УДК 336.767.3:51-7

ЗАДАЧА О ВЛИЯНИИ ЧИСЛА КУПОННЫХ ПЛАТЕЖЕЙ В ГОДУ НА ЦЕНУ ОБЛИГАЦИИ И ЕЕ РЕШЕНИЯ

Попова Н.В.

Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, Москва, e-mail: nat_popova_@mail.ru

Статья посвящена изучению влияния числа купонных платежей в году на цену облигации. Число купонных платежей в году – это второстепенный параметр облигации, влияние которого на инвестиционные свойства облигации в литературе практически не обсуждается. В связи с этим теория инвестирования в финансовые инструменты с фиксированным доходом представляется неполной. Автором данной работы ранее было получено решение данной задачи на основе принятой на многих рынках формулы для цены облигации, в которой доходность к погашению рассматривается как годовая номинальная процентная ставка. Полученным результатам не удалось дать экономическое объяснение. Вопрос остался неизученным. В данной статье приведено решение задачи, полученное на основе формулы для цены облигации, в которой доходность к погашению определена как годовая эффективная процентная ставка. Установлено, что при любой купонной ставке цена облигации увеличивается с увеличением числа купонных платежей в году, что можно объяснить ростом спроса на облигации. Для доказательства использованы действия со степенными рядами, такие как их сложение, умножение. Причину расхождения результатов исследований автор видит в формальном подходе к определению доходности к погашению, как номинальной процентной ставки, который требует корректировки для решения некоторых задач.

Ключевые слова: математические методы, облигация, число купонных платежей в году, доходность к погашению, инвестиции с фиксированным доходом

THE PROBLEM OF THE INFLUENCE OF THE NUMBER OF COUPON PAYMENTS PER YEAR ON THE BOND PRICE AND ITS SOLUTIONS

Popova N.V.

Plekhanov Russian University of Economics, Moscow, e-mail: nat_popova_@mail.ru

The article is devoted to studying the influence of the number of coupon payments per year on the bond price. The number of coupon payments per year is a secondary parameter of the bond, the impact of which on the investment properties of the bond is practically not discussed in the literature. In this regard, the theory of investing in fixed-income financial instruments seems incomplete. The author of this paper has previously obtained a solution to this problem based on the formula for the bond price adopted in many markets, in which the yield to maturity is defined as the annual nominal interest rate. The results could not be explained economically. The question remained unexplored. This article provides a solution to the problem obtained from the formula for the bond price, in which the yield to maturity is defined as the annual effective interest rate. It is established that at any coupon rate, the price of a bond increases with the number of coupon payments per year, which can be explained by the growth of demand for bonds. For the proof, we use actions with power series, such as their addition and multiplication. The author sees the reason for the discrepancy in the research results in the formal approach to determining the yield to maturity as a nominal interest rate, which requires adjustment to solve some problems.

Keywords: mathematical methods, coupon bond, number of coupon payments per year, yield to maturity, fixed income securities

Как известно, купонная облигация – один из наиболее распространенных инструментов для инвестиций с фиксированным доходом. Основными параметрами, влияющими на оценку облигации, являются: срок до погашения, купонная ставка и доходность к погашению облигации [1–3]. В ряде работ, например [4–6], приведены математические доказательства влияния основных параметров облигации на ее инвестиционные свойства, прежде всего на поведение цены и ее процентного изменения при изменении одного из основных параметров. Такой параметр, как число купонных платежей в году, к основным не относится. В связи с этим, очевидно, в литературе достаточно мало сообщений об этом параметре, вследствие чего теория финансовых инвестиций с фиксированным доходом представляется неполной. В некоторых работах встречаются короткие упоминания о влиянии данного параметра на инвестиционные свойства облигации [4, 7]. О влиянии частоты выплаты купонного дохода сообщают некоторые интернет-ресурсы. Например, [8]: «Бóльшую ценность имеют бумаги, ставка по которым выплачивается чаще».

В работах автора данной статьи [9–11] рассмотрены задачи о влиянии числа купонных платежей в году на цену, дюрацию и доходность инвестиции в облигацию. Результаты получены на основе принятой на многих рынках формулы для цены облигации, в которой доходность к погашению рассматривается как годовая номинальная процентная ставка [2, с. 908]. Результаты работ [10, 11] имеют экономическое объяснение и подтверждаются рыночными наблюдениями, чего нельзя сказать о результатах работы [9], посвященной влиянию параметра на цену облигации. В связи с этим было предложено рассмотреть существующие подходы к определению доходности к погашению облигации.

