УДК 336.645.1:519.814

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНВЕСТИЦИЙ С УЧЕТОМ ВАРИАТИВНОСТИ РАЗВИТИЯ СОБЫТИЙ

Михалева М.Ю.

ФГБОУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации», Москва, e-mail: MMikhaleva@fa.ru

В статье изложены подходы к анализу эффективности распределения инвестиций на основе ряда критериев оптимальности. Базовой моделью задачи является игра с природой, позволяющая оценивать исходы альтернативных решений с учетом вариативности развития событий. Выбор оптимального инвестиционного решения осуществляется на основе критериев Байеса, Лапласа, Ходжа – Лемана, Гермейера и их модификаций. Исходы инвестиционных решений анализируются с точки зрения возможных выигрышей и с точки зрения сопутствующих рисков. Оптимальные решения, основанные на оценке выигрышей, конфликтуют с решениями, основанными на оценке рисков. Многокритериальный подход позволяет получить взвешенные решения относительно выигрышей и рисков с учетом субъективных предпочтений лица, ответственного за принятие решения (ЛПР). Для многокритериального оценивания альтернативных решений используются критерий идеальной точки, синтетические критерии оптимальности и др. Анализируется зависимость оптимального выбора от характера восприятия ЛПР информации об исходах развития событий и от отношения ЛПР к риску. Представленные в статье подходы к сравнительной оценке альтернатив могут быть использованы специалистами-практиками для разработки методики оптимального выбора в рамках модели игры с природой. Для удобства изложения материала в статье используется числовой пример.

Ключевые слова: игра с природой, критерии оптимальности, многокритериальный анализ, инвестиции

MULTI-CRITERIA ANALYSIS OF THE OPTIMAL INVESTMENT DISTRIBUTION PROBLEM TAKING INTO ACCOUNT THE VARIABILITY OF EVENTS

Mikhaleva M.Yu.

Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, e-mail: MMikhaleva@fa.ru

The article describes approaches to analyzing the efficiency of investment distribution based on a number of optimality criteria. The basic model of the problem is a game with nature, which allows us to evaluate the outcomes of alternative solutions, taking into account the variability of events. The choice of an optimal investment solution is based on the criteria of Bayes, Laplace, Hodges-Lehmann, Germeyer and their modifications. The outcomes of investment decisions are analyzed in terms of possible gains and associated risks. Optimal decisions based on the assessment of winnings conflict with decisions based on the assessment of risks. A multi-criteria approach allows you to make informed decisions about winnings and risks, taking into account the subjective preferences of the person responsible for making the decision. For multi-criteria evaluation of alternative solutions, the ideal point criterion, synthetic optimality criteria, etc. are used. The dependence of the optimal choice on the nature of the LPR's perception of information about the outcomes of events and on the LPR's attitude to risk is analyzed. The approaches to comparative evaluation of alternatives presented in the article can be used by practitioners to develop a method of optimal choice in the framework of a model of playing with nature. For ease of presentation, the article uses a numerical example.

Keywords: game with nature, optimality criteria, multi-criteria analysis, investment

Оценка инвестиционных альтернатив и выбор оптимального инвестиционного решения проводится с учетом вариативности развития событий, многокритериальности оптимума и субъективных предпочтений лица, принимающего решение (ЛПР). Реализовать подобный подход к анализу инвестиционных решений позволяет модель игры с природой. Под природой понимается объективная действительность, внешняя среда, окружающая задачу принятия решений.

Формально игра с природой определяется следующим образом.

Множество $S_П = \{П_1, П_2,\ldots, П_n\}$ состояний природы формируется на основе анализа возможных сценариев развития событий. В любой момент времени природа может находиться только в одном из n состояний $П_1, П_2,\ldots, П_n$. Состояния природы, или сценарии, образуют полную группу событий, поэтому соответствующие им вероятности $Q = (q_1, q_2,\ldots, q_n)$ в сумме дают единицу:

$$\sum_{j=1}^{n} q_{ij} = 1. \qquad (1)$$

Результаты реализации решений игрока (ЛПР) при различных состояниях природы задают платежную матрицу игры V:

$$V = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & \cdots & v_{1n} \\ v_{21} & v_{22} & \cdots & v_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ v_{m1} & v_{m2} & \cdots & v_{mn} \end{bmatrix}. \qquad (2)$$

Матрица V может иметь смысл матрицы выигрышей или матрицы проигрышей в зависимости от условий задачи. Элемент матрицы v_{ij} – это результат реализации i-й стратегии (i-го решения) A_i игрока при j-м состоянии $П_j$ природы.

Исходная матрица игры может быть преобразована в матрицу рисков:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{m1} & r_{m2} & \dots & r_{mn} \end{bmatrix}. \qquad (3)$$

Для построения матрицы рисков используются показатели благоприятности состояний природы. Показателем благоприятности состояния $П_j$ природы называется соответствующий этому состоянию максимальный выигрыш ЛПР (наибольший элемент в j-м столбце матрицы V игры):

$$\beta_j = \max_{1 \le i \le m} v_{ij}, j = 1, 2, \dots, n. \qquad (4)$$

Если платежная матрица игры представляет собой матрицу проигрышей, показатель благоприятности j-го состояния природы рассчитывается по формуле:

$$\beta_j = \min_{1 \le i \le m} v_{ij}, j = 1, 2, \dots, n. \qquad (5)$$

Риском r_{ij} игрока при выборе им стратегии A_i в условиях состояния природы $П_j$ называется расхождение между показателем благоприятности β_j состояния природы $П_j$ и фактическим выигрышем v_{ij}. Другими словами, это разность между выигрышем, который игрок получил бы, выбрав лучшую стратегию, если бы знал заранее, что природа примет состояние $П_j$, и выигрышем, который он получит, выбрав стратегию A_i при этом же состоянии $П_j$.

Величина риска по матрице выигрышей рассчитывается по формуле:

$$r_{ij} = \beta_j - v_{ij}. \qquad (6)$$

Величина риска по матрице проигрышей:

$$r_{ij} = v_{ij} - \beta_j. \qquad (7)$$

Ситуация, когда известны вероятности состояний природы, называется ситуацией принятия решений в условиях риска.

Подробному изложению критериев оптимальности принятия решений и их теоретическому обоснованию посвящена монография Л.Г. Лабскера [1], внесшего значительный вклад в развитие теории игр и развитие теории принятия оптимальных решений. В данной статье рассматриваются некоторые примеры критериев оптимальности, учитывающих информацию о различных исходах развития событий. При этом исходы анализируются и с точки зрения возможных выигрышей, и с точки зрения рисков.

Для решения задачи оптимального распределения инвестиций используются критерии Байеса, Лапласа, Ходжа – Лемана, Гермейера и их модификации. Следует отметить, что данный перечень не исчерпывает возможные подходы к оценке эффективности решений в рамках игры с природой. Могут быть применены и другие критерии оптимальности, общая схема конструирования которых представлена в работе [1, с. 642–658]. Игры с природой и соответствующие им критерии оптимальности применяются для решения самых разнообразных финансово-экономических задач принятия решений: оптимальный выбор корпоративного заемщика [2], оптимальный выбор в индустрии моды [3], оптимизация деятельности фармацевтической фирмы [4], выбор эмитента для финансовых инвестиций [5] и многие другие прикладные задачи.

Целью настоящего исследования является анализ задачи распределения инвестиций с применением комбинированных критериев оптимальности относительно выигрышей и рисков. Применяемые методы исследования – формализация и математизация проблемы многокритериального выбора с учетом субъективных предпочтений ЛПР, в условиях вариативности развития событий. Материал статьи может быть использован в качестве основы для разработки методики многокритериального и многофакторного анализа инвестиционных альтернатив. Для удобства изложения в статье рассматривается задача с числовыми исходными данными.

