

УДК 336.7

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ИНФОРМАЦИОННО-АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ПОРТФЕЛЯ ФИНАНСОВЫХ АКТИВОВ НЕИНСТИТУЦИОНАЛЬНОГО ИНВЕСТОРА

Быстрова Д.А., Зинчук М.Г., Лошаков М.А.

ФГБОУ ВО «Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова», Москва,  
e-mail: [Bystrova.DA@rea.ru](mailto:Bystrova.DA@rea.ru), [zin4uk-marina@yandex.ru](mailto:zin4uk-marina@yandex.ru), [kotov.mikhail.96@gmail.com](mailto:kotov.mikhail.96@gmail.com)

Ранее в работах уже рассматривалась задача выбора оптимального портфеля неинституционального инвестора – агента российского фондового рынка – с учетом его предпочтений в критериальном поле: доходность – риск – ликвидность. Одним из выводов данных работ был следующий – для условий высокой волатильности и низкой ликвидности финансовых активов, обращающихся на российском фондовом рынке, необходимо разработать модифицированный вариант математической модели и программно-информационное обеспечение процедуры выбора портфеля неинституционального инвестора, учитывающие эти факторы современного российского рынка. Эта задача в целом решена в данной работе. Отличиями предложенной модели от «классического» варианта модели Г. Марковица являются: динамический характер (моделирование инвестиционных решений на последовательных временных интервалах, образующих единый холдинговый период), учет институциональных и неинституциональных особенностей фондового рынка (в частности, целочисленности торгуемых лотов и необходимости коррекции состава портфеля по результатам его мониторинга инвестиционного портфеля по указанным критериям), использование интегрального критерия качества управления портфелем. Представлена общая блок-схема алгоритма решения задачи выбора оптимального портфеля неинституционального инвестора, дополненная изложением вход-выходной информации и функциональной нагрузки каждого из блоков (процессоров).

**Ключевые слова:** российский фондовый рынок, неинституциональный инвестор, финансовый портфель, оптимальное инвестирование, модель Г. Марковица, критерии портфельного инвестирования

## MATHEMATICAL MODELS AND INFORMATION-ALGORITHMIC SUPPORT FOR DYNAMIC OPTIMIZATION OF ASSETS PORTFOLIO FORMED BY A NON-INSTITUTIONAL INVESTOR

Bystrova D.A., Zinchuk M.G., Loshakov M.A.

*Plekhanov Russian University of Economics, Moscow, e-mail: [Bystrova.DA@rea.ru](mailto:Bystrova.DA@rea.ru),  
[zin4uk-marina@yandex.ru](mailto:zin4uk-marina@yandex.ru), [kotov.mikhail.96@gmail.com](mailto:kotov.mikhail.96@gmail.com)*

Earlier in the work the problem of choosing the optimal portfolio of a non-institutional investor – the agent of the Russian stock market was already considered taking into account his preferences in the criterial field: profitability – risk – liquidity. One of the conclusions of these studies was the following – for conditions of high volatility and low liquidity of financial assets circulating on the stock market, it is necessary to develop a modified version of the mathematical model and software and information support for the procedure for choosing a portfolio of non-institutional investors that takes into account these factors of the modern Russian market. This problem is generally solved in this paper. Differences between the proposed model of the «classic» version of the model of G. Markowitz are dynamic in nature (modeling investment decisions at successive time intervals, forming a single holding period), consideration of institutional and non-institutional features of the stock market (in particular, an integer of lots traded and the need to correct the composition of the portfolio based on the results of his monitoring of the investment portfolio by the specified criteria), the use of an integral quality control criterion of the portfolio. A general block diagram of the algorithm for solving the problem of choosing the optimal portfolio of a non-institutional investor is presented, with input-output information and the functional load of each of the blocks (processors).

**Keywords:** Russian stock market, non-institutional investor, assets portfolio, optimal investment, Markowitz model, criteria of portfolio investment

Проблематика управления портфелем финансовых активов неинституционального инвестора – агента российского фондового рынка в разное время рассматривалась многими российскими исследователями, в частности Н.Е. Егоровой, А.В. Мищенко, И.А. Киселевой и др., а из последних работ на эту тему выделим работы Д.А. Быстровой и М.А. Рязанова [1], М.А. Халикова и Д.А. Максимова [2]. В этих и других работах рассматривается задача оптимизации финансового портфеля неинституциональ-

ного инвестора, однако в «упрощённом» варианте, без учета динамических характеристик портфеля и в непрерывной постановке, что не соответствует реалиям современного фондового рынка.

В связи с этим отметим, что широко известные модели портфельных инвестиций Г. Марковица, У. Шарпа, Дж. Тобина [3] имеют ограниченное применение для развивающегося финансовых рынков и, в частности, для российского, по следующим причинам:

– рынок высоко изменчив. На сегодняшний день волатильность составляет 28,9% (рис. 1) [4];

– с рынка уходят крупные инвесторы [5], а средние и мелкие при принятии инвестиционных решений оперируют расширенным набором критериев качества, включающим наряду с риском, доходностью и ликвидность финансовых активов.

