели не имеющий экономической интерпретации,

$$u_t = A^{-1} B \varepsilon_t, \quad (3)$$

с автоковариационной матрицей

$$\Sigma_u = A^{-1} B \Sigma_\varepsilon B' A^{-1'}. \quad (4)$$

Взаимосвязь структурных и приведенных параметров модели выполняется по правилу:

$$A_i = A^{-1} A_i^*, \quad i = 1, \dots, p,$$

где A_i – $(m \times m)$ -матрица приведенных параметров с единицами на главной диагонали, A_i^* – $(m \times m)$ -матрица структурных параметров. Спецификация $VAR(p)$ -модели в форме бесконечного векторного скользящего среднего (представление Вольда):

$$y_t = A^{-1}(L) A_0^* + A^{-1}(L) u_t,$$

где

$$A(L) = I_m - A_1 L - A_2 L^2 - \dots - A_p L^p$$

– оператор авторегрессии порядка p , используется при анализе эффектов влияния шоковых воздействий одних переменных на другие, однако динамические отклики не обладают экономическим смыслом. Учитывая взаимосвязь (3) между приведенными и структурными шоками, можно получить информацию о структурных шоках, с учетом ограничений, накладываемых в рамках модели $SVAR$ на приведенные шоки. Таким образом, $SVAR$ -модель может быть использована, как и модель VAR , для исследования влияния шоков путем наложения ограничений на матрицы A и/или B в модели (2).

В качестве идентифицирующих ограничений используются: ограничения на параметры одного уравнения (условия нормализации); ограничения на параметры нескольких структурных уравнений (например, выбор рекурсивной спецификации системы уравнений); ограничения на структуру автоковариационной матрицы возмущений (например, ортогональность возмущений). В $SVAR$ рассматриваются три типа моделей: A -модель – ограничения накладываются на матрицу B ($B = I_m$), с минимальным для идентификации числом ограничений – $m(m-1)/2$; B -модель – ограничения накладываются на матрицу A ($A = I_m$), с минимальным для идентификации числом ограничений – $m(m-1)/2$; AB -модель – ограничения могут быть наложены на обе матрицы (минимальное количество ограничений для идентификации составляет $m^2 + m(m-1)/2$), где I – единичная матрица, m – число эндогенных переменных модели.

Модель *SVAR* – оценивается методом максимального правдоподобия с функцией правдоподобия вида [5]:

$$\ln L_c(A, B) = const + \frac{T}{2} \ln |A^2| - \frac{T}{2} \ln |B^2| - \frac{T}{2} tr(A' B^{-1} B^{-1} A \hat{\Sigma}_u), \quad (5)$$

где $\hat{\Sigma}_u$ – оценка автоковариационной матрицы остатков приведенной модели *VAR(p)*. При формировании целевой функции метода, к функции правдоподобия (5) добавляются ограничения на структурные параметры.

Для тестирования сверхидентифицируемости ограничений на структурные параметры используется тест отношения правдоподобия:

$$LR = T \left(\ln |\tilde{\Sigma}_u| - \ln |\hat{\Sigma}_u| \right) \sim \chi^2(K), \quad (6)$$

где $\tilde{\Sigma}_u$ – оценка автоковариационной матрицы вектора возмущений модели *SVAR* без ограничений на параметры, $\hat{\Sigma}_u$ – оценка автоковариационной матрицы вектора возмущений модели *SVAR* с ограничениями на структурные параметры, K – число ограничений на структурные параметры.