Постановка задачи

Потенциальный инвестор располагает денежной суммой $M = 120$, которую намерен полностью вложить в одну компанию (публичное акционерное общество), распределив оптимальным образом инвестиции между инвестиционным проектом, в котором заинтересован, и акциями компании. В качестве возможных долей α_i, $i = 1,2,\dots,6$, участия в проекте инвестор рассматривает следующие варианты, представленные в табл. 1.

Таблица 1

Варианты долевого участия в инвестиционном проекте

Доля α_i	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
	1	0.75	0.5	0.3	0.1	0

Остаток денежных средств инвестор вкладывает в акции этой же компании.

Таблица 2

Оценки вероятностей благоприятного и неблагоприятного проявления факторов

Фактор, F_i	Вероятность благоприятного проявления фактора, p_{i1}	Вероятность неблагоприятного проявления фактора, p_{i0}
F_1 (уровень спроса на продукцию)	$p_{11} = 0.9$ (достаточный для успешной реализации проекта уровень спроса)	$p_{10} = 0.1$ (недостаточный для успешной реализации проекта уровень спроса)
F_2 (знания и опыт менеджеров)	$p_{21} = 0.75$ (знания и опыт менеджеров соответствуют сложности бизнес-ситуации)	$p_{20} = 0.25$ (знания и опыт менеджеров не соответствуют сложности бизнес-ситуации)
F_3 (инфляционные ожидания)	$p_{31} = 0.40$ (приемлемый для успешной реализации бизнес-идеи уровень инфляции)	$p_{30} = 0.60$ (неприемлемый для успешной реализации бизнес-идеи уровень инфляции)
F_4 (трансакционные издержки)	$p_{41} = 0.60$ (приемлемый для успешной реализации бизнес-идеи уровень трансакционных издержек)	$p_{40} = 0.40$ (неприемлемый для успешной реализации бизнес-идеи уровень трансакционных издержек)

В качестве факторов, определяющих выбор доли участия в проекте, инвестор рассматривает уровень спроса на продукцию (F_1), знания и опыт управляющей команды (F_2), инфляционные ожидания (F_3) и трансакционные издержки (F_4). Известно, что вероятность достаточного для успешной реализации проекта спроса на продукцию составляет 90 %. Доверие к знаниям и опыту управляющей команды инвесторы оценивают на уровне 75 %. Инфляционные ожидания и трансакционные издержки позволят успешно реализовать проект с вероятностью соответственно 40 % и 60 %. Далее будем предполагать, что, если i-й фактор проявит себя благоприятно, соответствующая переменная $F_i = 1$, иначе $F_i = 0$, $i = 1, 2, 3, 4$. Вероятность благоприятного проявления i-го фактора обозначим символом p_{i1}, вероятность неблагоприятного проявления i-го фактора обозначим символом p_{i0}, $i = 1, 2, 3, 4$. Для вероятностей p_{i1} и p_{i0} выполняется условие $p_{i1} + p_{i0} = 1$, $i = 1, 2, 3, 4$, так как случайная величина F_i принимает только два значения: единица и ноль, исходя из вышеизложенного предположения. Оценки вероятностей благоприятного и неблагоприятного проявления факторов приведены в табл. 2.

Различные комбинации благоприятного и неблагоприятного проявления факторов образуют $n = 2^4 = 16$ сценариев S_j, $j = 1, 2,\ldots, 16$ (табл. 3). Факторы F_i, $i = 1, 2, 3, 4$, проявляют себя независимо, поэтому вероятности q_j, $j = 1, 2,\ldots, 24$, реализации сценариев определим в соответствии с правилом умножения вероятностей независимых событий (табл. 3).

Таблица 3

Вероятности реализации сценариев развития событий

j	F_1	F_2	F_2	F_4	q_j
1	1	1	1	1	$q_1 = 0.9 \cdot 0.75 \cdot 0.4 \cdot 0.6 = 0.162$
2	1	1	1	0	$q_2 = 0.9 \cdot 0.75 \cdot 0.4 \cdot 0.4 = 0.108$
3	1	1	0	1	$q_3 = 0.9 \cdot 0.75 \cdot 0.6 \cdot 0.6 = 0.243$
4	1	0	1	1	$q_4 = 0.9 \cdot 0.25 \cdot 0.4 \cdot 0.6 = 0.054$
5	0	1	1	1	$q_5 = 0.1 \cdot 0.75 \cdot 0.4 \cdot 0.6 = 0.018$
6	1	1	0	0	$q_6 = 0.9 \cdot 0.75 \cdot 0.6 \cdot 0.4 = 0.162$
7	1	0	1	0	$q_7 = 0.9 \cdot 0.25 \cdot 0.4 \cdot 0.4 = 0.036$
8	1	0	0	1	$q_8 = 0.9 \cdot 0.25 \cdot 0.6 \cdot 0.6 = 0.081$
9	0	1	0	1	$q_9 = 0.1 \cdot 0.75 \cdot 0.6 \cdot 0.6 = 0.027$
10	0	1	1	0	$q_{10} = 0.1 \cdot 0.75 \cdot 0.4 \cdot 0.4 = 0.012$
11	0	0	1	1	$q_{11} = 0.1 \cdot 0.25 \cdot 0.4 \cdot 0.6 = 0.006$
12	1	0	0	0	$q_{12} = 0.9 \cdot 0.25 \cdot 0.6 \cdot 0.4 = 0.054$
13	0	1	0	0	$q_{13} = 0.1 \cdot 0.75 \cdot 0.6 \cdot 0.4 = 0.018$
14	0	0	1	0	$q_{14} = 0.1 \cdot 0.25 \cdot 0.4 \cdot 0.4 = 0.004$
15	0	0	0	1	$q_{15} = 0.1 \cdot 0.25 \cdot 0.6 \cdot 0.6 = 0.009$
16	0	0	0	0	$q_{16} = 0.1 \cdot 0.25 \cdot 0.6 \cdot 0.4 = 0.006$

В табл. 3 сценарии упорядочены по убыванию предпочтительности для инвестора. Предпочтительность сценария обусловлена ожидаемой отдачей от инвестиций. Будем предполагать, что оценки стоимости денежных потоков V, при 100 % финансировании проекта, инвестору известны для каждого варианта развития событий. Отдачу от финансовых инвестиций R инвестор связывает с качеством управляющей команды. Инвестор предполагает, что, если знания и опыт менеджеров окажутся достаточными для успешной реализации проекта, стоимость акций компании поднимается на 16 %, если недостаточными – стоимость акций понизится на 5 %. Прогнозные оценки V приведены в табл. 4.

Таблица 4

Ожидаемая отдача от инвестиций при различных сценариях развития событий

j	F_1	F_2	F_2	F_4	V_j, ден. ед.	R_j
1	1	1	1	1	180	+0.16
2	1	1	1	0	170	+0.16
3	1	1	0	1	165	+0.16
4	1	0	1	1	160	–0.05
5	0	1	1	1	155	+0.16
6	1	1	0	0	145	+0.16
7	1	0	1	0	140	–0.05
8	1	0	0	1	135	–0.05
9	0	1	0	1	130	+0.16
10	0	1	1	0	125	+0.16
11	0	0	1	1	120	–0.05
12	1	0	0	0	110	–0.05
13	0	1	0	0	105	+0.16
14	0	0	1	0	100	–0.05
15	0	0	0	1	95	–0.05
16	0	0	0	0	85	–0.05

Обозначим символом v_{ij} прибыль инвестора в ситуации выбора доли участия в проекте α_i в условиях сценария развития событий S_i. Соответствующая исходным данным формула расчета прибыли инвестора будет иметь вид

$$v_{ij} = \alpha_i \cdot \left(V_j - M\right) + \left(1 - \alpha_i\right) \cdot M \cdot R_j. \quad (8)$$

Соответствующая задаче матрица выигрышей (прибыли) инвестора примет вид (табл. 5).