Цель исследования: учитывая эти и некоторые другие институциональные особенности и неинституциональные отличия российского фондового рынка (например, низкую эффективность рынка и дискретность торгуемых лотов), целью настоящей работы является разработка математической модели и информационно-алгоритмического обеспечения динамической оптимизации портфеля финансовых активов неинституционального инвестора, реализующих следующие идеи:

1) постоянный мониторинг (повторяющийся с периодичностью торговых сессий) финансовых активов, которые либо включены в портфель инвестора, либо находятся в его «резерве» для расширения потенциального списка активов инвестирования, которые ранее не удовлетворяли предпочтениям инвестора по критериям доходность – риск – ликвидность, а с какого-то момента времени становятся объектом инвестирования [6];

2) оперирование не только интегральной ценой купли-продажи финансового актива, как это принято в «традиционной» портфельной теории, а с выделением двух рядов цен, наблюдаемых инвестором для указанных активов: цены продажи и цены покупки, что крайне важно для низколиквидных фондовых рынков [7];

3) управление портфелем на двух уровнях (на верхнем – управляющая компания, на нижнем – торговая площадка и оперирующей на ней брокер), что позволяет повысить качество инвестиционного решения

за счет перераспределения информации по уровням принимаемого решения критериев доходности и системы ограничений.

### Материалы и методы исследования

Используемый в работе научно-методический и теоретический материал включает авторские и цитируемые работы других авторов по проблематике фондовых рынков, финансовых операций и математико-экономического инструментария управления финансовыми портфелями [8–10].

### Результаты исследования и их обсуждение

Для управления инвестиционным портфелем неинституционального инвестора на  $k$ -й торговой площадке ( $k = \overline{1, K}$ ) воспользуемся динамической моделью, состоящей из двух уровней.

Цель задачи верхнего уровня – максимизация совокупного эффекта распределения денежных средств УК между торговыми площадками.

Цель задачи нижнего уровня – определение плана покупки ценных бумаг и предполагаемой доходности портфеля с учетом риска.

Оценкой эффективности управления инвестиционным портфелем неинституционального инвестора на  $k$ -й торговой площадке на верхнем уровне является дисконтированный поток чистых доходов:

$$DPD_k = -u_k + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{I_k} \frac{\left( \overline{ps}_{k,i}^{(t)} * x_{k,i}^{(t)} - \overline{pr}_{k,i}^{(t)} * y_{k,i}^{(t)} \right)}{(1 + e_0^{(t)})^t}, \quad (1)$$

где  $I, i_1, i_2$  – индексы ценных бумаг, обращающихся на  $k$ -й торговой площадке ( $i, i_1, i_2 = \overline{1, I_k}$ );

$t, \tau$  – индексы временных интервалов ( $t = \overline{0, T}; \tau = \overline{-T_{np}, t-1}$ ), где  $T$  – плановый горизонт,  $T_{np}$  – предшествующий нулевому горизонту мониторинга  $k$ -й торговой площадки;

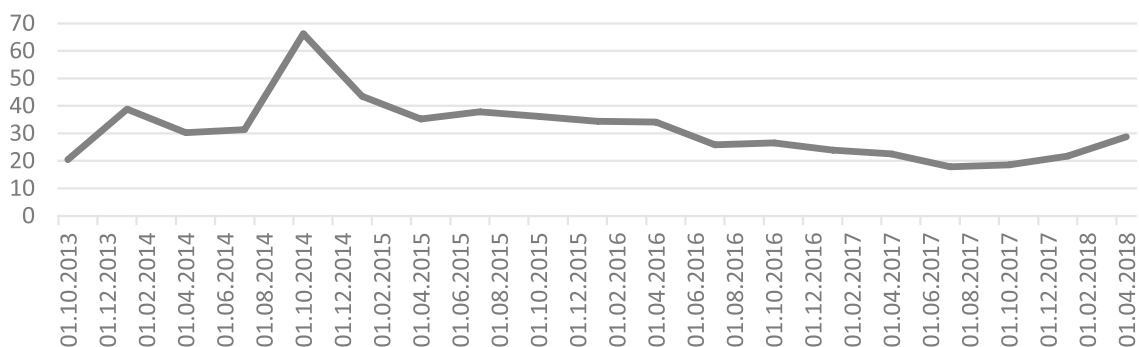


Рис. 1. Российский индекс волатильности RTSVX, группа «Московская биржа»

$\bar{U} = (u_1, u_2, \dots, u_k, \dots, u_K)$  – вектор распределения денежных средств между торговыми площадками;

$x_{k,i}^{(t)}, y_{k,i}^{(t)}$  – величины соответственно продаваемого и покупаемого на  $k$ -й торговой площадке на временном интервале  $t$   $i$ -го актива ( $i = \overline{1, I_k}$ );

$e_0^{(t)}$  – ставка дисконтирования для периода  $t$ , совпадающая с доходностью в этом периоде среднерыночного портфеля;

$\overline{ps}_{k,i}^{(t)}, \overline{pr}_{k,i}^{(t)}$  – средние за период  $[-T_{np}, t-1]$  соответственно цены продажи, покупки  $i$ -го актива, обращающегося на  $k$ -й торговой площадке:

$$\overline{ps}_{k,i}^{(t)} = \frac{1}{T_{np} + t} * \sum_{\tau = -T_{np}}^{t-1} \overline{ps}_{k,i}^{(\tau)}, i = \overline{1, I_k}; \quad (2)$$

$$\overline{pr}_{k,i}^{(t)} = \frac{1}{T_{np} + t} * \sum_{\tau = -T_{np}}^{t-1} \overline{pr}_{k,i}^{(\tau)}, i = \overline{1, I_k}. \quad (3)$$

В дальнейшем для единообразия понятия будем оперировать термином  $k$ -й субпортфель, имея в виду портфель финансовых активов неинституционального инвестора, включающий ценные бумаги, операции с которыми осуществляются на  $k$ -й торговой площадке.