Как известно, цена облигации равна приведенной стоимости потока платежей по облигации. Для приведения членов потока необходима соответствующая данной облигации доходность к погашению. Смысл этого показателя раскрывается в других его названиях: заявленная доходность, преобладающая рыночная процентная ставка соответствующего сегмента рынка [1], требуемая доходность [2]. На многих рынках для дисконтирования членов денежного потока применяется годовая номинальная процентная ставка $r^{(m)}$, где m – число купонных платежей в году [2, с. 477, 908; 12, с. 13]. Как правило, периодичность сложного процента соответствует периодичности платежей [12, с. 13]. Основу такого подхода заложил американский закон о справедливом кредитовании [3, с. 127], который был введен «для уменьшения проблем» участников рынка. Как видим, подход к определению доходности к погашению как годовой номинальной процентной ставки является формальным, существующим как рыночное соглашение между участниками рынка. «Если платежи поступают раз в полгода, на рынке принято соглашение использовать ½ годовой процентной ставки» для дисконтирования членов денежного потока [2, с. 477].

Другой вид доходности к погашению – годовая эффективная ставка r [2, с. 486; 12, с. 13], связанная со ставкой $r^{(m)}$ соотношением

$$r = \left(1 + r^{(m)}/m\right)^m - 1.$$

В работе [13, с. 62] автор подчеркивает, что ставка $r^{(m)}$ как годовая ставка доходности облигации является приближенной, а r – это точная годовая доходность.

По определению эффективной ставки, r – это ставка сложных процентов, начисляемых один раз в году, эквивалентная ставке $r^{(m)}$. Ставка r показывает годовую доходность инвестиции в облигацию при условии владения облигацией до момента погашения и реинвестировании купонных платежей по ставке доходности в момент покупки $r^{(m)}$ (можно посмотреть в [11]). Таким образом, ставка r для дисконтирования членов денежного потока по облигации может быть использована в тех случаях, когда инвестор исходит из оценки эффективности инвестиции в облигацию (требуемого значения доходности инвестиции).

В статье [9] для изучения зависимости цены облигации от числа купонных платежей в году m была использована формула, в которой доходность к погашению определена как номинальная процентная ставка $r^{(m)}$:

$$P = \sum_{i=1}^{n} \frac{q}{\left(1 + r^{(m)}/m\right)^i} + \frac{A}{\left(1 + r^{(m)}/m\right)^{Tm}}. \quad (1)$$

Это формула для котируемой цены облигации, когда до погашения остается целое число купонных периодов (T лет – срок до погашения облигации, A – номинал облигации, $q = fA/m$ – размер купонного платежа, f – годовая купонная ставка). Формула (1) преобразуется к виду

$$P(m) = \frac{A}{\left(1 + \frac{r^{(m)}}{m}\right)^{Tm}} \left(1 - \frac{f}{r^{(m)}}\right) + \frac{Af}{r^{(m)}}.$$

На основе данной формулы при фиксированных значениях T, f и $r^{(m)}$ доказаны утверждения: котируемая цена облигации, продающейся с премией, увеличивается с увеличением числа купонных платежей в году, а котируемая цена облигации, продающейся с дисконтом, уменьшается с увеличением числа купонных платежей в году.

Приведенные в работе [9] вычисления цены облигации по формуле (1) для различных значений m подтверждают справедливость доказанных утверждений. Однако попытки объяснить полученные утверждения не привели к приемлемому результату. Если поведение цены облигации, продающейся с премией, можно объяснить ростом спроса на такие облигации с увеличением числа купонных платежей в году, то поведение цены облигации, продающейся с дисконтом, а именно – ее уменьшение с увеличением числа купонных платежей в году, объяснить не представляется возможным. Кроме того, из (1) следует, что при $f = r^{(m)}$ цена облигации, продающейся по номиналу, не зависит от числа купонных платежей в году и остается равной номиналу облигации, что не соответствует сообщению интернет-ресурса, приведенному в начале статьи. Таким образом, задача о зависимости цены облигации от числа купонных платежей в году требовала дальнейшего рассмотрения.