Критерий Байеса относительно выигрышей и метод идеальной точки

Многокритериальный выбор варианта долевого участия определяется вектором показателей качества альтернативных инвестиционных решений α_i:

$$F_i = \left(B_i\left(Q\right), \sigma_i\left(Q\right)\right), \quad (9)$$

где $B_i\left(Q\right) = E\left(v_{ij}\right)$ – математическое ожидание случайной величины выигрыша инвестора в случае выбора им доли финансирования инвестиционного проекта α_i;

$$B_i\left(Q\right) = \sum_{j=1}^{16} v_{ij} \cdot q_j, i = 1, 2, \ldots, 6. \quad (10)$$

$\sigma_i(Q)$ – среднее квадратическое отклонение случайной величины выигрыша, которое характеризует разброс возможных значений выигрыша v_{ij} вокруг среднего ожидаемого значения $E(v_{ij})$, т.е. может использоваться в качестве меры риска при выборе варианта долевого участия α_i;

$Q = \left(q_1, q_2, \ldots, q_{16}\right)$ – вектор вероятностей сценариев развития событий.

Таблица 5

Выигрыши инвестора при различных сценариях развития событий

Матрица выигрышей инвестора			Сценарии развития событий															
			S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}	S_{16}
			R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	R_8	R_9	R_{10}	R_{11}	R_{12}	R_{13}	R_{14}	R_{15}	R_{16}
			0.16	0.16	0.16	-0.05	0.16	0.16	-0.05	-0.05	0.16	0.16	-0.05	-0.05	0.16	-0.05	-0.05	-0.05
			V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_9	V_{10}	V_{11}	V_{12}	V_{13}	V_{14}	V_{15}	V_{16}
			180	170	165	160	155	145	140	135	130	125	120	110	105	100	95	85
			q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	q_8	q_9	q_{10}	q_{11}	q_{12}	q_{13}	q_{14}	q_{15}	q_{16}
			0.162	0.108	0.243	0.054	0.018	0.162	0.036	0.081	0.027	0.012	0.006	0.054	0.018	0.004	0.009	0.006
Долевое участие	α_1	1.00	60	50	45	40	35	25	20	15	10	5	0	-10	-15	-20	-25	-35
	α_2	0.75	49.8	42.3	38.55	28.5	31.05	23.55	13.5	9.75	12.3	8.55	-1.5	-9	-6.45	-10.2	-20.25	-27.75
	α_3	0.50	39.6	34.6	32.1	17	27.1	22.1	7	4.5	14.6	12.1	-3	-8	2.1	-0.4	-15.5	-20.5
	α_4	0.30	31.44	28.44	26.94	7.8	23.94	20.94	1.8	0.3	16.44	14.94	-4.2	-7.2	8.94	7.44	-11.7	-14.7
	α_5	0.10	23.28	22.28	21.78	-1.4	20.78	19.78	-3.4	-3.9	18.28	17.78	-5.4	-6.4	15.78	15.28	-7.9	-8.9
	α_6	0.00	19.2	19.2	19.2	-6	19.2	19.2	-6	-6	19.2	19.2	-6	-6	19.2	19.2	-6	-6

Соответствующий вектору F_i показателей качества выбора α_i векторный критерий оптимальности имеет вид

$$\operatorname*{opt}_i F_i = \left(\max_i B_i(Q), \min_i \sigma_i(Q)\right). \quad (11)$$

Для поиска оптимального решения воспользуемся методом идеальной точки. Идеальная точка представляет собой пару

$$\left(B^* = \max_i B_i(Q); \sigma^* = \min_i \sigma_i(Q)\right). \quad (12)$$

Метод идеальной точки предполагает построение функции свертки

$$d_i(Q) = \sqrt{\left(B_i(Q) - B^*\right)^2 + \left(\sigma_i(Q) - \sigma^*\right)^2}, \quad (13)$$

значениями которой являются расстояния в пространстве векторных оценок от фактической альтернативы (конкретного варианта долевого участия) α_i до идеальной (утопической) альтернативы α^*, оценкой которой является пара (E^*, σ^*). Лучшим вариантом долевого участия α_{i^o} будет альтернатива, которая наиболее близка по своим характеристикам к идеальному варианту:

$$i^o = \arg\min_i d_i(Q). \quad (14)$$

Запишем результаты оценки эффективности вариантов долевого участия (табл. 6).

Таблица 6

Выбор лучшей альтернативы по методу идеальной точки

			$B_i(Q)$	$\sigma_i(Q)$	$d_i(Q)$
Долевое участие	α_1	1.00	33.84	21.68	10.82
	$\boldsymbol{\alpha_2}$	**0.75**	**28.63**	**17.91**	**8.77**
	α_3	0.50	23.42	14.58	11.06
	α_4	0.30	19.25	12.45	14.67
	α_5	0.10	15.08	11.12	18.75
	α_6	0.00	13.00	10.85	20.83
Идеальная точка			33.84	10.85	

На минимальном расстоянии от идеальной точки находится альтернатива

$$\alpha_2 = 0{,}75,$$

в соответствии с которой 75% капитала следует вложить в инвестиционный проект, 25% – в финансовые активы компании.

Синтетический критерий Байеса

Показатель эффективности по синтетическому критерию Байеса относительно выигрышей и рисков имеет вид

$$B_i^S(Q,\lambda) = \lambda \cdot \sum_{j=1}^{16} v_{ij} \cdot q_j - (1-\lambda) \cdot \sum_{j=1}^{16} r_{ij} \cdot q_j. \quad (15)$$

Лучшим вариантом долевого участия α_{i^o} будет альтернатива:

$$i^o = \arg\max_i B_i^S(Q,\lambda). \quad (16)$$

Расчет рисков r_{ij} в соответствии с формулой (6) представлен в табл. 9.

Параметр $\lambda \in [0; 1]$ имеет смысл показателя предпочтения выигрышей, который характеризует степень предпочтения ЛПР (значимость для ЛПР) выигрышей перед рисками при выборе решения.

Точное значение параметра λ ЛПР (инвестору) неизвестно, несмотря не субъективность его оценивания. Однако можно предположить, что ЛПР способен выбрать один их интервалов возможных значений λ, наиболее соответствующий его предпочтениям.

Таблица 7

Выбор лучшей альтернативы по синтетическому критерию Байеса

			$B_i(Q)$	$B_i^r(Q)$
Долевое участие	$\boldsymbol{\alpha_1}$	**1.00**	**33.84**	**1.75**
	α_2	0.75	28.63	6.96
	α_3	0.50	23.42	12.17
	α_4	0.30	19.25	16.34
	α_5	0.10	15.08	20.50
	α_6	0.00	13.00	22.59

Наилучшие оценки эффективности решений по критериям Байеса и относительно выигрышей $B_i(Q)$, и относительно рисков $B_i^r(Q)$ указывают на приоритетность альтернативы $\alpha_1 = 1$ (табл. 7). Это значит, что при любых весовых коэффициентах λ и $(1 - \lambda)$ лучшей альтернативной по синтетическому критерию Байеса будет $\alpha_1 = 1$.

Графическое представление альтернативных вариантов участия в инвестиционном проекте приведено на рис. 1. Данные для построения графиков содержатся в табл. 8.

На графике (рис. 1) хорошо видно, что альтернатива $\alpha_1 = 1$ является доминантой, т.е. доминирует над всеми другими альтернативами. Это значит, что по синтетическому критерию Байеса оптимальным решением является 100% финансирование инвестиционного проекта и отказ от приобретения финансовых активов для любого уровня значимости λ выигрышей и, соответственно, значимости (1 – λ) рисков при сравнительном анализе вариантов финансирования проекта.