На верхнем уровне решается задача распределения инвестиционных ресурсов между площадками:

$$\sum_{k=1}^K DPD_k(u_k) \rightarrow \max; \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^K u_k = U; \quad (5)$$

$$u_k \geq 0, k = \overline{1, K}. \quad (6)$$

$$\text{cov}^{(t)}(i_1; i_2) = \frac{1}{(T_{np} + t - 1) * \sigma_{d_{k,i_1}}^{(t)} * \sigma_{d_{k,i_2}}^{(t)}} * \sum_{\tau = -T_{np}+1}^{t-1} ((pd_{k,i_1}^{(\tau)} - \overline{pd}_{k,i_1}^{(t)}) * (pd_{k,i_2}^{(\tau)} - \overline{pd}_{k,i_2}^{(t)})), i_1, i_2 = \overline{1, I_k}; \quad (13)$$

$wv_{k,i}^{(t)}$  – доля  $i$ -го актива в совокупном инвестиционном портфеле к концу временного интервала  $t, t = \overline{1, T}$ :

$$wv_{k,i}^{(t)} = \frac{\overline{v}_{k,i}^{(t)}}{\sum_{i=1}^{I_k} \overline{v}_{k,i}^{(t)}}, \quad (14)$$

где  $\underline{v}_{k,i}^{(t)}, \overline{v}_{k,i}^{(t)}$  – объемы  $i$ -го актива, находящиеся в управлении брокера  $k$ -й торговой площадке соответственно в начале и конце временного интервала  $t (t \geq 1)$ :

$$\overline{v}_{k,i}^{(t)} = \underline{v}_{k,i}^{(t)} - x_{k,i}^{(t)} + y_{k,i}^{(t)}, i = \overline{1, I_k}; \underline{v}_{k,i}^{(t)} = \overline{v}_{k,i}^{(t-1)}, \overline{v}_{k,i}^{(0)} = 0, i = \overline{1, I_k}. \quad (15)$$

Задача (7)–(10), в силу ограничения (8) относится к задачам нелинейного (в данном случае, выпуклого программирования) с линейным функционалом (7), что обеспечивает единственность оптимального решения, совпадающего с экстремумом соответствующей функции Лагранжа:

Задача нижнего уровня состоит из двух этапов. На первом этапе осуществляется поиск решения «классической» задачи Г. Морковица (в непрерывной постановке).

$$\sum_{i=1}^{I_k} \overline{pd}_{k,i}^{(t)} * wv_{k,i}^{(t)} \rightarrow \max; \quad (7)$$

$$\sum_{i_1=1}^{I_k} \sum_{i_2=1}^{I_k} \text{cov}^{(t)}(i_1; i_2) * wv_{k,i_1}^{(t)} * wv_{k,i_2}^{(t)} \leq 2 * \overline{\sigma^2}; \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^{I_k} wv_{k,i}^{(t)} = 1; \quad (9)$$

$$wv_{k,i}^{(t)} \geq 0, i = \overline{1, I_k}, \quad (10)$$

где  $\overline{pd}_{k,i}^{(t)}$  – средняя за период  $[-T_{np}, t-1]$  доходность  $i$ -го актива, обращающегося на  $k$ -й торговой площадке:

$$\overline{pd}_{k,i}^{(t)} = \overline{ps}_{k,i}^{(t)} - \overline{pr}_{k,i}^{(t-1)}, \tau \geq -T_{np} + 1, i = \overline{1, I_k}; \quad (11)$$

$\sigma_{d_{k,i}}^{(t)}$  – среднеквадратическое отклонение от среднего значения, полученного за период наблюдения  $[-T_{np}, t-1]$ , доходности  $i$ -го актива на  $k$ -й торговой площадке:

$$\sigma_{d_{k,i}}^{(t)} = \left( \frac{1}{T_{np} + t - 1} * \sum_{\tau = -T_{np}+1}^{t-1} (pd_{k,i}^{(\tau)} - \overline{pd}_{k,i}^{(t)})^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad i = \overline{1, I_k}; \quad (12)$$

