

УДК 332.02

**МЕТОДЫ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОЦЕНКИ СИСТЕМЫ  
СБАЛАНСИРОВАННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РАЗВИТИЯ РЕГИОНА****Блинова Е.А.***Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,  
Самара, e-mail: kattland@mail.ru*

В статье рассматривается вопрос построения математической модели социально-экономического развития региона на примере развития Самарской области. Сложность построения такой модели связана с многофакторностью заявленной задачи. Прогноз социально-экономического развития Самарской области сформулирован в Стратегии развития региона на 2017–2030 гг. Он содержит показатели, разделенные на четыре группы: «Производство», «Рынок», «Труд», «Финансы». Каждая из групп содержит множество показателей, из которых необходимо выделить результативные, то есть показатели, которые несут в себе целевое назначение своей группы. Целевыми показателями социально-экономической деятельности региона приняты реальные доходы населения и валовой региональный продукт. Результативные показатели должны быть сопоставлены с целевыми показателями развития области. Далее проводятся математические и эконометрические операции над моделями, в результате чего можно сформировать регрессионные модели зависимости результативных показателей от показателей соответствующей группы с учетом годового запаздывающего лага их влияния с условием соблюдения принципа структурной сбалансированности. Из полученных математических моделей целевых показателей развития региона видно, что должны учитываться динамически и структурно сбалансированные результативные показатели всех четырех групп системы сбалансированных показателей развития региона. Дальнейшее исследование предполагает получение расчетных значений системы сбалансированных показателей.

**Ключевые слова:** результативные показатели, стратегия региона, регрессионная модель, система сбалансированных показателей, математическая модель

**METHODS AND MATHEMATICAL MODELS FOR ASSESMENT  
OF THE BALANCED SCORECARDS OF A REGION DEVELOPMENT****Blinova E.A.***Samara National Research University named after academician S.P. Korolev,  
Samara, e-mail: kattland@mail.ru*

The article discusses the issue of obtaining a mathematical model of social economic development of the region on the example of the development of the Samara region. The complexity of building such a model is related to the multifactorial nature of the stated task. The forecast of the socio-economic development of the Samara region is formulated in the Regional Development Strategy for 2017-2030. It contains indicators divided into four groups: «Production», «Market», «Labor», «Finance». Each group contains a number of indicators, from which it is necessary to select effective, that is, indicators that carry the purpose of their group. Targets of socio-economic activities of the region are the gross regional product per capita and real incomes. Effective indicators should be compared with the development targets of the region. Next, mathematical and econometric operations are carried out on models, as a result of which it is possible to form regression models of the dependence of performance indicators on the indicators of the corresponding group, taking into account the annual delayed lag of their influence, subject to the principle of structural balance. From the obtained mathematical models of target indicators for the development of a region, it can be seen that dynamically and structurally balanced performance indicators of all four groups of a system of balanced regional development indicators should be taken into account. Further research involves obtaining the calculated values of the balanced scorecard.

**Keywords:** effective factors, regional strategy, balanced scorecards, regression model, mathematical models

Чтобы построить математическую модель социально-экономического развития региона, необходимо обратиться к сбалансированной системе показателей развития региона. В статье взяты показатели развития Самарской области [1]. Для того, чтобы модель была адекватной, показатели должны быть динамически сбалансированы, то есть в их составе не должно быть автокорреляционных зависимостей и трендов.

Показатели развития региона формируют четыре группы: «Производство», «Рынок», «Труд», «Финансы». По каждой

из этих групп показателей доказана статистически значимая динамическая сбалансированность [2]. Это дает основание считать математическую модель, полученную в представленном исследовании, верной, так как она учитывает синхронное изменение показателей развития региона во времени.

Цель исследования: построение математической модели развития региона на примере Самарской области на основании анализа системы сбалансированных показателей и с применением статистических инструментов.

## Материалы и методы исследования

Построение математической модели социально-экономического развития региона производится в несколько этапов.

Введем условные обозначения. Имеются группы показателей системы сбалансированных показателей региона:

Производство –  $P$ ;  
Рынок –  $R$ ;  
Труд –  $T$ ;  
Финансы –  $F$ .