Таблица 8

Эффективность вариантов долевого участия в инвестиционном проекте по синтетическому критерию Байеса

			Степень предпочтения выигрышей при оценке эффективности решений										
			0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
Долевое участие	α_1	1.00	-1.75	1.81	5.37	8.92	12.48	16.04	19.60	23.16	26.72	30.28	33.84
	α_2	0.75	-6.96	-3.40	0.16	3.72	7.27	10.83	14.39	17.95	21.51	25.07	28.63
	α_3	0.50	-12.17	-8.61	-5.05	-1.49	2.07	5.62	9.18	12.74	16.30	19.86	23.42
	α_4	0.30	-16.34	-12.78	-9.22	-5.66	-2.10	1.46	5.02	8.57	12.13	15.69	19.25
	α_5	0.10	-20.50	-16.94	-13.39	-9.83	-6.27	-2.71	0.85	4.41	7.97	11.53	15.08
	α_6	0.00	-22.59	-19.03	-15.47	-11.91	-8.35	-4.79	-1.23	2.32	5.88	9.44	13.00

Таблица 9

Возможные потери (риски) инвестора

Матрица рисков инвестора			Сценарии развития событий															
			S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}	S_{16}
			R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	R_8	R_9	R_{10}	R_{11}	R_{12}	R_{13}	R_{14}	R_{15}	R_{16}
			0.16	0.16	0.16	-0.05	0.16	0.16	-0.05	-0.05	0.16	0.16	-0.05	-0.05	0.16	-0.05	-0.05	-0.05
			V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_9	V_{10}	V_{11}	V_{12}	V_{13}	V_{14}	V_{15}	V_{16}
			180	170	165	160	155	145	140	135	130	125	120	110	105	100	95	85
			q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	q_8	q_9	q_{10}	q_{11}	q_{12}	q_{13}	q_{14}	q_{15}	q_{16}
			0.162	0.108	0.243	0.054	0.018	0.162	0.036	0.081	0.027	0.012	0.006	0.054	0.018	0.004	0.009	0.006
Долевое участие	α_1	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	9.20	14.20	0.00	4.00	34.20	39.20	19.00	29.00
	α_2	0.75	10.20	7.70	6.45	11.50	3.95	1.45	6.50	5.25	6.90	10.65	1.50	3.00	25.65	29.40	14.25	21.75
	α_3	0.50	20.40	15.40	12.90	23.00	7.90	2.90	13.00	10.50	4.60	7.10	3.00	2.00	17.10	19.60	9.50	14.50
	α_4	0.30	28.56	21.56	18.06	32.20	11.06	4.06	18.20	14.70	2.76	4.26	4.20	1.20	10.26	11.76	5.70	8.70
	α_5	0.10	36.72	27.72	23.22	41.40	14.22	5.22	23.40	18.90	0.92	1.42	5.40	0.40	3.42	3.92	1.90	2.90
	α_6	0.00	40.80	30.80	25.80	46.00	15.80	5.80	26.00	21.00	0.00	0.00	6.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

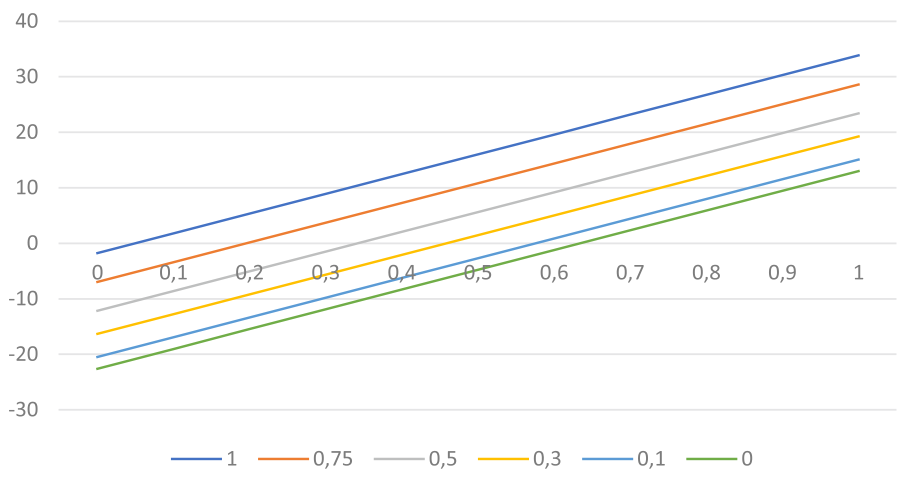

Рис. 1. Альтернативные варианты долевого участия по синтетическому критерию Байеса

Критерий Лапласа
и метод идеальной точки

Предположим теперь, что у ЛПР (инвестора) появились серьезные сомнения в достоверности предложенных ему оценок вероятностей благоприятной реализации факторов (табл. 2). При отсутствии достоверной информации о наступлении благоприятных или неблагоприятных событий у ЛПР нет оснований полагать, что одни события более вероятны, чем другие. Поэтому благоприятные и неблагоприятные события инвестор может рассматривать как равновероятные (табл. 10).

Таблица 10

Оценки вероятностей благоприятного и неблагоприятного проявления факторов в рамках критерия Лапласа принятия решений

Фактор, F_i	Вероятность благоприятного проявления фактора, p_{i1}	Вероятность неблагоприятного проявления фактора, p_{i0}
F_1 (уровень спроса на продукцию)	$p_{11} = 0.5$ (достаточный для успешной реализации проекта уровень спроса)	$p_{10} = 0.5$ (недостаточный для успешной реализации проекта уровень спроса)
F_2 (знания и опыт менеджеров)	$p_{21} = 0.5$ (знания и опыт менеджеров соответствуют сложности бизнес-ситуации)	$p_{20} = 0.5$ (знания и опыт менеджеров не соответствуют сложности бизнес-ситуации)
F_3 (инфляционные ожидания)	$p_{31} = 0.5$ (приемлемый для успешной реализации бизнес-идеи уровень инфляции)	$p_{30} = 0.5$ (неприемлемый для успешной реализации бизнес-идеи уровень инфляции)
F_4 (трансакционные издержки)	$p_{41} = 0.50$ (приемлемый для успешной реализации бизнес-идеи уровень трансакционных издержек)	$p_{40} = 0.50$ (неприемлемый для успешной реализации бизнес-идеи уровень трансакционных издержек)

В этом случае равновероятными окажутся и сценарии развития событий:

$Q =$

0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625	0.0625

Показатель эффективности по критерию Лапласа относительно выигрышей имеет вид

$$L_i = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^{n} v_{ij} = \frac{1}{16} \cdot \sum_{j=1}^{16} v_{ij}. \qquad (17)$$

Лучшая альтернатива α_{i^o} по критерию Лапласа:

$$i^o = \arg\max_i L_i. \qquad (18)$$

Результаты оценки эффективности вариантов долевого участия представлены в табл. 11.

Таблица 11

Выбор лучшей альтернативы по методу идеальной точки

			L_i	σ_i	d_i
Долевое участие	α_1	1.00	12.50	27.84	15.34
	α_2	0.75	11.42	22.24	9.79
	α_3	0.50	10.34	17.26	5.22
	$\boldsymbol{\alpha_4}$	**0.30**	**9.47**	**14.17**	**3.46**
	α_5	0.10	8.61	12.56	3.89
	α_6	0.00	8.18	12.50	4.33
Идеальная точка			12.50	12.50	

На минимальном расстоянии от идеальной точки находится альтернатива

$$\alpha_4 = 0{,}30,$$

в соответствии с которой 30 % капитала следует вложить в инвестиционный проект, 70 % – в финансовые активы компании.