$\text{cov}^{(t)}(i_1; i_2)$  – элементы прямоугольной матрицы коэффициентов ковариации доходностей финансовых активов с индексами  $i_1$  и  $i_2$ , рассчитанных на основе наблюдаемых значений доходностей составляющих  $k$ -го субпортфеля на промежутке  $[-T_{np}, t-1], t = \overline{1, T}$ :

$$L(\overline{wv}_k^t, \lambda_1, \lambda_2) = -\sum_{i=1}^{I_k} \overline{pd}_{k,i}^{(t)} * wv_{k,i}^{(t)} + \lambda_1 * \left( \sum_{i_1, i_2=1}^{I_k} \text{cov}^{(t)}(i_1; i_2) * wv_{k,i_1}^{(t)} * wv_{k,i_2}^{(t)} - 2 * \overline{\sigma^2} \right) + \lambda_2 * \left( \sum_{i=1}^{I_k} wv_i^{(t)} - 1 \right); \quad (16)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{wv_{k,i}^{(t)}} = -\overline{pd}_{k,i}^{(t)} + \lambda_1 * \left( \sum_{i_1=1, i_1 \neq i}^{I_k} \text{cov}^{(t)}(i; i_1) * wv_{k,i}^{(t)} * wv_{k,i_1}^{(t)} + 2 * \text{cov}^{(t)}(i; i) * wv_{k,i}^{(t)} \right) + \lambda_2 = 0, i = \overline{1, I_k}; \quad (17) \\ L_{\lambda_1} = \sum_{i_1, i_2=1}^{I_k} \text{cov}^{(t)}(i_1; i_2) * wv_{k,i_1}^{(t)} * wv_{k,i_2}^{(t)} - 2 * \overline{\sigma^2} = 0; \quad (18) \\ L_{\lambda_2} = \sum_{i=1}^{I_k} wv_{k,i}^{(t)} - 1 = 0. \quad (19) \end{array} \right.$$

Численный алгоритм решения задачи (7)–(10) может быть основан на градиентном методе. При этом начальным приближением может служить оптимальный  $k$ -й субпортфель, полученный на шаге  $t - 1$ .

На втором этапе осуществляется выбор оптимального по критерию доходности операций с инвестиционным портфелем неинституционального инвестора на  $k$ -й торговой площадке план продажи-покупки финансовых активов. Используется следующая дискретная оптимизационная модель:

$$\sum_{i=1}^{I_k} (ps_{k,i}^{(t)} * x_{k,i}^{(t)} - pr_{k,i}^{(t)} * y_{k,i}^{(t)}) * (1 - \gamma_k^{(t)}) \rightarrow \max; \quad (20)$$

$$y_{k,i}^{(t)} - x_{k,i}^{(t)} \leq \frac{wvo_{k,i}^{(t)}}{1 - wvo_{k,i}^{(t)}} * \sum_{i_1=1, i_1 \neq i}^{I_k} (y_{k,i_1}^{(t)} - x_{k,i_1}^{(t)} + y_{k,i}^{(t)}) - \underline{v}_{k,i}^{(t)}, i = \overline{1, I_k}; \quad (21)$$

$$\sum_{i=1}^{I_k} (pr_{k,i}^{(t)} * y_{k,i}^{(t)} - ps_{k,i}^{(t)} * x_{k,i}^{(t)}) \leq \underline{L}_k^{(t)}; \quad (22)$$

$$x_{k,i}^{(t)} - y_{k,i}^{(t)} \leq \underline{v}_{k,i}^{(t)}, i = \overline{1, I_k}; \quad (23)$$

$$x_{k,i}^{(1)} = 0, x_{k,i}^{(t)} \in Z_t, i = \overline{1, I_k}, t = \overline{2, T}; \quad (24)$$

$$y_{k,i}^{(t)} \in Z_t, i = \overline{1, I_k}, t = \overline{1, T}, \quad (25)$$

где  $\overline{wvo}_k^{(t)} = (wvo_{k,1}^{(t)}, \dots, wvo_{k,I_k}^{(t)})$  – вектор с компонентами, определяющими оптимальную структуру  $k$ -го субпортфеля на временном интервале  $t$ .

$\gamma_k^{(t)}$  – доля транзакционных и операционных затрат в общем объеме затрат по управлению инвестиционным портфелем на  $k$ -й торговой площадке на временном интервале  $t$ ;

$\underline{L}_k^{(t)}, \overline{L}_k^{(t)}$  – объемы свободных для инвестирования в финансовые активы на  $k$ -й торговой площадке денежных средств соответственно в начале и в конце временного интервала  $t$ ;

$$\overline{L}_k^{(t)} = \underline{L}_k^{(t)} + PD_k^{(t)}, t = \overline{1, T}; \quad (26)$$

$$\underline{L}_k^{(t)} = \overline{L}_k^{(t-1)}, \underline{L}_k^{(0)} = V_k, \quad (27)$$

где  $V_k$  – объем инвестиций, предоставленных УК  $k$ -й торговой площадки в стартовом временном интервале;

$PD_k^{(t)}$  – ожидаемая доходность операций с инвестиционным портфелем на  $k$ -й торговой площадке на временном интервале  $t$  ( $t \geq 1$ );

$$PD_k^{(t)} = \sum_{i=1}^{I_k} (\overline{ps}_{k,i}^{(t)} * x_{k,i}^{(t)} - \overline{pr}_{k,i}^{(t)} * y_{k,i}^{(t)}) * (1 - \gamma_k^{(t)}). \quad (28)$$

Остановимся на ограничении (22), задающем бюджет «дискретного портфеля». Этот бюджет рассчитывается с учетом нераспределенного остатка средств, отличающих непрерывный портфель от целочисленного [11–12]. Объем дополнительно учитываемых при формировании дискретного портфеля средств зависит от первоначального бюджета инвестора (чем больше первоначальный бюджет, тем в меньшей степени этот остаток значим для инвестора), предпочтений инвестора (в случае, если его интересуют «дорогие активы», то фактор величины остатков значим и наоборот) [13]. В любом случае, значимость величины остатка бюджета, учитываемого при формировании дискретного портфеля, должна определяться в договоре с управляющей компанией.