SVAR(p)-модели в программной среде R

В программной среде *R* в пакете *vars* для оценки модели *SVAR* используются два метода. Первый метод применяет функцию *optim()* для прямой минимизации отрицательной функции логарифмического правдоподобия (5), тогда как второй метод использует алгоритм оценки *scoring*, предложенный в работе [6]. Для выбора метода (аргумент «*estmethod*» в функции *SVAR()*) используются параметры: «*direct*» или «*scoring*» соответственно. Первый аргумент в функции *SVAR()* должен быть объектом класса *varest* (оцениваемый при помощи функции *VAR()* пакета *vars*). Выбор *A*-, *B*- или *AB*-модели определяется параметрами: *Amat* и *Bmat* соответственно. Если оценивается *A*-модель, то задаются параметры *Amat*, *Bmat* = *NULL* (в этом случае *Bmat* приравнивается к единичной матрице, размером $m \times m$). Если оценивается *B*-модель, то задаются параметры *Bmat*, *Amat* = *NULL* (в этом случае *Amat* приравнивается к единичной матрице, размером $m \times m$). В зависимости от выбранной модели, в качестве выходной информации в протоколе приводятся элементы матрицы *A* и их стандартные ошибки *Ase*, элементы матрицы *B* и их стандартные ошибки *Bse*.

При использовании метода *estmethod* = «*direct*» стандартные ошибки возвращаются только в том случае, если в функции *SVAR()* указать параметр *hessian* = *TRUE*. Возвращенный элемент *Sigma.U* представляет собой оценку автоковариационной

матрицы приведенной формы (4), умноженную на 100: $\Sigma_u = A^{-1} B B' A^{-1'} \times 100$. Эта оценочная матрица соответствует аналогу матрицы в приведенной форме только в том случае, если *SVAR*-модель точно идентифицируема.

Функция *summary(svar.A)* формирует протокол, включающий: название функции с параметрами; тип модели; размер выборки; значение логарифмической функции правдоподобия; метод оценки параметров; количество итераций; статистику теста отношения правдоподобия на значимость ограничений на структурные параметры *SVAR* модели; оценку элементов матрицы *A*; оценку стандартных ошибок элементов матрицы *A*; элементы матрицы *B*; оценку автоковариационной матрицы вектора возмущений приведенной формы, умноженную на 100.

Для анализа причин и эффектов влияния одних переменных на другие в *VAR*-моделях используется функция импульсного отклика. В случае если элементы вектора возмущений u_t коррелированы, шоки оказывают не изолированные воздействия на выбранные переменные, а влияют на все другие элементы вектора эндогенных переменных модели. Возникают затруднения с интерпретацией данных функций. Для преодоления этой проблемы в эконометрических пакетах применяется ортогональная функция импульсного отклика. Для построения функции импульсной отдачи в *R* используется функция *irf()* пакета *vars* с основными параметрами: *varfit* – объект, сформированный при помощи функции *VAR()*; *impulse* – импульс – переменная, воздействие которой изучается; *response* – отклик – переменная, на которую оказывается воздействие; Вычисление ортогонализированных или кумулятивных функций импульсного отклика задается параметрами *ortho* и *cumulative* соответственно. Длина импульсных откликов устанавливается параметром *n.ahead*, по умолчанию принимаемым 10 периодам упреждения.

В программной среде *R* имеется возможность вычисления функций импульсного отклика не только для объектов класса *varest* (в рамках моделей *VAR*), но также и для объектов класса *svarest* (в рамках моделей *SVAR*) с одним и тем же набором аргументов, за исключением параметра *ortho*, который необходим для решения проблемы интерпретации результатов значений функций импульсного отклика в моделях *VAR()*.

Таблица 1

Годовые значения макроэкономических показателей

№	год	Y	X	№	год	Y	X
1	1991	0,9	0,5	16	2006	17809,7	5698,8
2	1992	9,2	6,6	17	2007	21968,6	8034,1
3	1993	106,8	46,3	18	2008	27543,5	10526,1
4	1994	422,1	156	19	2009	29269,6	7344,8
5	1995	1016,6	363,4	20	2010	32514,6	10472,7
6	1996	1435,9	475,2	21	2011	40883,8	14584,1
7	1997	1776,1	514,8	22	2012	47273,4	16721,9
8	1998	2003,8	393,5	23	2013	52433,6	16985
9	1999	3285,7	715,3	24	2014	56735,9	17695,5
10	2000	4476,8	1365,7	25	2015	58531,1	18402,8
11	2001	5886,8	1963,1	26	2016	61398,5	19773,4
12	2002	7484,1	2169,3	27	2017	65289,5	21681,2
13	2003	9058,7	2755,1	28	2018	70147,5	22996,2
14	2004	11477,9	3558,9	29	2019	75578,5	25427,6
15	2005	14438,2	4338,7				

