УДК 33:51-77

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕФЛЕКСИВНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СТОРОН В УСЛОВИЯХ КОНФЛИКТА ИНТЕРЕСОВ

Михалева М.Ю.

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации», Москва, e-mail: MMikhaleva@fa.ru

В статье рассматривается модель рефлексивного управления индивидуальным выбором в группе взаимодействующих субъектов (целенаправленных и нецеленаправленных). Под рефлексивным управлением понимается воздействие на субъектов, склоняющее их принять решение, подготовленное управляющей стороной. Целью исследования является включение в теоретико-игровой анализ рефлексивного управления показателя принадлежности к группе взаимодействующих субъектов в условиях нечеткого определения характера взаимоотношений между ними (конфронтации или союза). В работе вводится понятие критического уровня принадлежности к группе союзников, корректировка которого в общем случае приводит к изменению участниками группы индивидуального выбора действий. Показано, что субъект (лицо, принимающее решение), сопоставляя доступные для реализации варианты действий с желательными, корректирует критический уровень принадлежности взаимодействующих субъектов к группе союзников. Критический уровень принадлежности, приводящий игрока к желаемым результатам, разделяет субъектов на условных союзников и противников и задает желаемую конфигурацию взаимоотношений игроков. Рассмотрены примеры рефлексивного взаимодействия субъектов, соответствующие ситуациям управления выбором игроков через взаимное манипулирование посредством прямого влияния и путем изменения отношений (через повышение или понижение критического уровня принадлежности к группе союзников).

Ключевые слова: рефлексивная игра, рефлексивное управление, индивидуальный выбор, функция принадлежности, критический уровень принадлежности, нечеткое множество

MODELING OF REFLEXIVE INTERACTION BETWEEN THE PARTIES IN CONFLICT OF INTERESTS

Mikhaleva M.Yu.

Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, e-mail: MMikhaleva@fa.ru

The article deals with the model of reflexive control of individual choice in a group of interacting subjects (purposeful and non-directional). Reflexive control is understood as the impact on the subjects that inclines them to make a decision prepared by the managing party. The aim of the study is to include in the game-theoretical analysis of the reflexive control indicator belonging to a group of interacting subjects in a fuzzy definition of the nature of the relationship between them (confrontation or union). The paper introduces the concept of the critical level of belonging to the group of allies, the adjustment of which generally leads to a change in the individual choice of actions by the group members. It is shown that the subject (the decision-maker), comparing the options available for implementation with the desired, corrects the critical level of belonging of the interacting subjects to the group of allies. The critical level of belonging that leads the player to the desired results, divides the subjects into conditional allies and opponents and sets the desired configuration of the relationship of players. Examples of reflexive interaction of subjects corresponding to situations of management of a choice of players through mutual manipulation by means of direct influence and by change of the relations (through increase or decrease of critical level of belonging to group of allies) are considered.

Keywords: reflexive game, reflexive control, individual choice, membership function, critical membership level, fuzzy set

Не вызывает сомнений и является общепризнанным факт, что на принятие решений оказывают влияние социальные, эмоциональные, когнитивные факторы, которые находят свое отражение в сознании человека. Рефлексия является одним из фундаментальных свойств человеческого бытия. Соответственно, проблема адекватного описания механизма индивидуального выбора в ситуации взаимодействия несовпадающих интересов сторон является одной из центральных проблем экономико-математической науки.

Основателем теории рефлексных игр и пионером в изучении влияния рефлексии на индивидуальный выбор является советский и американский ученый, математик и психолог, Лефевр Владимир Александрович (род. 1936) [1]. Центральное место в исследованиях Лефевра занимают модели рефлексии и саморефлексии человека, отражающие акты поведения, нейронные механизмы и ментальные феномены. Лефевр ввел понятия рефлексивной системы, рефлексивной структуры и рефлексивного управления. В России ведущие позиции в области исследований рефлексивных игр занимают ученые Института проблем управления имени В.А. Трапезникова [2–4]. Рефлексивные игры применяются для анализа задач принятия решений с учетом взаимодействия интересов игроков, характера их взаимоотношений, в условиях различной информированности.

Рефлексивным управлением называется воздействие на субъектов, которое склоняет их принять решение, подготовленное управляющей стороной [1, с. 89]. Субъектами могут быть отдельные лица, объединения лиц, организации.

Цель исследования: включение в теоретико-игровой анализ рефлексивного управления показателя принадлежности к группе взаимодействующих субъектов в условиях нечеткого определения характера взаимоотношений между ними (конфронтации или союза).