Задача (20)–(25) относится к задачам линейного целочисленного программирования и эффективно решается с использованием известных методов дискретной оптимизации, например, метода «ветвей и границ», либо предложенного в работе [14] метода локальной оптимизации поиска квазиоптимального решения задачи дискретного программирования.

Для практической реализации динамической модели управления портфелем финансовых активов неинституционального инвестора на последовательности временных интервалах, составляющих единый холдинговый период, и ее верификации в управлении портфелем выбранного инвестора нами разработано информационно-алгоритмическое обеспечение, включающее численный алгоритм (ниже приведена блок-схема этого алгоритма и программный модуль, реализованный с использованием языка программирования JavaScript и технологий Node.js и Electron).

Комментарии к блок-схеме:

1. Заключение договора с неинституциональным инвестором на предоставление услуг управления инвестиционного портфеля. Внесение брокером в программу срока действия договора и размера денежных инвестиций.

2. Актуализация базы данных (БД) ценных бумаг, расчёт показателей ценных бумаг:

$\overline{ps}_{k,i}^{(t)}$  – средней за период  $[-T_{np}, t - 1]$  цены продажи  $i$ -го актива, обращающегося на  $k$ -й торговой площадке;

$\overline{pr}_{k,i}^{(t)}$  – средней за период  $[-T_{np}, t - 1]$  цены покупки  $i$ -го актива, обращающегося на  $k$ -й торговой площадке;

$\overline{pd}_{k,i}^{(t)}$  – средней за период  $[-T_{np}, t - 1]$  доходности  $i$ -го актива, обращающегося на  $k$ -й торговой площадке;

$pd_{k,i}^{(t)}$  – доходности  $i$ -го актива, обращающегося на  $k$ -й торговой площадке;

$\sigma_{d_{k,i}^{(t)}}$  – среднеквадратического отклонения от среднего значения, полученного за период наблюдения  $[-T_{np}, t - 1]$ , доходности  $i$ -го актива на  $k$ -й торговой площадке;

$\text{cov}^{(t)}(i_1; i_2)$  – элементов прямоугольной матрицы коэффициентов ковариации доходностей финансовых активов с индексами  $i_1$  и  $i_2$ , рассчитанных на основе наблюдаемых значений доходностей составляющих  $k$ -го субпортфеля на промежутке  $[-T_{np}, t - 1]$ ,  $t = 1, T$ .

3. Проводится проверка наступления нового холдингового периода на начало текущей рабочей сессии. При положительной проверки требуется сформировать новый производственный календарь для нового холдингового периода и распределить денежные средства инвестора между торговыми площадками.

4. Формирование рабочего календаря на текущий холдинговый период: определение границ холдингового периода (месяц, квартал, полугодие, произвольно) и конкретизация торговых дней работы торгового агента, брокера, с учётом сроков договора.

5. Задача верхнего уровня: распределение денежных средств между торговыми площадками.

Входная информация:

$U$  – объем инвестиций, предоставленных УК стартовом временном интервале;

$\underline{L}_k^{(t)}$  – объем свободных для инвестирования в финансовые активы денежных средств соответственно в начале временного интервала  $t$ ;

$e_0^{(t)}$  – ставка дисконтирования для периода  $t$ , совпадающая с доходностью в этом периоде среднерыночного портфеля;

$\overline{ps}_{k,i}^{(t)}$  – средняя за период  $[-T_{np}, t - 1]$  цена продажи  $i$ -го актива, обращающегося на  $k$ -й торговой площадке;

$\overline{pr}_{k,i}^{(t)}$  – средняя за период  $[-T_{np}, t - 1]$  цена покупки  $i$ -го актива, обращающегося на  $k$ -й торговой площадке;

$\overline{X}_k^{(t)}$  – вектор объёмов  $i$ -го актива, продаваемых на  $k$ -й торговой площадке на временном интервале  $t$ ;

$\overline{Y}_k^{(t)}$  – вектор объёмов  $i$ -го актива, покупаемых на  $k$ -й торговой площадке на временном интервале  $t$ .

Выходная информация:

$u_k$  – объем инвестиций, предоставленных УК  $k$ -й торговой площадки в стартовом временном интервале;

$\underline{L}_k^{(t)}$  – объемы свободных для инвестирования в финансовые активы на  $k$ -й торговой площадке денежных средств в начале временного интервала  $t$ .