Синтетический критерий Лапласа

Показатель эффективности по синтетическому критерию Лапласа относительно выигрышей и рисков имеет вид

$$L_i^S = \lambda \cdot L_i - (1-\lambda)\cdot L_i^r =$$

$$= \lambda \cdot \frac{1}{16} \cdot \sum_{j=1}^{16} v_{ij} - (1-\lambda)\cdot \frac{1}{16} \cdot \sum_{j=1}^{16} r_{ij}. \qquad (19)$$

Лучшим вариантом долевого участия α_{i^o} будет альтернатива:

$$i^o = \arg\max_i L_i^S. \qquad (20)$$

Параметр $\lambda \in [0;\ 1]$ характеризует значимость для инвестора выигрышей при выборе наилучшего инвестиционного решения. Соответственно, параметр $(1 - \lambda)$ характеризует значимость информации о рисках.

Таблица 12

Выбор лучшей альтернативы по синтетическому критерию Лапласа

			L_i	L_i^r
Долевое участие	$\boldsymbol{\alpha_1}$	**1.00**	**12.50**	**9.30**
	α_2	0.75	11.42	10.38
	α_3	0.50	10.34	11.46
	α_4	0.30	9.47	12.33
	α_5	0.10	8.61	13.19
	α_6	0.00	8.18	13.63

Наилучшие оценки эффективности решений по критериям Лапласа относительно выигрышей и относительно рисков указывают на приоритетность альтернативы $\alpha_1 = 1$ (табл. 12). Из этого следует, что при любых весовых коэффициентах λ и $(1 - \lambda)$ лучшей альтернативой по синтетическому критерию Лапласа будет $\alpha_1 = 1$.

Это значит, что по синтетическому критерию Лапласа оптимальным решением является 100 % финансирование инвестиционного проекта и отказ от приобретения финансовых активов при любых весовых коэффициентах выигрышей λ и рисков $(1 - \lambda)$.

Критерий Ходжа – Лемана относительно выигрышей

ЛПР, применяющий критерий Ходжа – Лемана, относится с неполным доверием к оценкам вероятностей возможных сценариев развития событий. Показатель доверия к вероятностному распределению возможных сценариев принимает значения в интервале от нуля до единицы:

$$\gamma \in [0;\ 1].$$

Эффективность долевого участия α_i по критерию Ходжа – Лемана оценивается по формуле

$$HL_i(Q,\gamma) = \gamma \cdot \sum_{j=1}^{16} v_{ij} \cdot q_j + (1-\gamma)\cdot \min_j v_{ij},$$

$$i = 1, 2, \ldots 6. \qquad (21)$$

Лучшим вариантом долевого участия α_{i^o} будет альтернатива:

$$i^o = \arg\max_i HL_i(Q,\gamma). \qquad (22)$$

Определить точное значение показателя доверия γ для ЛПР практически невозможно. Однако можно выделить интервалы значений показателя доверия, которым соответствуют различные оптимальные варианты решений. Найдем оценки эффективности вариантов долевого участия в инвестиционном проекте по критерию Ходжа – Лемана, перебирая все возможные значения параметра γ с шагом 0,1 (табл. 13).

Таблица 13

Эффективность вариантов долевого участия в инвестиционном проекте по критерию Ходжа – Лемана

			0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
Долевое участие	α_1	1.00	-35.0	-28.1	-21.2	-14.3	-7.5	-0.6	6.3	13.2	20.1	27.0	33.8
	α_2	0.75	-27.8	-22.1	-16.5	-10.8	-5.2	0.4	6.1	11.7	17.4	23.0	28.6
	α_3	0.50	-20.5	-16.1	-11.7	-7.3	-2.9	1.5	5.9	10.2	14.6	19.0	23.4
	α_4	0.30	-14.7	-11.3	-7.9	-4.5	-1.1	2.3	5.7	9.1	12.5	15.9	19.3
	α_5	0.10	-8.9	-6.5	-4.1	-1.7	0.7	3.1	5.5	7.9	10.3	12.7	15.1
	α_6	0.00	-6.0	-4.1	-2.2	-0.3	1.6	3.5	5.4	7.3	9.2	11.1	13.0

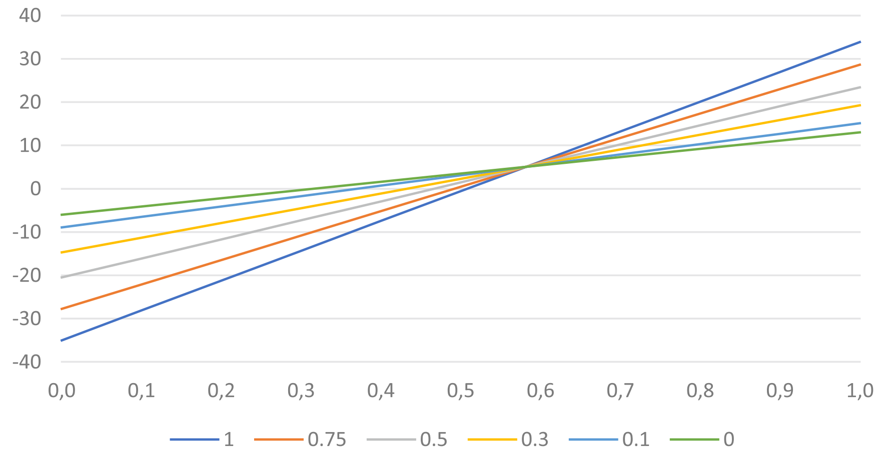

Рис. 2. Альтернативные варианты долевого участия по критерию Ходжа – Лемана

Для нахождения интервалов доверия к вероятностям сценариев представим графически оценки эффективности альтернативных вариантов долевого участия (рис. 2).

Верхняя огибающая отрезков на графике (рис. 2) соответствует максимальным выигрышам ЛПР при различных величинах степени доверия к распределению вероятностей сценариев развития событий. Точка пересечения отрезков, образующих верхнюю огибающую, находится из уравнения

$$\gamma\cdot\sum_{j=1}^{16} v_{1j}\cdot q_j+(1-\gamma)\cdot\min_j v_{1j}=$$

$$=\gamma\cdot\sum_{j=1}^{16} v_{6j}\cdot q_j+(1-\gamma)\cdot\min_j v_{6j}, \qquad (23)$$

$$\gamma\cdot 33{,}835+(1-\gamma)\cdot(-35)=\gamma\cdot 13+(1-\gamma)\cdot(-6)$$

$$\gamma=0{,}58.$$

Таким образом, согласно критерию Ходжа – Лемана лучшими решениями инвестора являются:

– отказ от финансирования инвестиционного проекта и приобретение финансовых активов компании $\alpha_6 = 0$ при $\gamma\in[0;\ 0{,}58]$;

– отказ от финансовых инвестиций и 100 % финансирование инвестиционного проекта $\alpha_1 = 1$ при $\gamma\in[0{,}58;\ 1]$.

При $\gamma = 0{,}58$ все альтернативные решения по критерию Ходжа – Лемана равноценны.

Синтетический критерий Гермейера оптимальности решений относительно выигрышей и рисков

Выбирая альтернативу α_i, инвестор получит выигрыш v_{ij}, если события будут развиваться по сценарию j. Вероятность этого сценария равна q_j. Соответственно, и выигрыш v_{ij} инвестор получит с вероятностью q_j.

При использовании критерия Гермейера количественной характеристикой выигрыша является величина $(v_{ij}\cdot q_j)$. Анализируя эффективность принятия решений, ЛПР сравнивает взвешенные выигрыши, учитывая вероятности их получения.

Из элементов $(v_{ij}\cdot q_j)$ формируется матрица Гермейера:

$$G=\begin{bmatrix} v_{11}\cdot q_1 & v_{12}\cdot q_2 & \dots & v_{1n}\cdot q_n\\ v_{21}\cdot q_1 & v_{22}\cdot q_2 & \dots & v_{2n}\cdot q_n\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ v_{m1}\cdot q_1 & v_{m2}\cdot q_2 & \dots & v_{mn}\cdot q_n\end{bmatrix}. \qquad (24)$$

В рассматриваемой задаче $m = 6$, $n = 16$.