Применяемые методы исследования – формализация и математизация проблемы рефлексивного управления индивидуальным выбором в группе взаимодействующих субъектов.

Результаты исследования и их обсуждение

Рассмотрим группу взаимодействующих субъектов $S = \{S_1, S_2,\ldots, S_n\}$, каждый из которых, S_i, $i = 1, 2,\ldots, n$, является лицом, принимающим решения, (ЛПР). Для каждого субъекта S_i может быть определено нечеткое множество

$$S_i = \left\{\mu_i\left(S_1\right)/S_1, \mu_i\left(S_2\right)/S_2, \ldots, \mu_i\left(S_{i-1}\right)/S_{i-1}, \mu_i\left(S_{i+1}\right)/S_{i+1}, \ldots, \mu_i\left(S_n\right)/S_n\right\}, \quad (1)$$

функция принадлежности которого характеризует уровень отношений субъектов S_i и S_j, $j = 1, 2, \ldots, i-1, i+1,\ldots, n$. Будем предполагать, что для любых i и j справедливо условие:

$$\mu_i\left(S_j\right) = \mu_j\left(S_i\right) = \mu_{ij}. \quad (2)$$

Функция $\mu_i(S_j)$ принимает значение 1, если субъекты S_i и S_j находятся в отношениях союза в условиях полного доверия и открытости, что предполагает отсутствие какого-либо конфликта интересов между ними. Функция $\mu_i(S_j)$ принимает значение 0, если субъекты S_i и S_j находятся в отношении конфронтации. Область допустимых значений функций $\mu_i(S_j)$, $i = 1, 2,\ldots, n$, – отрезок [0; 1]. Чем ближе отношения субъектов S_i и S_j к союзническим, соответственно, тем ближе значение функции $\mu_i(S_j)$ должно быть к единице.

Определим для нечеткого множества (1) четкое подмножество уровня γ. Параметр $\gamma\in[0;1]$ имеет смысл критического уровня принадлежности, разделяющего для игрока S_i, $i = 1, 2,\ldots, n$, всех субъектов S_j, $j = 1, 2,\ldots, i-1, i+1,\ldots, n$, на две группы: условных союзников и условных противников:

$$S_i^{\gamma} = \left\{S_j \mid \mu_i\left(S_j\right)/S_j \ge \gamma, j \ne i\right\}. \quad (3)$$

Каждому участнику S_i группы S доступно множество элементарных действий:

$$A = \left\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m\right\}, m \ge 1. \quad (4)$$

Любое подмножество совместных действий $A_j \subseteq A$ образует альтернативную стратегию (вариант решения) субъекта S_i. Множество M всех подмножеств A образует множество альтернативных решений субъектов S_i, $i = 1, 2,\ldots, n$. Выбор альтернативы определяется интенцией (внутренним намерением) субъекта S_i, а также его взаимоотношениями с другими субъектами в группе.

Для определенности предположим, что множество A включает элементы α_1, α_2, α_3:

$$A = \left\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\right\}. \quad (5)$$

В этом случае множество альтернативных решений субъекта примет вид

$$M = \left\{\left\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\right\} \equiv 1, \left\{\alpha_1, \alpha_2\right\}, \left\{\alpha_1, \alpha_3\right\}, \left\{\alpha_2, \alpha_3\right\}, \left\{\alpha_1\right\}, \left\{\alpha_2\right\}, \left\{\alpha_3\right\}, \{\} \equiv 0\right\}. \quad (6)$$

Для каждого субъекта S_i определена функция F_i индивидуального выбора, определенная на множестве M [1, с. 36]:

$$\check{s}_i = F_i\left(s_1, s_2, \ldots, s_i, \ldots, s_n\right) = F_i\left(s_i, s_{-i}\right), \quad (7)$$

где $\check{s}_i$ – выбор субъекта S_i (значение функции выбора F_i);
s_i – переменная функции выбора F_i, отражающая интенцию субъекта S_i выбрать определенную альтернативу из множества M;
s_j – переменная функции выбора F_i, альтернатива, к выбору которой субъект $S_{j\ne i}$ склоняет субъекта S_i.