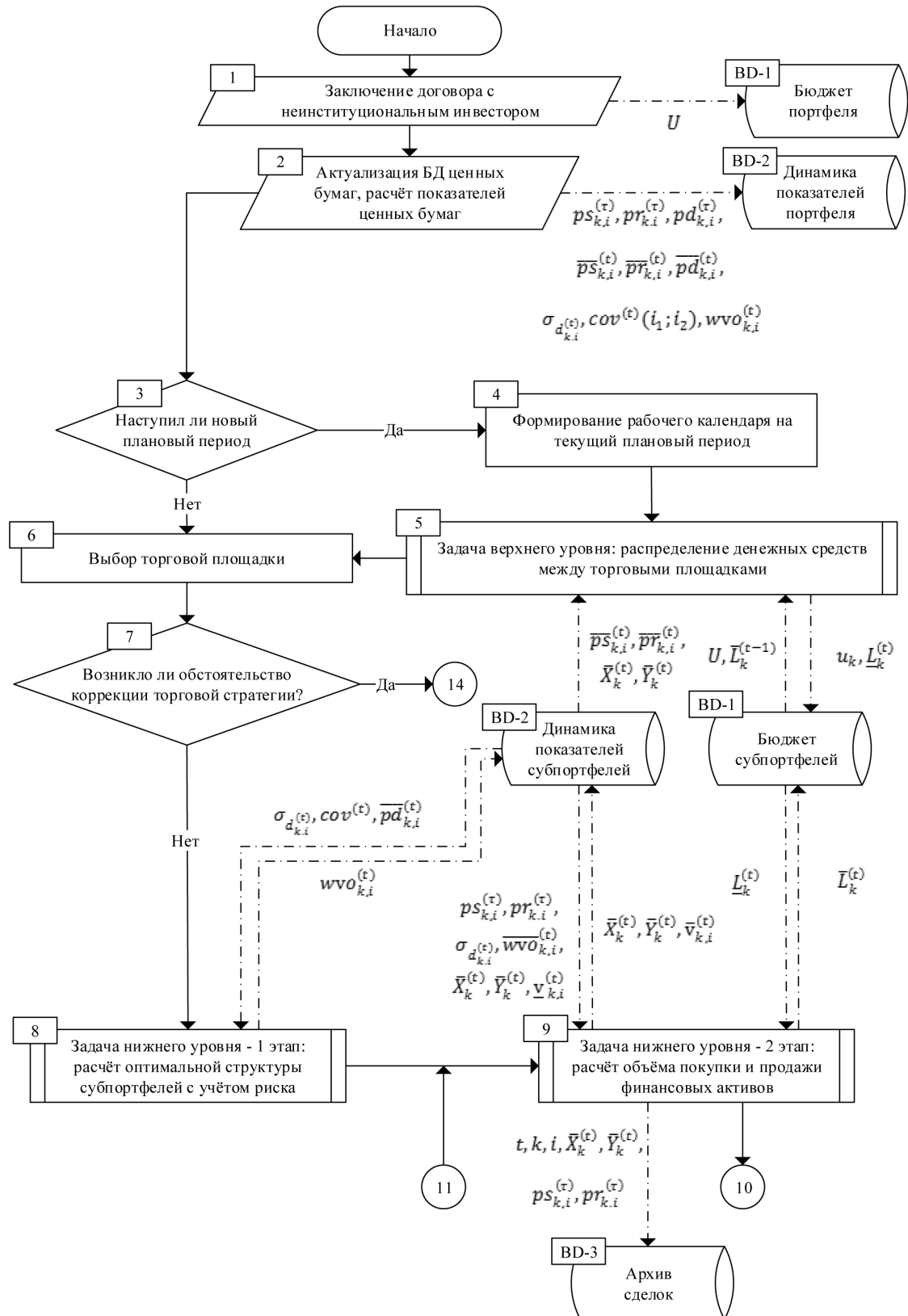


Рис. 2. Блок-схема алгоритма динамической модели оптимизации финансового портфеля на k-й торговой площадке (начало рисунка)