На первом этапе построения модели сформулируем целевые показатели ССП развития региона.

Выделим в каждой группе результативные показатели, то есть показатели внутри соответствующей группы, которые несут ее целевое назначение.

В группе  $P$  «Производство» это следующие показатели:  $P1$  – Валовый региональный продукт;  $P22$  – Индекс физического объема продукции сельского хозяйства;  $P25$  – Индекс физического объема оборота розничной торговли;  $P27$  – Индекс физического объема платных услуг населению;  $P51$  – Инвестиции в основные фонды;  $P54$  – Доля муниципальных предприятий в общем числе организаций.

В группе  $R$  «Рынок»:  $R14$  – Индекс потребительских цен;  $R15$  – Индексы цен производителей промышленной продукции;  $R16$  – Индексы цен строительной продукции;  $R17$  – Индексы тарифов на грузовые перевозки.

В группе  $T$  «Труд» это показатели  $T16$  – Коэффициент занятости;  $T17$  – Выбыло работников в течение года;  $T34$  – Доля занятого населения с высшим профессиональным образованием;  $T36$  – Доля занятого населения со средним профессиональным образованием.

В группе  $F$  «Финансы»:  $F1$  – Доходы консолидированного регионального бюджета;  $F2$  – Налог на прибыль организации;  $F7$  – Расходы консолидированного регионального бюджета на социально-культурные мероприятия.

На втором этапе построим математические (эконометрические) модели влияния вышеназванных результативных показателей каждой группы на представленные на предыдущем этапе целевые показатели стратегии развития региона.

Далее, на третьем этапе, построим модель, связывающую результативные показатели системы сбалансированных показателей с применением системы одновременных регрессионных уравнений.

Из динамических рядов показателей необходимо исключить автокорреляцию. Для этого на последних двух названных этапах моделирования введем независимую переменную  $t$  – номер года.

И, наконец, на четвертом этапе сформулируем регрессионные модели зависимости результативных показателей по группам ССП региона от показателей соответствующей группы с учетом годового запаздывающего лага их влияния. Это обеспечит соблюдение принципа структурной сбалансированности [3].

Смоделируем также гармоническое взаимодействие показателей групп развития ССП региона с учетом взаимосвязей их синхронного изменения во времени.

Далее получим расчетные значения показателей ССП, сбалансированных в структурном и динамическом аспектах на прогнозный год  $t$ , а также соответствующие значения целевых показателей (валовой ре-

гиональный продукт на душу населения и реальные доходы населения). Для планирования стратегии развития региона необходимо ориентироваться на предложенные расчетные значения показателей.

## Результаты исследования и их обсуждение

Представим результаты применения описанной поэтапной схемы математического моделирования системы сбалансированных показателей развития региона на примере экономических показателей Самарской области [4, 5].

Первый этап.

Сформулируем многофакторные регрессионные модели влияния результативных показателей каждой группы на целевые показатели стратегии развития региона – Самарской области.

Была проведена работа с результативными показателями групп сбалансированной системы показателей для анализа значений их парных коэффициентов корреляции с целью устранения мультиколлинеарности. Шаг за шагом исключив факторы, то есть применив метод пошаговой регрессии, мы получили регрессионное уравнение

$$\text{ВРП} = 236,455 - 89,598P27 - 18,942P51 - 417,182T36 + 32,517F2 + 8,581t, \quad (1)$$

где ВРП – валовой региональный продукт на душу населения, руб.;

Второй этап.

Проверим гипотезу о равенстве двух дисперсий с помощью критерия Фишера.  $F_p$  (значение критерия) равно 31,88. Табличное значение критерия с учетом того, что  $\alpha = 0,05$ :

$$F(5, 6) = 4,95.$$

Таким образом, гипотеза о неадекватности модели может быть отвергнута с вероятностью 95%. Значит, модель статистически ненадежна.

Обратимся к критерию Стьюдента. При числе степеней свободы 6 критерий Стьюдента равен 1,943. В параметрах модели (1) по  $t$ -критерию Стьюдента значимы: 1) при параметре «236,455» – 1,519; 2) при параметре «32,517 $F2$ » – 2,730; 3) при «8,581 $t$ » – 2,613. Остальные параметры соответственно: –1,326; –2,066; –1,682.