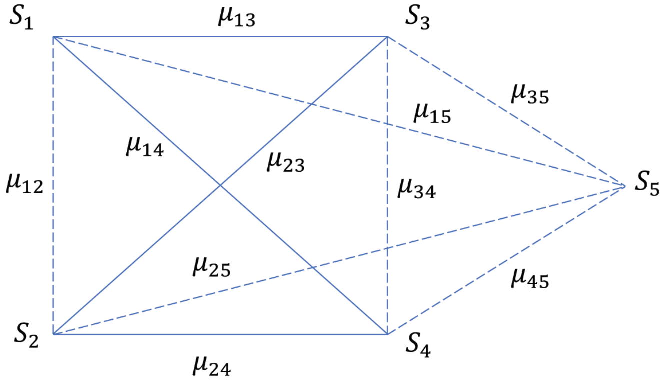

Рис. 1. Граф G_1 отношений субъектов S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 при $\gamma = \gamma_1$

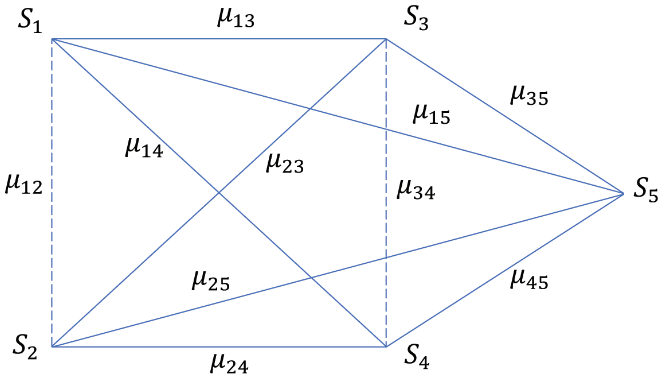

Рис. 2. Граф G_2 отношений субъектов S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 при $\gamma = \gamma_2$

Вид функции F_i, $i = 1, 2,\ldots, n$, задается графом G отношений в группе и соответствующим ему полиномом. Узлы графа соответствуют субъектам, а ребра характеризуют отношения между субъектами.

Проиллюстрируем процесс построения полинома и функции индивидуального выбора на конкретном примере. Сравним графы отношений субъектов G_1 с критическим уровнем принадлежности $\gamma = \gamma_1$ и G_2 с критическим уровнем принадлежности $\gamma = \gamma_2$, предполагая для определенности, что $\gamma_1 1 > \gamma_2$.

Предположим, при $\gamma = \gamma_1$ граф G_1 отношений субъектов в группе имеет вид (рис. 1).

При $\gamma = \gamma_2$ получаем граф отношений G_2 (рис. 2).

Отношениям союза на рис. 1 и 2 соответствуют ребра графов, представленные сплошной линией, отношениям конфликта – ребра графов, обозначенные пунктирной линией.

В отличие от графа G_1 граф G_2 предполагает союзнические взаимоотношения субъекта S_5 с другими субъектами группы. То есть для графа G_1, справедливы соотношения

$$\mu_{13},\mu_{14},\mu_{23},\mu_{24} \geq \gamma = \gamma_1, \quad (8)$$

$$\mu_{12},\mu_{15},\mu_{25},\mu_{34},\mu_{35},\mu_{45} < \gamma = \gamma_1. \quad (9)$$

Для графа G_2:

$$\mu_{13},\mu_{14},\mu_{15},\mu_{23},\mu_{24},\mu_{25},\mu_{35},\mu_{45} \geq \gamma = \gamma_2, \quad (10)$$

$$\mu_{12},\mu_{34},< \gamma = \gamma_2. \quad (11)$$

Граф G_2 показывает, что при понижении критического уровня принадлежности γ к группе союзников игроков до уровня γ_2 субъект S_5 рассматривается в группе как союзник для каждого из субъектов: S_1, S_2, S_3, S_4.

Графу G_1 соответствует полином

$$\left(S_1 + S_2\right)\cdot\left(S_3 + S_4\right) + S_5, \quad (12)$$

графу G_2:

$$\left(S_1 + S_2\right)\cdot\left(S_3 + S_4\right)\cdot S_5. \quad (13)$$

Функции индивидуального выбора субъектов группы, соответствующие графам G_1 и G_2, представлены в табл. 1.