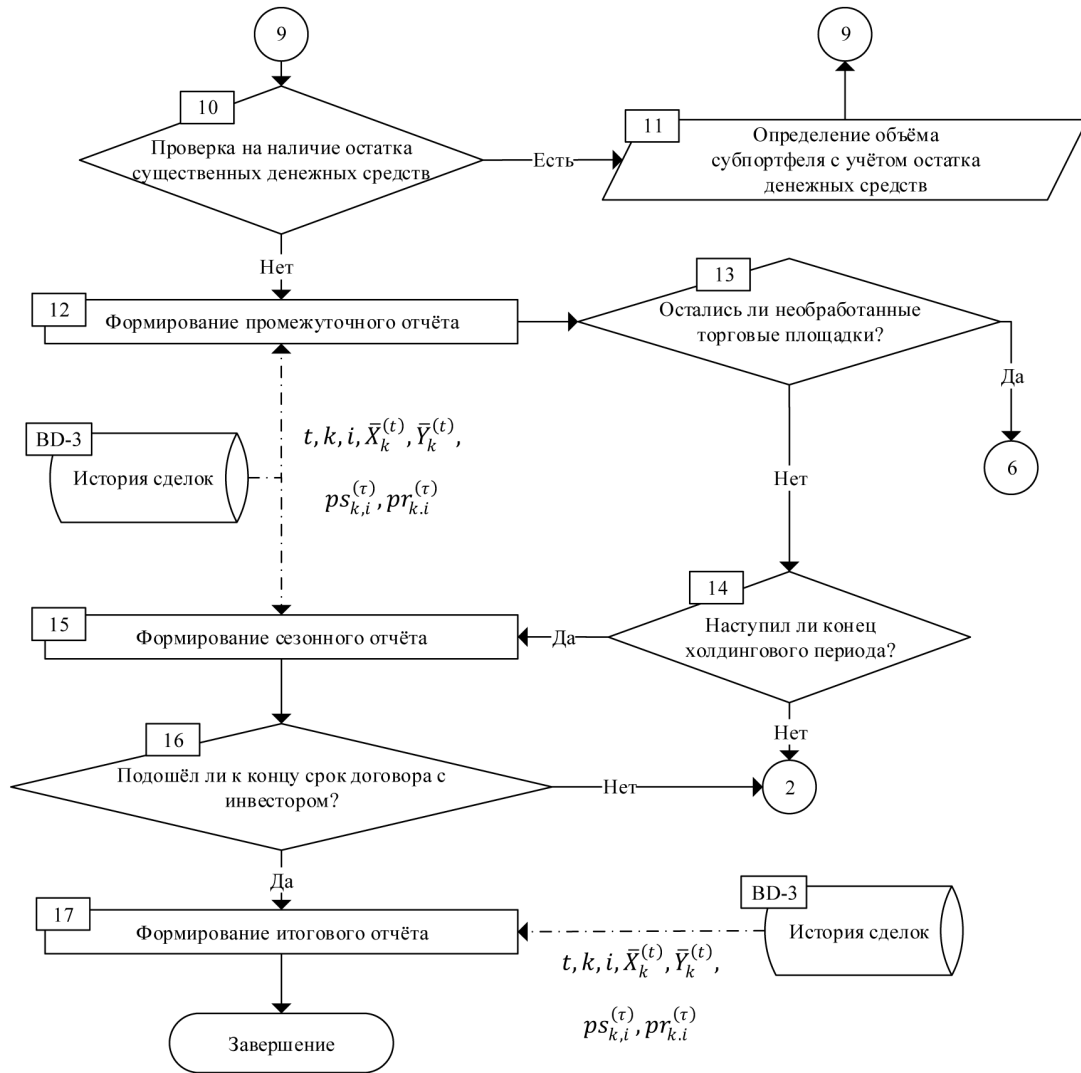


Рис. 2. Блок-схема алгоритма динамической модели оптимизации финансового портфеля на  $k$ -й торговой площадке (окончание рисунка)

6. Выбор торговой площадки для последующей коррекции инвестиционного портфеля и его показателей. Организуется путём идентификации ЛПР (лица, принимающего решения, брокер)  $k$ -й торговой площадки и соответствующее субпортфелю.

7. Проверка текущего статуса рынка на наличие непредвиденных обстоятельств, из-за которых временно приостанавливается работа брокеров на бирже.

8. Задача нижнего уровня – 1 этап: расчёт оптимальной структуры субпортфелей с учётом риска.

Входная информация:

$pd_{k,i}^{(t)}$  – доходность  $i$ -го актива, обращающегося на  $k$ -й торговой площадке;

$\sigma_{d_{k,i}}^{(t)}$  – среднее квадратическое отклонение от среднего значения, полученного за период наблюдения  $[-T_{np}, t - 1]$ , доходности  $i$ -го актива на  $k$ -й торговой площадке;

$cov^{(t)}(i_1; i_2)$  – элементы прямоугольной матрицы коэффициентов ковариации доходностей финансовых активов с индексами  $i_1$  и  $i_2$ , рассчитанных на основе наблюдаемых значений доходностей составляющих  $t$ -го субпортфеля на промежутке  $[-T_{np}, t - 1]$ ,  $t = 1, T$ .

Выходная информация:

$wv_{ok}^{(t)}$  – вектор с компонентами, определяющими оптимальную структуру  $k$ -го субпортфеля на временном интервале  $t$ .

9. Задача нижнего уровня – 2 этап: расчёт объёма покупки и продажи финансовых активов.

Входная информация:

$ps_{k,i}^{(t)}$  – цены продажи  $i$ -го актива, обращающегося на  $k$ -й торговой площадке;

$\bar{X}_k^{(t)}$  – вектор объёмов  $i$ -го актива, продаваемых на  $k$ -й торговой площадке на временном интервале  $t$ ;

$pr_{k,i}^{(t)}$  – цена покупки  $i$ -го актива, обращающегося на  $k$ -й торговой площадке;

$\bar{Y}_k^{(t)}$  – вектор объёмов  $i$ -го актива, покупаемых на  $k$ -й торговой площадке на временном интервале  $t$ ;

$\gamma_k^{(t)}$  – доля транзакционных и операционных затрат в общем объеме затрат по управлению инвестиционным портфелем на  $k$ -й торговой площадке на временном интервале  $t$ ;

$y_{k,i}^{(t)}$  – объём  $i$ -го актива, находящегося в управлении брокера  $k$ -й торговой площадки в начале временного интервала  $t$ ;

$w\nu_{k,i}^{(t)}$  – вектор с компонентами, определяющими оптимальную структуру  $k$ -го субпортфеля на временном интервале  $t$ ;

$I_k^{(t)}$  – объёмы свободных для инвестирования в финансовые активы на  $k$ -й торговой площадке денежных средств в начале временного интервала  $t$ .