Применяя критерий Гермейера относительно выигрышей, ЛПР оценивает эффективность G_i решения α_i по гарантированному взвешенному выигрышу, т.е.

$$G_i(Q)=\min_{1\le j\le 16}\left(v_{ij}\cdot q_j\right). \qquad (25)$$

Лучшим решением будет альтернатива α_{i^*} с наибольшим показателем эффективности:

$$i^{\circ}=\arg\max_i G_i(Q). \qquad (26)$$

Применение критерия Гермейера относительно рисков предполагает построение матрицы:

$$G=\begin{bmatrix} r_{11}\cdot q_1 & r_{12}\cdot q_2 & \dots & r_{1n}\cdot q_n\\ r_{21}\cdot q_1 & r_{22}\cdot q_2 & \dots & r_{2n}\cdot q_n\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ r_{m1}\cdot q_1 & r_{m2}\cdot q_2 & \dots & r_{mn}\cdot q_n\end{bmatrix}. \qquad (27)$$

Таблица 14

Матрица Гермейера задачи оптимального распределения инвестиций

Матрица Гермейера			Сценарии развития событий															
			S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}	S_{16}
			R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	R_8	R_9	R_{10}	R_{11}	R_{12}	R_{13}	R_{14}	R_{15}	R_{16}
			0.16	0.16	0.16	-0.05	0.16	0.16	-0.05	-0.05	0.16	0.16	-0.05	-0.05	0.16	-0.05	-0.05	-0.05
			V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_9	V_{10}	V_{11}	V_{12}	V_{13}	V_{14}	V_{15}	V_{16}
			180	170	165	160	155	145	140	135	130	125	120	110	105	100	95	85
			q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	q_8	q_9	q_{10}	q_{11}	q_{12}	q_{13}	q_{14}	q_{15}	q_{16}
			0.162	0.108	0.243	0.054	0.018	0.162	0.036	0.081	0.027	0.012	0.006	0.054	0.018	0.004	0.009	0.006
Матрица Гермейера относительно выигрышей																		
Долевое участие	α_1	1.00	9.72	5.40	10.94	2.16	0.63	4.05	0.72	1.22	0.27	0.06	0.00	-0.54	-0.27	-0.08	-0.23	-0.21
	α_2	0.75	8.07	4.57	9.37	1.54	0.56	3.82	0.49	0.79	0.33	0.10	-0.01	-0.49	-0.12	-0.04	-0.18	-0.17
	α_3	0.50	6.42	3.74	7.80	0.92	0.49	3.58	0.25	0.36	0.39	0.15	-0.02	-0.43	0.04	0.00	-0.14	-0.12
	α_4	0.30	5.09	3.07	6.55	0.42	0.43	3.39	0.06	0.02	0.44	0.18	-0.03	-0.39	0.16	0.03	-0.11	-0.09
	α_5	0.10	3.77	2.41	5.29	-0.08	0.37	3.20	-0.12	-0.32	0.49	0.21	-0.03	-0.35	0.28	0.06	-0.07	-0.05
	α_6	0.00	3.11	2.07	4.67	-0.32	0.35	3.11	-0.22	-0.49	0.52	0.23	-0.04	-0.32	0.35	0.08	-0.05	-0.04
Матрица Гермейера относительно рисков																		
Долевое участие	α_1	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.25	0.17	0.00	0.22	0.62	0.16	0.17	0.17	0.00
	α_2	0.75	0.83	1.57	0.62	0.07	0.23	0.23	0.43	0.19	0.13	0.01	0.16	0.46	0.12	0.13	0.13	0.83
	α_3	0.50	1.66	3.13	1.24	0.14	0.47	0.47	0.85	0.12	0.09	0.02	0.11	0.31	0.08	0.09	0.09	1.66
	α_4	0.30	2.33	4.39	1.74	0.20	0.66	0.66	1.19	0.07	0.05	0.03	0.06	0.18	0.05	0.05	0.05	2.33
	α_5	0.10	2.99	5.64	2.24	0.26	0.85	0.84	1.53	0.02	0.02	0.03	0.02	0.06	0.02	0.02	0.02	2.99
	α_6	0.00	3.33	6.27	2.48	0.28	0.94	0.94	1.70	0.00	0.00	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3.33

Применяя критерий Гермейера относительно рисков, ЛПР оценивает неэффективность G_i решения α_i по максимальному из возможных взвешенных рисков, т.е.

$$G_i^r(Q) = \max_{1 \le j \le 16}\left(r_{ij} \cdot q_j\right). \tag{28}$$

Лучшим решением будет альтернатива α_{i^*} с наименьшим показателем риска:

$$i^{\text{o}} = \arg\min_i G_i^r(Q). \tag{29}$$

Показатель эффективности по синтетическому критерию Гермейера относительно выигрышей и рисков имеет вид

$$G_i^S(Q,\lambda) = \lambda \cdot \min_{1 \le j \le 16}\left(v_{ij} \cdot q_j\right) - \\ -(1-\lambda) \cdot \max_{1 \le j \le 16}\left(r_{ij} \cdot q_j\right). \tag{30}$$

Параметр $\lambda \in [0; 1]$ характеризует значимость взвешенных выигрышей при сравнении альтернатив.

Матрицы Гермейера относительно выигрышей и рисков представлены в табл. 14.

Лучшим решением будет альтернатива α_{i^*} с максимальным показателем эффективности G_i^S:

$$i^{\text{o}} = \arg\max_i G_i^S(Q,\lambda). \tag{31}$$

Оценки эффективности G_i и неэффективности $G_i^r(Q)$ приведены в табл. 15. Оценки эффективности альтернатив по синтетическому критерию Гермейера при различных значениях параметра λ содержит табл. 16.

Таблица 15

Выбор лучшей альтернативы по критерию Гермейера

			$G_i(Q)$	$G_i^r(Q)$
Долевое участие	α_1	1.00	-0.54	**0.62**
	α_2	0.75	-0.49	1.65
	α_3	0.50	-0.43	3.30
	α_4	0.30	-0.39	4.63
	α_5	0.10	**-0.35**	5.95
	α_6	0.00	-0.49	6.61

Таблица 16

Эффективность вариантов долевого участия в инвестиционном проекте
по синтетическому критерию Гермейера

			0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
Долевое участие	α_1	1.00	-0.62	-0.61	-0.60	-0.59	-0.59	-0.58	-0.57	-0.56	-0.56	-0.55	-0.54
	α_2	0.75	-1.65	-1.54	-1.42	-1.30	-1.19	-1.07	-0.95	-0.84	-0.72	-0.60	-0.49
	α_3	0.50	-3.30	-3.02	-2.73	-2.44	-2.16	-1.87	-1.58	-1.29	-1.01	-0.72	-0.43
	α_4	0.30	-4.63	-4.20	-3.78	-3.36	-2.93	-2.51	-2.08	-1.66	-1.24	-0.81	-0.39
	α_5	0.10	-5.95	-5.39	-4.83	-4.27	-3.71	-3.15	-2.59	-2.03	-1.47	-0.91	-0.35
	α_6	0.00	-6.61	-6.00	-5.38	-4.77	-4.16	-3.55	-2.94	-2.32	-1.71	-1.10	-0.49