SVAR(p)-модель: оценка на эмпирических данных

Для построения модели *SVAR* воспользуемся данными макроэкономических показателей: расходы на конечное потребление (*Y*) и валовое накопление (*X*) в РФ. В табл. 1 приводятся годовые данные показателей за период с 1991 по 2019 г. включительно (в млрд руб.) [7].

Макроэкономические ряды *Y* и *X* нестационарны. Поэтому в качестве первичной обработки они были подвергнуты логарифмированию и вычислению разностей первого порядка. Преобразованные переменные *y* и *x*, практически показывающие процентное изменение динамики исходных показателей, являются стационарными и используются в качестве исходных переменных при построении модели *VAR*. По данным табл. 1 была оценена модель *VAR(2)* [4]:

$$\begin{cases} \hat{y}_t = 0,076 + 0,706 \cdot y_{t-1} - 0,164 \cdot x_{t-1} + 0,105 \cdot y_{t-2} - 0,145 \cdot x_{t-2}, R^2 = 0,901, \\ \hat{x}_t = 0,090 + 0,944 \cdot y_{t-1} - 0,234 \cdot x_{t-1} + 0,287 \cdot y_{t-2} - 0,541 \cdot x_{t-2}, R^2 = 0,660. \end{cases} \quad (8)$$

Для оценки структурных параметров модели *SVAR(2)* воспользуемся функцией *SVAR()* пакета *vars* и оценим параметры *A*-модели. Для оценки параметров модели выберем первый метод – метод прямой минимизации отрицательной функции логарифмического правдоподобия, задавая в качестве аргумента функции *SVAR()*: *estmethod = «direct»*.

В табл. 2 приводятся результаты оценивания структурных параметров – элементы матрицы *A* и их стандартные ошибки.

Оценки параметров статистически значимы. Нулевая гипотеза о сверхидентифицируемости ограничений на структурные параметры отклоняется (тест отношения правдоподобия (6)),