Выходная информация:

$\bar{X}_k^{(t)}$  – вектор объёмов  $i$ -го актива, продаваемых на  $k$ -й торговой площадке на временном интервале  $t$ ;

$\bar{Y}_k^{(t)}$  – вектор объёмов  $i$ -го актива, покупаемых на  $k$ -й торговой площадке на временном интервале  $t$ .

10. Проверка наличия существенных остатков денежных средств (в соответствии с предпочтениями УК и инвестора) для  $k$ -й торговой площадки по результатам решения задачи нижнего уровня второго этапа.

11. Определение объёма субпортфеля с учётом остатка денежных средств.

12. Формирование промежуточного отчёта для  $k$ -й торговой площадки текущей, отражающего текущую рабочую сессию брокера. Если сессия не состоялась, то отчёт будет сформирован автоматически.

13. Выбор очередной торговой площадки и соответствующего субпортфеля. Если все торговые площадки «отработаны», то переход на пункт № 6.

14. Проверка окончания холдингового периода на конец текущей рабочей сессии. Если наступил, то переход в пункт № 15 для формирования сезонного отчёта, иначе возврат в пункт № 2 для начала новой рабочей сессии.

15. Формирование сезонного отчёта по итогам конца холдингового периода. При пропуске данного шага отчёт будет сформирован автоматически. Переход на новый холдинговый период.

16. Проверка срока окончания договора инвестором. Если срок договора закончился, то переход в пункт № 17 для формирования итогового отчёта, иначе возврат в пункт № 2 для начала новой рабочей сессии.

17. Формирование итогового отчёта по всем торговым площадкам.

### Заключение

Эмпирические расчеты по представленной выше математической модели динамической оптимизации портфеля финансовых активов неинституционального инвестора проведены с финансовым портфелем ООО «ЭликСи-мед», которое по инвестиционным предпочтениям и объёму инвестиционного капитала можно отнести к умеренно-агрессивному долгосрочному инвестору, на временном интервале сентябрь 2017 – апрель 2018 гг. Эти результаты продемонстрировали корректность предложенных моделей и численных алгоритмов и их высокую адаптивность к изменениям параметров рынка, учитываемых в предпочтениях этого инвестора. Важной, однако, является адаптация алгоритма динамической модели и для других групп неинституциональных инвесторов, отличающихся сроками инвестирования, отношением к риску – доходности – ликвидности и величиной инвестиционного бюджета.

*Авторы выражают благодарность д.э.н., проф. М.А. Халикову за содействие при подготовке данной работы.*

### Список литературы

1. Быстрова Д.А., Рязанов М.А. Информационно-алгоритмическое обеспечение оптимального управления портфелем финансовых активов неинституционального инвестора // *Фундаментальные исследования*. – 2017. – № 9–1. – С. 141–146.
2. Халиков М.А., Максимов Д.А. Многошаговая оптимизация портфеля финансовых активов неинституционального инвестора // *Путеводитель предпринимателя*. – М., 2017. – № 33. – С. 211–219.
3. Шапкин А.С., Шапкин В.А. Экономические и финансовые риски. Оценка, управление, портфель инвестиций 9-е изд. – М.: Дашков и К°, 2013. – С. 364–474.
4. Московская биржа, обзор «Российский индекс волатильности». URL: <https://www.moex.com/ru/index/RVI/technical> (дата обращения: 03.05.2018).
5. Аналитический обзор НАУФОР «Российский фондовый рынок: первое полугодие 2017 гг. События и факты». URL: [http://www.naufor.ru/download/pdf/factbook/RFR2017\\_1.pdf](http://www.naufor.ru/download/pdf/factbook/RFR2017_1.pdf) (дата обращения: 05.05.2018).
6. Тихомиров Н.П., Тихомирова Т.М. Риск-анализ в экономике. – М.: Экономика, 2010. – 318 с.



7. Официальный сайт информационного портала об инвестициях, раздел «Биржи и биржевая торговля». URL: <http://investud.ru/birzhevaya-komissiya.html> (дата обращения: 06.05.2018).
8. Грибов А.Ф., Болдин Б.С. Методы и модели стратегического управления коммерческими банками. – 2015. – 226 с.
9. Бочаров В.В., Леонтьев В.Е. Корпоративные финансы. – СПб.: Питер, 2004. – 592 с.
10. Максимов Д.А., Халиков М.А. О приоритетной модели российской экономики // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2015. – № 4–2. – С. 309–310.
11. Анतिकоль А.М. Иерархическая оптимизация портфельных инвестиций с учетом фактора дискретности // Ученые записки РАП. Роль и место цивилизованного предпринимательства в экономике России: Сб. науч. тр. – М., 2010. – Вып. XXIII. – С. 6–16.
12. Анतिकоль А.М., Халиков А.М. Актуальные аспекты моделирования портфельных инвестиций // Современные аспекты экономики. – 2009. – № 6. – С. 193–216.
13. Хасанов А.С. Об особенностях алгоритмов решения задач линейного программирования с неограниченными областями допустимых решений // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика – Математика. – 2017. – № 1. – С. 113–123.
14. Халиков М.А. Дискретная оптимизация планов повышения надежности функционирования экономических систем // «Финансовая математика» Сб. ст. – М.: МГУ, 2001. – С. 281–295.