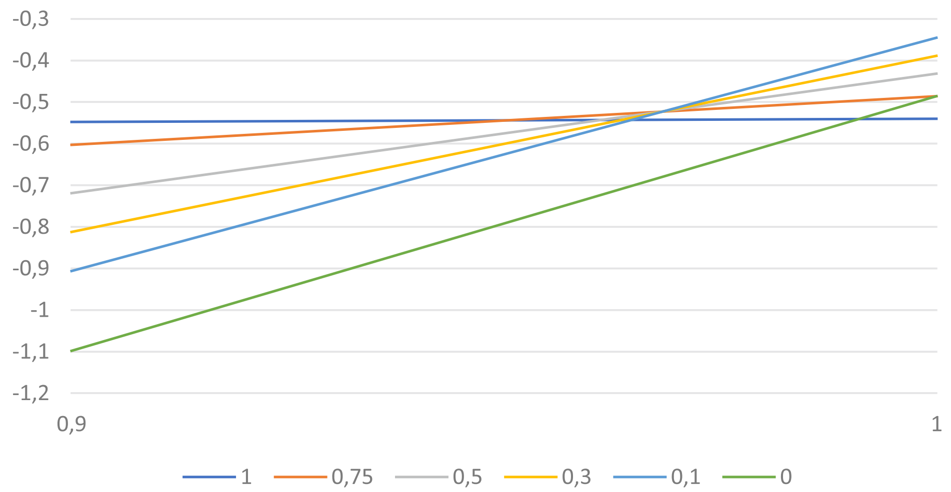

Рис. 3. Альтернативные варианты долевого участия по синтетическому критерию Гермейера

Графическое представление альтернативных решений по синтетическому критерию Гермейера для диапазона $\lambda \in [0,9;\ 1]$ представлено на рис. 3.

Верхняя огибающая отрезков на рис. 3 соответствует максимальным выигрышам ЛПР при различных величинах параметра λ и включает альтернативы $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 0{,}75$ и $\alpha_5 = 0{,}1$.

Точка пересечения отрезков λ_1, соответствующих альтернативам $\alpha_1 = 1$ и $\alpha_2 = 0{,}75$, находится из уравнения

$$\lambda_1 \cdot \min_{1\le j\le 16}\left(v_{1j}\cdot q_j\right) - \left(1-\lambda_1\right)\cdot \max_{1\le j\le 16}\left(r_{1j}\cdot q_j\right) = \lambda_1 \cdot \min_{1\le j\le 16}\left(v_{2j}\cdot q_j\right) - \left(1-\lambda_1\right)\cdot \max_{1\le j\le 16}\left(r_{2j}\cdot q_j\right), \quad (32)$$

$$\lambda_1 \cdot (-0{,}54) - (1-\lambda_1)\cdot 0{,}62 = \lambda_1 \cdot (-0{,}49) - (1-\lambda_1)\cdot 1{,}65$$

$$\lambda_1 \cong 0{,}95.$$

Точку пересечения отрезков λ_2, соответствующих альтернативам $\alpha_2 = 0{,}75$ и $\alpha_5 = 0{,}1$, найдем из уравнения:

$$\lambda_2 \cdot \min_{1\le j\le 16}\left(v_{2j}\cdot q_j\right) - \left(1-\lambda_2\right)\cdot \max_{1\le j\le 16}\left(r_{2j}\cdot q_j\right) = \lambda_2 \cdot \min_{1\le j\le 16}\left(v_{5j}\cdot q_j\right) - \left(1-\lambda_2\right)\cdot \max_{1\le j\le 16}\left(r_{5j}\cdot q_j\right), \quad (32)$$

$$\lambda_2 \cdot (-0{,}49) - (1-\lambda_2)\cdot 1{,}65 = \lambda_2 \cdot (-0{,}35) - (1-\lambda_2)\cdot 5{,}95$$

$$\lambda_2 \cong 0{,}97.$$

Таким образом, по синтетическому критерию Гермейера лучшими решениями инвестора являются:

– отказ от финансовых инвестиций и 100% финансирование инвестиционного проекта $\alpha_1 = 1$ при $\lambda \in [0; 0{,}95]$;

– долевое участие в проекте $\alpha_2 = 0{,}75$ при $\lambda \in [0{,}95; 0{,}97]$;

– долевое участие в проекте $\alpha_5 = 0{,}1$ при $\lambda \in [0{,}97; 1]$.

Таким образом, доминирующей альтернативой при любом $\lambda \in [0; 0{,}95]$ является решение $\alpha_1 = 1$. В этом случае ЛПР учитывает риски с весом не менее 5%.

Приоритетность решения $\alpha_1 = 1$ подтверждает также решение задачи методом идеальной точки (табл. 17). Минимальное расстояние до идеальной точки соответствует решению о 100% финансировании инвестиционного проекта и одновременном отказе от инвестиций в финансовые активы компании.

Таблица 17

Выбор лучшей альтернативы по методу идеальной точки

			$G_i(Q)$	$G_i^r(Q)$	$d_i(Q)$
Долевое участие	**α_1**	**1.00**	**-0.54**	**0.62**	**0.04**
	α_2	0.75	-0.49	1.65	1.09
	α_3	0.50	-0.43	3.30	7.24
	α_4	0.30	-0.39	4.63	16.09
	α_5	0.10	-0.35	5.95	28.44
	α_6	0.00	-0.49	6.61	35.95
Идеальная точка			-0,35	0,62	

Критерий Гермейера – Гурвица оптимальности решений относительно выигрышей

Критерий Гермейера – Гурвица позволяет смягчить крайние пессимистические представления ЛПР о сценариях развития событий при применении критерия Гермейера благодаря возможности выбора показателя оптимизма $\beta \in [0; 1]$.

Показателем эффективности решения α_i по критерию Гермейера – Гурвица относительно выигрышей является число

$$GH_i(Q,\beta) = (1-\beta)\cdot \min_{1\le j\le 16}\left(v_{ij}\cdot q_j\right) + \\ +\beta\cdot \max_{1\le j\le 16}\left(v_{ij}\cdot q_j\right), \quad (34)$$

или

$$GH_i(Q,\beta) = (1-\beta)\cdot G_i(Q) + \beta\cdot M_i(Q), \quad (35)$$

где

$$G_i(Q) = \min_{1\le j\le 16}\left(v_{ij}\cdot q_j\right),$$

$$M_i(Q) = \max_{1\le j\le 16}\left(v_{ij_{ij}}\cdot q_j\right). \quad (36)$$

Лучшим решением будет альтернатива α_{i^*} с наибольшим показателем эффективности $GH_i(Q, \beta)$:

$$i^{o} = \arg\max_i GH_i(Q,\beta). \quad (37)$$

Оценки эффективности G_i по классическому критерию Гермейера и оценки эффективности M_i по критерию максимакса приведены в табл. 18.

Параметр $\beta \in [0; 1]$ выражает количественную меру оптимизма ЛПР, т.е. меру его уверенности в наилучшем развитии событий. Соответственно, число $(1 - \beta)$ характеризует степень уверенности ЛПР в наихудшем развитии событий.

Далее будем предполагать, что ЛПР способен сделать выбор оптимальной альтернативы α_i, основываясь на интервалах значений параметра β и соответствующих им лучших решениях.

Таблица 18

Выбор лучшей альтернативы по критерию Гермейера – Гурвица

			$G_i(Q)$	$M_i(Q)$
Долевое участие	α_1	1.00	-0.54	**10.94**
	α_2	0.75	-0.49	9.37
	α_3	0.50	-0.43	7.80
	α_4	0.30	-0.39	6.55
	α_5	0.10	**-0.35**	5.29
	α_6	0.00	-0.49	4.67

Графическое представление наилучших решений по критерию Гермейера – Гурвица для диапазона $\beta \in [0; 0{,}1]$ представлено на рис. 4. Графики построены на основании данных в табл. 19.

Верхняя огибающая отрезков на рис. 4 соответствует максимальным взвешенным выигрышам ЛПР при различных величинах параметра β и включает альтернативы $\alpha_5 = 0{,}1$, $\alpha_1 = 1$.