$$LR = 21 > LR_{\alpha=0,05} = 3,84.$$

Таблица 2

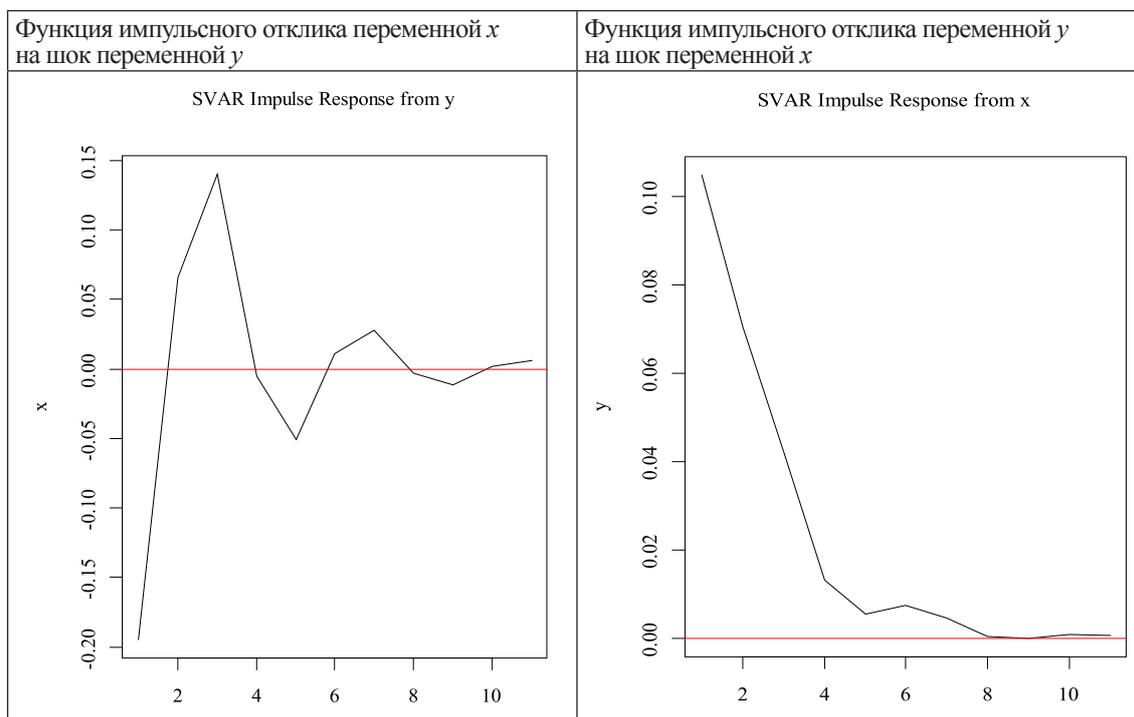
SVAR A-модель: оценки параметров

Переменные	<i>y</i>	<i>x</i>
<i>y</i>	1.000	-5,026 (0,695)
<i>x</i>	9,340 (1,364)	1.000

В табл. 3 представлены графики функций импульсного отклика переменных модели *SVAR*, построенные в программной среде *R* при помощи функции *plot(irf.svarA)*, основным параметром которой является результат оценивания функции *irf()* импульсной отдачи.

Таблица 3

Графики функции импульсного отклика



Следует отметить, что шок в динамике переменной y (процентное изменение расходов на конечное потребление) вызывает резкое возрастание переменной x (процентное изменение валового накопления), а затем затухание. Шок в динамике переменной x (процентное изменение валового накопления) вызывает резкое уменьшение переменной y (процентное изменение расходов на конечное потребление), а затем затухание.

Заключение

В табл. 4 приводятся стандартные ошибки моделей $VAR(2)$, $BVAR(2)$ и $SVAR(2)$, включающих две переменные.

Таблица 4
Стандартные ошибки моделей VAR , $BVAR$ и $SVAR$

Стандартные ошибки	$BVAR$	VAR	$SVAR$
s_y	0,005	0,098	0,107
s_x	0,017	0,204	0,196

Из табл. 4 следует, что для оцененных моделей стандартные ошибки $SVAR(2)$

сопоставимы со стандартными ошибками $VAR(2)$, стандартные ошибки модели $BVAR(2)$ на порядок точнее. Такой результат объясняется малым объемом выборочных данных, на котором очевидны преимущества байесовского оценивания.

Список литературы

1. Пелипась И., Шиманович Г., Кирхнер Р. Международные связи и внешние шоки: опыт использования различных спецификаций глобальной VAR для Беларуси // Аналитические записки исследовательского центра ИПМ. 2016. № 2. 31 с.
2. Суханова Е.И., Ширнаева С.Ю. Прогнозирование показателей стабилизационных процессов экономики России на основе моделей векторной авторегрессии // Фундаментальные исследования. 2014. № 9–7. С. 1590–1595.
3. Вотиков А.И. VAR-подход к оценке эффективности мер фискального стимулирования экономики // Финансовый журнал. 2017. № 6. С. 64–74.
4. Бабешко Л.О. VAR-моделирование в программной среде R // Фундаментальные исследования. 2021. № 3. С. 7–11.
5. Pfaff B. Analysis of Integrated and Cointegrated Time Series with R. Springer. 2008. 189 p.
6. Amisano G., Giannini C. Topics in Structural VAR Econometrics, 2nd end. Springer. 1997. P. 48–59.
7. Единый архив экономических и социологических данных (ЕФЭСД), НИУ ВШЭ [Электронный ресурс]. URL: <http://sophist.hse.ru> (дата обращения: 27.03.2021).