Как уже отмечалось, значение показателя $r^{(m)}$ как годовой ставки доходности облигации автор работы [13, с. 62] называет приближенным, а использование ставки дисконтирования в виде $r^{(m)}/m$ в формуле (1) не вполне корректным [13, с. 39]. В связи с этим можно предположить, что и значения цен, полученные по формуле (1), являются не вполне корректными.

Целью данной работы является исследование зависимости цены облигации от числа купонных платежей в году на основе формулы для цены облигации, в которой доходность к погашению рассматривается как годовая эффективная процентная ставка r:

$$P = \sum_{i=1}^{n} \frac{q}{(1+r)^{i/m}} + \frac{A}{(1+r)^{T}}. \qquad (2)$$

Материалы и методы исследования

Для решения задачи применяются методы дифференциального исчисления и теории рядов. Формула (2) преобразуется к виду

$$P(m) = Af\left(1 - \frac{1}{(1+r)^{T}}\right)\beta(m) + \frac{A}{(1+r)^{T}},\ m = 1, 2, \ldots,$$

где $\beta(m) = \dfrac{1/m}{(1+r)^{\frac{1}{m}} - 1}$.

Предельное значение функции $P(m)$:

$$\lim_{m\to\infty} P(m) = \frac{A}{\ln(1+r)}\left(1 - \frac{1}{(1+r)^{T}}\right) f + \frac{A}{(1+r)^{T}}. \qquad (3)$$

Для изучения зависимости $P(m)$ используем вспомогательную функцию:

$$F(x) = Af\left(1 - \frac{1}{(1+r)^{T}}\right)\beta(x) + \frac{A}{(1+r)^{T}},\ x \ge 1, \qquad (4)$$

где $\beta(x) = \dfrac{1/x}{(1+r)^{\frac{1}{x}} - 1}$.

Функция $F(x)$ и цена $P(m)$ связаны соотношением

$$F(m) = P(m),\ \text{где}\ m = 1, 2, \ldots. \qquad (5)$$

Очевидно, что свойства функции $F(x)$ определяются свойствами функции $\beta(x)$. Докажем лемму.

Лемма. Функция $\beta(x)$ является возрастающей и вогнутой на множестве $x \ge 1$.

Доказательство. Рассмотрим функцию $\gamma(x) = \dfrac{1}{\beta(x)}$, $x \ge 1$.

Тогда

$$\gamma(x) = x\left((1+r)^{\frac{1}{x}} - 1\right),\ x \ge 1.$$

Функцию $\gamma(x)$ разложим в степенной ряд. Так как

$$(1+r)^{\frac{1}{x}} = 1 + \frac{1}{x}\ln(1+r) + \frac{1}{2}\frac{1}{x^2}\ln^2(1+r) + \ldots,\ x \ge 1,$$

то

$$\gamma(x) = \ln(1+r) + \frac{1}{2}\frac{1}{x}\ln^2(1+r) + \frac{1}{3!}\frac{1}{x^2}\ln^3(1+r) + \ldots,\ x \ge 1.$$

Тогда

$$\gamma'(x) = -\frac{1}{2}\frac{1}{x^2}\ln^2(1+r) - \frac{2}{3!}\frac{1}{x^3}\ln^3(1+r) - \ldots < 0,\ x \ge 1,$$

$$\gamma''(x) = \frac{1}{x^3}\ln^2(1+r) + \frac{1}{2}\frac{1}{x^4}\ln^3(1+r) + \frac{1}{2}\frac{1}{x^5}\ln^4(1+r) + \ldots > 0,\ x \ge 1.$$

Таким образом, $\gamma'(x) < 0$, $\gamma''(x) > 0$, где $x \ge 1$.