Таблица 19

Эффективность вариантов долевого участия в инвестиционном проекте по критерию Гермейера – Гурвица

			Количественная мера оптимизма ЛПР										
			0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
Долевое участие	α_1	1.00	-0.54	0.61	1.76	2.90	4.05	5.20	6.35	7.49	8.64	9.79	10.94
	α_2	0.75	-0.49	0.50	1.48	2.47	3.46	4.44	5.43	6.41	7.40	8.38	9.37
	α_3	0.50	-0.43	0.39	1.21	2.04	2.86	3.68	4.51	5.33	6.15	6.98	7.80
	α_4	0.30	-0.39	0.30	1.00	1.69	2.39	3.08	3.77	4.47	5.16	5.85	6.55
	α_5	0.10	-0.35	0.22	0.78	1.35	1.91	2.47	3.04	3.60	4.16	4.73	5.29
	α_6	0.00	-0.49	0.03	0.54	1.06	1.57	2.09	2.60	3.12	3.64	4.15	4.67

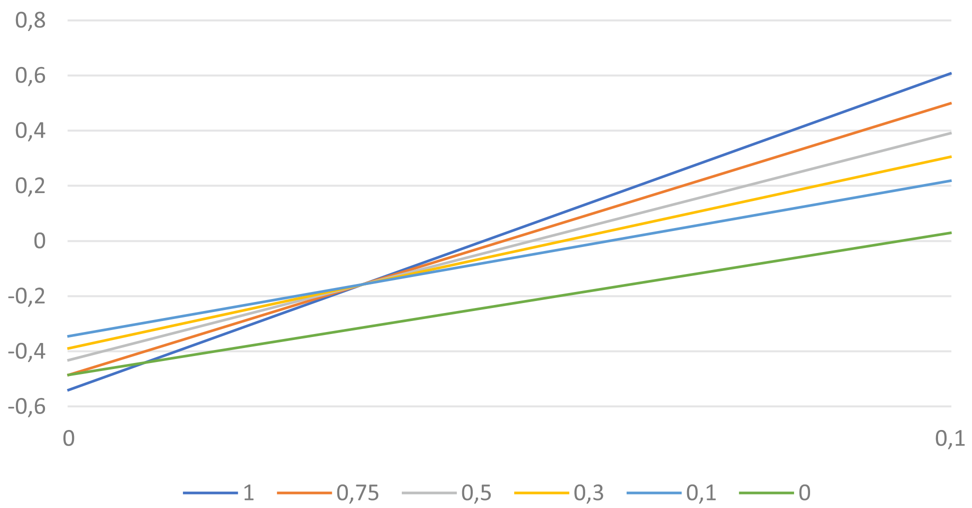

Рис. 4. Альтернативные варианты долевого участия по критерию Гермейера – Гурвица

Точка пересечения отрезков, соответствующих альтернативам $\alpha_5 = 0{,}1$ и $\alpha_1 = 1$, находится из уравнения

$$(1-\beta)\cdot \min_{1\le j\le 16}\left(v_{1j}\cdot q_j\right)+\beta\cdot \max_{1\le j\le 16}\left(v_{1j}\cdot q_j\right)= \qquad (38)$$

$$=(1-\beta)\cdot \min_{1\le j\le 16}\left(v_{5j}\cdot q_j\right)+\beta\cdot \max_{1\le j\le 16}\left(v_{5j}\cdot q_j\right)$$

$$(1-\beta)\cdot(-0{,}54)+\beta\cdot 10{,}94=(1-\beta)\cdot(-0{,}35)+\beta\cdot 5{,}29$$

$$\beta \cong 0{,}03.$$

Таким образом, по критерию Гермейера – Гурвица лучшими решениями инвестора являются:

–финансирование инвестиционного проекта в доле $\alpha_5 = 0{,}1$ при $\beta\in[0;\ 0{,}03]$;

–финансирование инвестиционного проекта в доле $\alpha_1 = 1$ при $\beta\in[0{,}03;\ 1]$.

Так как величина β в точке пересечения графиков доминирующих альтернатив близка к нулю, малым отрезком [0; 0,03] можно пренебречь. Это значит, что лучшим решением инвестора по критерию Гермейера – Гурвица является 100 % финансирование инвестиционного проекта и отказ от финансовых инвестиций.

Таблица 20

Результаты решения задачи оптимизации распределения инвестиций

Критерий	Оптимальное инвестиционное решение
Критерий Байеса и метод идеальной точки	$\alpha_2 = 0.75$
Синтетический критерий Байеса	$\alpha_1 = 1$
Критерий Лапласа и метод идеальной точки	$\alpha_4 = 0.3$
Синтетический критерий Лапласа	$\alpha_1 = 1$
Критерий Ходжа-Лемана	$\alpha_6 = 0$при $\gamma \in [0; 0.58]$, $\alpha_1 = 1$ при $\gamma \in [0.58; 1]$
Синтетический критерий Гермейера	$\alpha_1 = 1$ при $\lambda \in [0; 0.95]$, $\alpha_2 = 0.75$ при $\lambda \in [0.95; 0.97]$, $\alpha_5 = 0.1$ при $\lambda \in [0.97; 1]$
Критерий Гермейера-Гурвица	$\alpha_5 = 0.1$ при $\beta \in [0; 0.03]$, $\alpha_1 = 1$ при $\beta \in [0.03; 1]$

Заключение

В статье изложены подходы к анализу эффективности распределения инвестиций в рамках игры с природой с применением критериев Байеса, Лапласа, Ходжа – Лемана, Гермейера и их модификаций. Для реализации многокритериальности сравнительной оценки альтернатив применен метод идеальной точки и привлечены также некоторые комбинированные критерии принятия решений: критерий Ходжа – Лемана, синтетические критерии Байеса, Лапласа, Гермейера, а также критерий Гермейера – Гурвица. Многокритериальность оценки основывается на взвешенном анализе выигрышей и рисков ЛПР. В основу комбинированных критериев оптимальности заложены показатели выигрышей и рисков (синтетические критерии оптимальности), показатели выигрышей с учетом степени доверия ЛПР к оценкам вероятностей и его отношения к риску (критерий Ходжа – Лемана), показатели выигрышей с учетом степени уверенности ЛПР в получении наилучших взвешенных результатов (критерий Гермейера – Гурвица).

В результате решения задачи оптимального распределения инвестиций были получены следующие результаты (табл. 20).

Материал статьи может быть полезен специалистам-практикам и может быть положен в основу методики многофакторного и многокритериального отбора альтернатив. Практическая задача, изложенная в статье, может быть уточнена, а соответствующая задаче модель модифицирована с учетом специфики факторов, определяющих развитие событий и вероятностей их благоприятного проявления. Изложенные в статье математические инструменты принятия решений предназначены для поддержки принятия решений. Основное их назначение – формализованный сравнительный анализ альтернативных инвестиционных решений, позволяющий выделить наиболее приоритетные альтернативы.

Список литературы

1. Лабскер Л.Г. Теория критериев оптимальности и экономические решения: монография. М.: КНОРУС, 2017. 744 с.

2. Лабскер Л.Г., Ященко Н.А., Амелина А.В. Оптимизация выбора корпоративного заемщика банка на основе синтетического критерия Вальда – Сэвиджа // Финансовая аналитика: проблемы и решения. 2011. № 34 (76). С. 43–54.

3. Лабскер Л.Г., Петухова С.С. Оптимальный выбор страны-производителя коллекции моделей на основе обобщенного критерия Гурвица // Управление риском. 2015. № 2 (74). С. 38–49.

4. Лабскер Л.Г. Теоретико-игровое моделирование производства и реализации продукции фармацевтической фирмы // Фундаментальные исследования. 2015. № 12. С. 806–812.

5. Лабскер Л.Г. Использование критерия Вальда – Сэвиджа в оптимизации выбора эмитента для покупки акций // Финансовый менеджмент. 2018. № 6. С. 99–109.