Таблица 1

Функции индивидуального выбора

Граф отношений G_1	Граф отношений G_2
$\check{s}_1 = (s_1 + s_2)\cdot(s_3 + s_4) + s_5$ (14.1)	$\check{s}_1 = (s_1 + s_2)\cdot(s_3 + s_4)\cdot s_5$ (15.1)
$\check{s}_2 = (s_1 + s_2)\cdot(s_3 + s_4) + s_5$ (14.2)	$\check{s}_2 = (s_1 + s_2)\cdot(s_3 + s_4)\cdot s_5$ (15.2)
$\check{s}_3 = (s_1 + s_2)\cdot(s_3 + s_4) + s_5$ (14.3)	$\check{s}_3 = (s_1 + s_2)\cdot(s_3 + s_4)\cdot s_5$ (15.3)
$\check{s}_4 = (s_1 + s_2)\cdot(s_3 + s_4) + s_5$ (14.4)	$\check{s}_4 = (s_1 + s_2)\cdot(s_3 + s_4)\cdot s_5$ (15.4)
$\check{s}_5 = (s_1 + s_2)\cdot(s_3 + s_4) + s_5$ (14.5)	$\check{s}_5 = (s_1 + s_2)\cdot(s_3 + s_4)\cdot s_5$ (15.5)

Таблица 2

Матрица P взаимных влияний нецеленаправленных субъектов

Субъект	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
S_1	$\{\alpha_1, \alpha_2\}$	$\{\}$	$\{\alpha_1, \alpha_3\}$	$\{\alpha_3\}$	$\{\alpha_1, \alpha_2\}$
S_2	$\{\alpha_1\}$	$\{\alpha_1, \alpha_3\}$	$\{\}$	$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$	$\{\alpha_2, \alpha_3\}$
S_3	$\{\alpha_2, \alpha_3\}$	$\{\alpha_2\}$	$\{\alpha_1\}$	$\{\alpha_1, \alpha_2\}$	$\{\}$
S_4	$\{\alpha_3\}$	$\{\alpha_1, \alpha_2\}$	$\{\alpha_3\}$	$\{\alpha_2, \alpha_3\}$	$\{\alpha_3\}$
S_5	$\{\alpha_2\}$	$\{\}$	$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$	$\{\}$	$\{\alpha_1\}$

Общая схема решения задачи индивидуального выбора в рамках теории рефлексивных игр Лефевра может быть представлена в виде последовательности шагов [1, с. 42–44]:

1. Определяется группа субъектов $S = \{S_1, S_2,\ldots, S_n\}$, $n > 1$.

2. Для любой пары субъектов группы S задается отношение союза или конфликта.

3. Взаимоотношения субъектов в группе представляются в виде графа G.

4. Задается набор действий $A = \{\alpha_1, \alpha_2,\ldots, \alpha_m\}$, любая реализуемая комбинация которых определяет альтернативу индивидуального выбора.

5. Строится матрица воздействий (влияний) $P = p_{ij}$, элемент p_{ij} которой отражает желательный с позиции субъекта S_i выбор субъектом S_j, $i, j = 1, 2,\ldots, n$. Элемент p_{ii} имеет смысл выбора, желаемого самим субъектом S_i.

6. На основе графа G строится полином, отношению союза в котором соответствует операция логического умножения, а отношению конфликта – операция логического сложения.

7. Полином графа G определяет вид функции индивидуального выбора (7) для каждого субъекта.

8. Если субъект является целенаправленным, т.е. способным реализовать свои интенции, то в функции (7) переменная интенции $s_k \equiv \check{s}_k$ полагается неизвестной, тождественно равной переменной выбора. В случае нецеленаправленного субъекта выбор субъекта S_k полностью определяется системой отношений внутри группы, в которую он входит.

9. Далее решается уравнение индивидуального выбора для каждого субъекта с учетом матрицы воздействий P.

Предположим, субъекты S_1, S_2,…, S_5 не являются целенаправленными, и матрица P взаимных воздействий (влияний) имеет вид (табл. 2).

Нецеленаправленным субъектом является игрок, выбор которого подчиняется внешнему влиянию и может не совпадать с внутренним намерением выбрать определенную альтернативу. Для целенаправленного игрока интенция и реальный выбор совпадают [1, с. 36].

Подставим управляющие воздействия из матрицы (табл. 2) в уравнения (14.1)–(14.5), предполагая систему взаимоотношений G_1:

$$\check{s}_1 = \left(\{\alpha_1,\alpha_2\} + \{\alpha_1\}\right)\cdot\left(\{\alpha_2,\alpha_3\} + \{\alpha_3\}\right) + \{\alpha_2\} = \{\alpha_2\}, \quad (16.1)$$

$$\check{s}_2 = \left(\{\} + \{\alpha_1,\alpha_3\}\right)\cdot\left(\{\alpha_2\} + \{\alpha_1,\alpha_2\}\right) + \{\} = \{\alpha_1\}, \quad (16.2)$$

$$\check{s}_3 = \left(\{\alpha_1,\alpha_3\} + \{\}\right)\cdot\left(\{\alpha_1\} + \{\alpha_3\}\right) + \{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\} = \{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}, \qquad (16.3)$$

$$\check{s}_4 = \left(\{\alpha_3\} + \{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}\right)\cdot\left(\{\alpha_1,\alpha_2\} + \{\alpha_2,\alpha_3\}\right) + \{\} = \{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}, \qquad (16.4)$$

$$\check{s}_5 = \left(\{\alpha_1,\alpha_2\} + \{\alpha_2,\alpha_3\}\right)\cdot\left(\{\} + \{\alpha_3\}\right) + \{\alpha_1\} = \{\alpha_1,\alpha_3\}. \qquad (16.5)$$