Так как $\beta(x) = \dfrac{1}{\gamma(x)}$, то $\beta'(x) = -\dfrac{1}{\gamma^2(x)} \cdot \gamma'(x) > 0$, $x \ge 1$,

$$\beta''(x) = \frac{1}{\gamma^3(x)}\left(2\left(\gamma'(x)\right)^2 - \gamma(x)\gamma''(x)\right).$$

Чтобы определить знак второй производной $\beta''(x)$ на множестве $x \ge 1$, разложим функцию $2\left(\gamma'(x)\right)^2 - \gamma(x)\gamma''(x)$ в степенной ряд, используя правило перемножения рядов [14, с. 320]. Получим

$$\left(\gamma'(x)\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\frac{1}{x^2}\ln^2(1+r) - \frac{2}{3!}\frac{1}{x^3}\ln^3(1+r) - \frac{3}{4!}\frac{1}{x^4}\ln^3(1+r) - \ldots\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{4}\frac{1}{x^4}\ln^4(1+r) + \frac{1}{3}\frac{1}{x^5}\ln^5(1+r) + \ldots .$$

Тогда

$$2\left(\gamma'(x)\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{x^4}\ln^4(1+r) + \frac{2}{3}\frac{1}{x^5}\ln^5(1+r) + \ldots .$$

Так как

$$\gamma(x) = \ln(1+r) + \frac{1}{2}\frac{1}{x}\ln^2(1+r) + \frac{1}{3!}\frac{1}{x^2}\ln^3(1+r) + \ldots ,$$

$$\gamma''(x) = \frac{1}{x^3}\ln^2(1+r) + \frac{1}{2}\frac{1}{x^4}\ln^3(1+r) + \frac{1}{2}\frac{1}{x^5}\ln^4(1+r) + \ldots ,$$

то для произведения функций $\gamma(x)\gamma''(x)$ получим

$$\gamma(x)\gamma''(x) = \frac{1}{x^3}\ln^3(1+r) + \frac{1}{x^4}\ln^4(1+r) + \frac{11}{12}\frac{1}{x^5}\ln^5(1+r) + \ldots .$$

Тогда

$$2\left(\gamma'(x)\right)^2 - \gamma(x)\gamma''(x) = \frac{1}{2}\frac{1}{x^4}\ln^4(1+r) + \frac{2}{3}\frac{1}{x^5}\ln^5(1+r) + \ldots -$$

$$-\left(\frac{1}{x^3}\ln^3(1+r) + \frac{1}{x^4}\ln^4(1+r) + \frac{11}{12}\frac{1}{x^5}\ln^5(1+r) + \ldots\right) =$$

$$= -\frac{1}{x^3}\ln^3(1+r) - \frac{1}{2}\frac{1}{x^4}\ln^4(1+r) - \frac{1}{4}\frac{1}{x^5}\ln^5(1+r) - \ldots < 0,\ x \ge 1 .$$

Отсюда $\beta''(x)<0$, $x\geq 1$. Таким образом, для функции β(*x*) имеем

$\beta'(x)>0$, $\beta''(x)<0$, $x\geq 1$. Лемма доказана.

Теорема 1. При заданных значениях *T*, *f* и *r* последовательность {*P*(*m*)} является возрастающей.

Доказательство. Из равенства (4) и леммы следует, что

$$F'(x)>0,\ F''(x)<0,\ x\geq 1 -$$

функция *F*(*x*) является возрастающей и вогнутой на множестве $x \geq 1$. Тогда

$$F(m)<F(m+1),\ m=1,2,\ldots .$$

Согласно равенству (5), $F(m)=P(m)$, $m=1,2,\ldots$. Тогда получим

$$P(m)<P(m+1),\ m=1,2,\ldots$$

– последовательность {*P*(*m*)} является возрастающей. Подчеркнем, что этот результат не зависит от купонной ставки. Теорема доказана.

Следующая теорема посвящена поведению скорости роста цены облигации с увеличением параметра *m*. Предположим, число купонных платежей в году увеличилось с *m* до (*m* + 1) при фиксированных значениях остальных параметров облигации. В силу теоремы 1 цена облигации увеличится на величину $\Delta P(m)=P(m+1)-P(m)$, а скорость роста цены характеризуется отношением $\Delta P(m)/P(m)$. Заметим, что $\Delta P(m)>0$ и $\Delta P(m)/P(m)>0$.

Теорема 2. При заданных *T*, *f* и *r* чем больше *m*, тем меньше абсолютный и относительный рост цены облигации при увеличении числа купонных платежей в году на 1.