В случае графа G_2 используется система уравнений (15.1)–(15.5):

$$\check{s}_1 = \left(\{\alpha_1,\alpha_2\} + \{\alpha_1\}\right)\cdot\left(\{\alpha_2,\alpha_3\} + \{\alpha_3\}\right)\cdot\{\alpha_2\} = \{\alpha_2\}, \qquad (17.1)$$

$$\check{s}_2 = \left(\{\} + \{\alpha_1,\alpha_3\}\right)\cdot\left(\{\alpha_2\} + \{\alpha_1,\alpha_2\}\right)\cdot\{\} = \{\}, \qquad (17.2)$$

$$\check{s}_3 = \left(\{\alpha_1,\alpha_3\} + \{\}\right)\cdot\left(\{\alpha_1\} + \{\alpha_3\}\right)\cdot\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\} = \{\alpha_1,\alpha_3\}, \qquad (17.3)$$

$$\check{s}_4 = \left(\{\alpha_3\} + \{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}\right)\cdot\left(\{\alpha_1,\alpha_2\} + \{\alpha_2,\alpha_3\}\right)\cdot\{\} = \{\}, \qquad (17.4)$$

$$\check{s}_5 = \left(\{\alpha_1,\alpha_2\} + \{\alpha_2,\alpha_3\}\right)\cdot\left(\{\} + \{\alpha_3\}\right)\cdot\{\alpha_1\} = \{\}. \qquad (17.5)$$

Таблица 3

Интенции и реальный выбор нецеленаправленных субъектов

Субъект	Интенция	Индивидуальный выбор (Граф G_1)	Индивидуальный выбор (Граф G_2)
S_1	$\{\alpha_1, \alpha_2\}$	$\{\alpha_2\}$	$\{\alpha_2\}$
S_2	$\{\alpha_1, \alpha_3\}$	$\{\alpha_1\}$	$\{\}$
S_3	$\{\alpha_1\}$	$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$	$\{\alpha_1, \alpha_3\}$
S_4	$\{\alpha_2, \alpha_3\}$	$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$	$\{\}$
S_5	$\{\alpha_1\}$	$\{\alpha_1, \alpha_3\}$	$\{\}$

Таблица 4

Матрица P взаимных влияний целенаправленных субъектов

Субъект	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
S_1	$\boldsymbol{s_1}$	$\{\}$	$\{\alpha_1, \alpha_3\}$	$\{\alpha_3\}$	$\{\alpha_1, \alpha_2\}$
S_2	$\{\alpha_1\}$	$\boldsymbol{s_2}$	$\{\}$	$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$	$\{\alpha_2, \alpha_3\}$
S_3	$\{\alpha_2, \alpha_3\}$	$\{\alpha_2\}$	$\boldsymbol{s_3}$	$\{\alpha_1, \alpha_2\}$	$\{\}$
S_4	$\{\alpha_3\}$	$\{\alpha_1, \alpha_2\}$	$\{\alpha_3\}$	$\boldsymbol{s_4}$	$\{\alpha_3\}$
S_5	$\{\alpha_2\}$	$\{\}$	$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$	$\{\}$	$\boldsymbol{s_5}$

Сравним интенции и реальный выбор нецеленаправленных субъектов, корректирующих свои решения под влиянием других субъектов в группе с учетом конфигурации взаимоотношений в группе (табл. 3).

Ни один из пяти рассматриваемых субъектов не смог реализовать свои интенции и вынужден был скорректировать свой выбор под влиянием других субъектов.

Предположим теперь, что субъекты целенаправленны. В этом случае диагональные элементы матрицы P не известны и задача фактически заключается в поиске таких решений, которые могут быть реализованы при заданной композиции взаимоотношений в группе.

Матрица взаимных влияний субъектов примет вид (табл. 4).

В случае целенаправленных субъектов уравнение индивидуального выбора следует переписать в виде [1, с. 16]:

$$\check{s}_i = As_i + B\overline{s_i}, \tag{18}$$

$$i = 1, 2, \ldots, n,$$

где A и B не зависят от s_i.