Доказательство. Докажем утверждение теоремы для абсолютного изменения цены облигации при увеличении числа купонных платежей в году на 1, с *m* до (*m* + 1). Вследствие равенства (5)

$$\Delta P(m)=P(m+1)-P(m)=F(m+1)-F(m).$$

Для функции *F*(*x*) на отрезке $[m,m+1]$ выполняется теорема Лагранжа. Тогда существует $x\in(m,m+1)$, при котором выполняется равенство:

$$F(m+1)-F(m)=F'(x)\big((m+1)-m\big).$$

Из двух последних равенств следует, что

$$\Delta P(m)=F'(x),\ x\in(m,m+1). \qquad (6)$$

Пусть $1\leq m_1<m_2$. Вследствие равенства (6)

$$\Delta P(m_1)=F'(x_1),\ \Delta P(m_2)=F'(x_2), \qquad (7)$$

где $x_1\in(m_1,m_1+1)$, $x_2\in(m_2,m_2+1)$. Так как $1\leq m_1<m_2$, то $1<x_1<x_2$.

Поскольку вторая производная $F''(x)<0$, $x\geq 1$, то первая производная *F*′(*x*) – убывающая функция на множестве $x \geq 1$. Тогда

$$F'(x_1)>F'(x_2),\ \text{где } 1<x_1<x_2. \qquad (8)$$

Из (7) и (8) получим

$$\Delta P(m_1)>\Delta P(m_2),\ \text{где } 1\leq m_1<m_2.$$

Утверждение теоремы для абсолютного роста цены облигации доказано.

Для относительного роста цены выполняется неравенство

$$\frac{\Delta P(m_1)}{P(m_1)}>\frac{\Delta P(m_2)}{P(m_2)},\ 1\leq m_1<m_2,$$

поскольку $P(m_1)<P(m_2)$ при $1\leq m_1<m_2$ по теореме 1 и $\Delta P(m_1)>\Delta P(m_2)$ по уже доказанному. Теорема доказана. Заметим, что утверждения теоремы 2 не зависят от купонной ставки, как и теоремы 1.

Результаты исследования и их обсуждение

В таблице приводятся примеры вычислений членов последовательностей {*P*(*m*)} по формуле (2) и последовательностей {Δ*P*(*m*)} и {Δ*P*(*m*)/*P*(*m*)} для облигаций, продающихся с дисконтом, по номиналу, с премией. Вычисления выполнены для гипотетических облигаций с параметрами *A* = 100, *T* = 5 лет, *r* = 0,08. Значения пределов $\lim\limits_{m\to\infty} P(m)$ вычислены по формуле (3). Как видим, результаты вычислений подтверждают доказанные утверждения теорем 1 и 2: при любых соотношениях между ставками *f* и *r* последовательность {*P*(*m*)} является возрастающей, а последовательности {Δ*P*(*m*)} и {Δ*P*(*m*)/*P*(*m*)} – убывающими.

Таким образом, на основании формулы (2) при фиксированных значениях *T*, *f* и *r*, где *r* – годовая эффективная ставка доходности, установлено, что с увеличением параметра *m* цена купонной облигации увеличивается. При этом абсолютный и относительный рост цены облигации при увеличении параметра *m* на 1 уменьшаются, что говорит об уменьшении скорости роста цены с увеличением *m*. Рост цены облигации с увеличением параметра *m* при любой купонной ставке, по нашему мнению, означает рост спроса на облигации при увеличении параметра *m*. Предположение о росте спроса на облигации с увеличением параметра *m* соответствует результатам работ [10] и [11].

Зависимость цены $P(m)$, величин $\Delta P(m)$ и $\Delta P(m)/P(m)$ от параметра m для различных соотношений между f и r

	$f = 7\%$ ($f < r$)			$f = 8\%$ ($f = r$)			$f = 10\%$ ($f > r$)		
m	$P(m)$	$\Delta P(m)$	$\frac{\Delta P(m)}{P(m)}$	$P(m)$	$\Delta P(m)$	$\frac{\Delta P(m)}{P(m)}$	$P(m)$	$\Delta P(m)$	$\frac{\Delta P(m)}{P(m)}$
1	96,01	0,5482	0,0057	100,00	0,6265	0,0063	107,99	0,783	0,0073
2	96,56	0,1843	0,0019	100,63	0,2107	0,0021	108,77	0,263	0,0024
3	96,74	0,0925	0,0010	100,84	0,1057	0,0010	109,03	0,132	0,0012
4	96,83	0,0556	0,0006	100,94	0,0635	0,0006	109,16	0,079	0,0007
10	97,00	0,0101	0,0001	101,13	0,0116	0,0001	109,40	0,015	0,0001
20	97,06	0,0027	0,0000	101,20	0,0030	0,0000	109,48	0,004	0,0000
$\lim\limits_{m\to\infty} P(m)$	97,11	0	0	101,26	0	0	109,56	0	0

Один из выводов в работе [10] – рост привлекательности инвестирования в облигации при увеличении числа купонных платежей в году в связи с уменьшением «среднего срока», т.е. дюрации облигации. Аналогичный вывод и в работе [11], в которой установлено, что с увеличением числа купонных платежей в году доходность инвестиции в облигацию увеличивается при любой купонной ставке и любой ставке реинвестирования платежей от облигации.

Как видим, результаты данной работы, полученные по формуле (2), согласуются с другими исследованиями и сообщениями интернет-ресурсов (одно из сообщений приведено в начале статьи).

Заключение

По нашему мнению, отличия результатов исследований зависимости цены облигации от числа купонных платежей в году по формулам (1) и (2) обусловлены различием двух подходов к определению доходности к погашению облигации. Формула (1) предложена на основе рыночного соглашения, имеющего формальный характер. Как показали результаты работы [9], для данного исследования номинальная ставка доходности $r^{(m)}$ является не вполне корректным приближением доходности к погашению. В то время как доходность облигации в виде годовой эффективной процентной ставки r является более точной и измеряет эффективность инвестиции в облигацию.

Результаты работы могут быть полезны как эмитенту облигаций при конструировании параметров облигации, так и инвестору при принятии инвестиционных решений.

Список литературы

1. Lawrence J. Gitman, Michael D. Joehnk, Scott Smart, Roger H. Juchau. Fundamentals of Investing, Pearson Higher Education AU. 2015. 620 p.

2. Фабоцци Ф.Дж. Управление инвестициями. М.: Инфра-М, 2000. 932 с.

3. Шарп У.Ф., Александер Г.Дж., Бэйли Дж.В. Инвестиции. М.: Инфра-М, 2018. 1028 с.

4. Malkiel B. Expectations, Bond Prices, and the Term Structure of Interest Rates. Quarterly Journal of Economics. 1962. Vol. 76. No. 2. P. 197–218.

5. Joel R. Barber. A General Relationship between Prices of Bonds and their Yields. Quarterly Journal of Finance and Accounting. 2010. Vol. 49. no ¾. P. 75–85.

6. Попова Н.В. Рыночные теоремы и их продолжение // Вестник РЭУ им. Г.В. Плеханова. 2013. № 7 (61). С. 93–101.

7. Павельева Е.А. Конструирование параметров ценных бумаг, обеспеченных активами, с использованием финансового инжиниринга // Вестник Воронежского университета. 2012. № 2 (41). С. 231–239.

8. ОФЗ Доход. [Электронный ресурс]. URL: https://ofzdohod.ru/bonds/parametry-i-dokhodnost/kuponnyi-dokhod-obligatcii/ (дата обращения: 24.11.2020).

9. Попова Н.В. Влияние частоты купонных платежей на цену облигации // Вестник Финансового университета. 2012. № 3 (69). С. 40–44.

10. Попова Н.В. Влияние частоты купонных платежей на показатель дюрации облигации // Вестник Финансового университета. 2015. № 4 (88). С. 104–115.

11. Попова Н.В. О влиянии частоты купонных платежей на доходность инвестиции в облигацию // Известия высших учебных заведений. Серия: экономика, финансы и управление производством. 2019. № 3 (41). С. 73–78.

12. Мертенс А.В. Инвестиции. Курс лекций по современной финансовой теории. Ч. 3. Киев: Киевское инвестиционное агентство. 1997. 416 с.

13. Фабоцци Ф.Дж. Рынок облигаций. Анализ и стратегии. Электронное издание. ООО «Альпина», 2012. 950 с. [Электронный ресурс]. URL: https://www.litres.ru/frenk-fabocci/rynok-obligaciy-analiz-i-strategii/chitat-onlayn/ (дата обращения: 24.11.2020).

14. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М.: Книга по Требованию, 2013. 800 с.