Уравнение (18) будет иметь решение тогда и только тогда, когда

$$B \subseteq A, \tag{19}$$

и решения уравнения (18) удовлетворяют условию

$$B \subseteq \check{s}_i \subseteq A. \tag{20}$$

Для графа отношений G_1 решения уравнений (18) выведены в работе [5, с. 54]. Полученные варианты выбора целенаправленных субъектов S_i, $i = 1, 2,\ldots,5$, совпадающие с их интенциями, имеют вид

$$\check{s}_1 \equiv s_1 \in \{\{\alpha_2\},\{\alpha_2,\alpha_3\}\}, \tag{21.1}$$

$$\check{s}_2 \equiv s_2 \in \{\{\},\{\alpha_1\},\{\alpha_2\},\{\alpha_1,\alpha_2\}\}, \tag{21.2}$$

$$\check{s}_3 \equiv s_3 \in \{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}, \tag{21.3}$$

$$\check{s}_4 \equiv s_4 \in \{\{\alpha_1,\alpha_2\},\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}\}, \tag{21.4}$$

$$\check{s}_5 \equiv s_5 \in \{\{\alpha_3\},\{\alpha_1,\alpha_3\},\{\alpha_2,\alpha_3\},\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}\}. \tag{21.5}$$

Решим уравнения (18) для целенаправленных субъектов S_i, $i = 1, 2,\ldots,5$, с композицией взаимоотношений, представленной графом G_2.

Уравнение для субъекта S_1:

$$\check{s}_1 = (s_1+s_2)\cdot(s_3+s_4)\cdot s_5 = \left[(s_3+s_4)s_5\right]s_1 + \left[s_2(s_3+s_4)s_5\right](s_1+\overline{s_1}) =$$

$$= \left[(s_3+s_4)s_5\right]s_1 + \left[s_2(s_3+s_4)s_5\right]\overline{s_1} = As_1 + B\overline{s_1}, \tag{22.1}$$

$$A = (s_3+s_4)s_5 = (\{\alpha_2,\alpha_3\}+\{\alpha_3\})\{\alpha_2\} = \{\alpha_2\},$$

$$B = s_2(s_3+s_4)s_5 = \{\alpha_1\}(\{\alpha_2,\alpha_3\}+\{\alpha_3\})\{\alpha_2\} = \{\},$$

$$\{\} \subseteq \check{s}_1 \subseteq \{\alpha_2\}. \tag{22.2}$$

Из (22.2) следует, что субъекту S_1 доступны два альтернативных решения:

$$\check{s}_1 \equiv s_1 \in \{\{\},\{\alpha_2\}\}, \tag{22.3}$$

совпадающие с его интенциями.

Уравнение для субъекта S_2:

$$\check{s}_2 = (s_1+s_2)\cdot(s_3+s_4)\cdot s_5 = \left[(s_3+s_4)\cdot s_5\right]s_2 + \left[s_1\cdot(s_3+s_4)\cdot s_5\right](s_2+\overline{s_2})$$

$$= \left[(s_3+s_4)\cdot s_5\right]s_2 + \left[s_1(s_3+s_4)\cdot s_5\right]\overline{s_2} = As_2 + B\overline{s_2}, \tag{23.1}$$

$$A = (s_3 + s_4)s_5 = (\{\alpha_2\} + \{\alpha_1, \alpha_2\})\{\} = \{\},$$

$$B = s_1(s_3 + s_4)s_5 = \{\}(\{\alpha_2\} + \{\alpha_1, \alpha_2\})\{\} = \{\},$$

$$\{\} \subseteq \check{s}_2 \subseteq \{\}. \tag{23.2}$$

Субъект S_2 может реализовать свою интенцию бездействия:

$$\check{s}_2 \equiv s_2 \in \{\}. \tag{23.3}$$

Уравнение для субъекта S_3:

$$\check{s}_3 = (s_1 + s_2)\cdot(s_3 + s_4)\cdot s_5 = \left[(s_1 + s_2)\cdot s_5\right]s_3 + \left[s_4\cdot(s_1 + s_2)\cdot s_5\right](s_3 + \overline{s}_3) =$$

$$= \left[(s_1 + s_2)\cdot s_5\right]s_3 + \left[s_4\cdot(s_1 + s_2)\cdot s_5\right]\overline{s}_3 = As_3 + B\overline{s}_3, \tag{24.1}$$

$$A = (s_1 + s_2)\cdot s_5 = (\{\alpha_1, \alpha_3\} + \{\})\cdot\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\} = \{\alpha_1, \alpha_3\},$$

$$B = s_4(s_1 + s_2)\cdot s_5 = \{\alpha_3\}\cdot(\{\alpha_1, \alpha_3\} + \{\})\cdot\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\} = \{\alpha_3\},$$

$$\{\alpha_3\} \subseteq \check{s}_3 \subseteq \{\alpha_1, \alpha_3\}. \tag{24.2}$$

Следовательно, субъекту S_3 доступны решения

$$\check{s}_3 \equiv s_3 \in \{\{\alpha_3\}, \{\alpha_1, \alpha_3\}\}, \tag{24.3}$$

совпадающие с его интенциями.

Уравнение для субъекта S_4:

$$\check{s}_4 = (s_1 + s_2)\cdot(s_3 + s_4)\cdot s_5 = \left[(s_1 + s_2)\cdot s_5\right]s_4 + \left[s_3\cdot(s_1 + s_2)\cdot s_5\right](s_4 + \overline{s}_4) =$$

$$= \left[(s_1 + s_2)\cdot s_5\right]s_4 + \left[s_3\cdot(s_1 + s_2)\cdot s_5\right]\overline{s}_4 = As_4 + B\overline{s}_4, \tag{25.1}$$

$$A = (s_1 + s_2)\cdot s_5 = (\{\alpha_3\} + \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\})\cdot\{\} = \{\},$$

$$B = s_3\cdot(s_1 + s_2)\cdot s_5 = \{\alpha_1, \alpha_2\}(\{\alpha_3\} + \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\})\cdot\{\} = \{\},$$

$$\{\} \subseteq \check{s}_1 \subseteq \{\}. \tag{25.2}$$

Субъект S_4 имеет возможность реализовать интенцию, не связанную с выбором какой-либо не пустой альтернативы:

$$\check{s}_2 \equiv s_2 \in \{\}. \tag{25.3}$$

Уравнение для субъекта S_5:

$$\check{s}_5 = (s_1 + s_2)\cdot(s_3 + s_4)\cdot s_5 = (s_1 + s_2)\cdot(s_3 + s_4)\cdot s_5 + 0\cdot(s_5 + \overline{s}_5) =$$

$$= \left[(s_1 + s_2)\cdot(s_3 + s_4)\right]\cdot s_5 + 0\cdot\overline{s}_5 = As_5 + B\overline{s}_5, \tag{26.1}$$

$$A=(s_1+s_2)\cdot(s_3+s_4)=(\{\alpha_1,\alpha_2\}+\{\alpha_2,\alpha_3\})\cdot(\{\}+\{\alpha_3\}),$$

$$B=0=\{\},$$

$$\{\}\subseteq \check{s}_5\subseteq 1\equiv\{\alpha_3\}. \qquad (26.2)$$

Субъекту S_5 доступны решения

$$\check{s}_5\equiv s_5\in\{\{\},\{\alpha_3\}\}, \qquad (26.3)$$

совпадающие с его интенциями.

Сопоставим влияния на субъектов S_i, i = 1,2,…,5, со стороны других субъектов группы с вариантами их выбора (табл. 5–9).

Таблица 5

Влияние на субъекта S_1 и его выбор

Влияющий субъект	Влияние	Варианты индивидуального выбора S_1 (граф G_1)	Варианты индивидуального выбора S_1 (граф G_2)
S_2	$\{\alpha_1\}$	$\{\alpha_2\}$, $\{\alpha_2, \alpha_3\}$	$\{\}$, $\{\alpha_2\}$
S_3	$\{\alpha_2, \alpha_3\}$		
S_4	$\{\alpha_3\}$		
S_5	$\{\alpha_2\}$		

Таблица 6

Влияние на субъекта S_2 и его выбор

Влияющий субъект	Влияние	Варианты индивидуального выбора S_2 (граф G_1)	Варианты индивидуального выбора S_2 (граф G_2)
S_1	$\{\}$	$\{\}$, $\{\alpha_1\}$, $\{\alpha_2\}$, $\{\alpha_1, \alpha_2\}$	$\{\}$
S_3	$\{\alpha_2\}$		
S_4	$\{\alpha_1, \alpha_2\}$		
S_5	$\{\}$		

Таблица 7

Влияние на субъекта S_3 и его выбор

Влияющий субъект	Влияние	Варианты индивидуального выбора S_3 (граф G_1)	Варианты индивидуального выбора S_3 (граф G_2)
S_1	$\{\alpha_1, \alpha_3\}$	$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$	$\{\alpha_3\}$, $\{\alpha_1, \alpha_3\}$
S_2	$\{\}$		
S_4	$\{\alpha_3\}$		
S_5	$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$		

Таблица 8

Влияние на субъекта S_4 и его выбор

Влияющий субъект	Влияние	Варианты индивидуального выбора S_4 (граф G_1)	Варианты индивидуального выбора S_4 (граф G_2)
S_1	$\{\alpha_3\}$	$\{\alpha_1, \alpha_2\}$, $\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$	$\{\}$
S_2	$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$		
S_3	$\{\alpha_1, \alpha_2\}$		
S_5	$\{\}$		

Таблица 9

Влияние на субъекта S_5 и его выбор

<table>
<tr><th>Влияющий субъект</th><th>Влияние</th><th>Варианты индивидуального выбора S_5 (граф G_1)</th><th>Варианты индивидуального выбора S_5 (граф G_2)</th></tr>
<tr><td>S_1</td><td>$\{\alpha_1, \alpha_2\}$</td><td rowspan="4">$\{\alpha_3\}$,
$\{\alpha_1, \alpha_3\}$,
$\{\alpha_2, \alpha_3\}$,
$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$</td><td rowspan="4">$\{\}$,
$\{\alpha_3\}$</td></tr>
<tr><td>S_2</td><td>$\{\alpha_2, \alpha_3\}$</td></tr>
<tr><td>S_3</td><td>$\{\}$</td></tr>
<tr><td>S_4</td><td>$\{\alpha_3\}$</td></tr>
</table>

Согласно табл. 5–9 изменение критического уровня принадлежности группе союзников γ привело к изменению возможных под влиянием внешних управляющих воздействий вариантов выбора решений для каждого из субъектов S_i, $i = 1, 2,\ldots, n$. При различных значениях γ будут иметь место различные варианты индивидуального выбора игроков в ситуации, когда корректировка параметра γ влечет за собой изменение конфигурации отношений в группе. При $\gamma = 0$ получаем группу субъектов в отношениях союза на условиях полного доверия и открытости. При $\gamma = 1$ – группу субъектов в отношениях полной конфронтации. Такие группы субъектов называют суперактивными [1, с. 67–70]. Можно показать, что в случае суперактивной группы любой субъект выберет альтернативу $1 \equiv \{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m\}$. Таких субъектов, соответственно, называют суперактивными.

Заключение

Рассмотренные выше условные примеры рефлексивного взаимодействия субъектов соответствуют ситуациям управления выбором игроков через взаимное манипулирование посредством прямого влияния и путем изменения отношений (через повышение или понижение критического уровня принадлежности к группе союзников γ).

На выбор игрока (субъекта S_i) не оказывает непосредственное влияние уровень принадлежности $\mu_i(S_j)$ субъектов S_j к группе союзников данного игрока до тех пор, пока неизменным сохраняется соотношение $\mu_i(S_j)$ и γ для любого $j = 1, 2,\ldots, i-1, i+1,\ldots, n$. Имеет значение конкретная конфигурация отношений, определяемая параметром γ. И целенаправленные, и нецеленаправленные субъекты, определяя желаемые исходы противостояния интересов, задают условную границу γ и, сравнивая $\mu_i(S_j)$ и γ, разделяют игроков на союзников и противников. Другими словами, именно результаты выбора игроками S_i, $i = 1, 2,\ldots, n$, (с учетом взаимного влияния в условиях конфликта интересов) своих действий и соответствие этих результатов целям игрока указывают на истинный (наиболее адекватный ситуации) критический уровень принадлежности γ субъектов S_j, $j = 1, 2,\ldots, i-1, i+1,\ldots, n$, к группе союзников игрока S_i, $i = 1, 2,\ldots, n$.

Список литературы

1. Лефевр В.А. Лекции по теории рефлексивных игр / Пер. с англ. М.: «Когито-Центр», 2009. 218 с.

2. Бреер В.В., Новиков Д.А., Рогаткин А.Д. Управление толпой: математические модели порогового коллективного управления. М.: Ленанд, 2016. 168 с.

3. Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства. М.: МЦНМО, 2018. 224 с.

4. Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Рефлексия и управление: математические модели. М.: Издательство физико-математической литературы, 2013. 412 с.

5. Михалева М.Ю. Моделирование рефлексивного взаимодействия публичной компании с заинтересованными сторонами // Экономика и управление: проблемы, решения. 2018. Т. 5 (77). С. 50–57.