Третий этап.

Перейдем к автокорреляции. Ее можно принять несущественной в связи с тем, что показывает автокорреляционная функция при различных лагах (рис. 1). Чтобы проверить это утверждение, сделаем проверку значимости коэффициентов автокорреляции, применив критерий Квенилле [6].

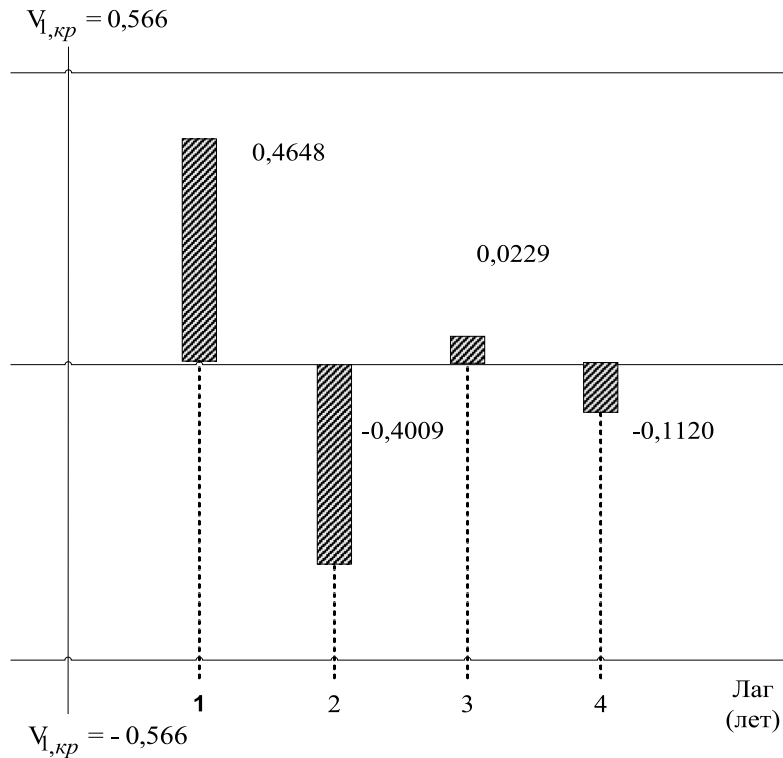


Рис. 1. Автокорреляция в Квенилле с лагами от 1 до 4 лет

Значения Квенилле рассчитываются по формуле

$$\hat{\zeta}_1 = \frac{\sum_{t=2}^n l_t l_{t-1}}{\sum_{t=2}^n l_t^2}, \quad (2)$$

где  $l_t$  и  $l_{t-1}$  – значения остатков регрессионной модели в  $t$  и  $(t - 1)$  периодах.

Четвертый этап.

Погрешность стандартной оценки коэффициента автокорреляции диктует критическое значение теста. Погрешность рассчитывается по формуле

$$\sigma = \frac{U_a}{\sqrt{n}}, \quad (3)$$

где  $U_a$  – критическая точка стандартного нормального закона;

$n$  – число уровней ряда.

Если  $|\hat{\zeta}_1| < \frac{U_a}{\sqrt{n}}$ , то нет оснований для

отклонения нулевой гипотезы ( $H_0 : \hat{\zeta}_1 = 0$ ), другими словами, коэффициент автокорреляции несущественно отличается от нуля. При уровне значимости  $\alpha = 0,05$  получим  $U = 1,96$ . Таким образом, для (3) крити-

ческое значение проверочной статистики равно  $\frac{1,96}{\sqrt{12}} = 0,566$ . Приведем график значений автокорреляционной функции в Квенилле (рис. 1). По графику можно сделать вывод об отсутствии автокорреляции в процессе остатков.

Таким образом, проведена многосторонняя проверка модели (1). Можно сделать вывод по имеющимся данным, что модель надежна и достоверна. Приведем графическое представление модели (1) для расчетных и фактических значений показателей (рис. 2). Практически все фактические значения укладываются в доверительный интервал модели с вероятностью 95%. Это также говорит о точности модели (1).

Аналогично построим и проведем проверку модели для целевой переменной «реальные доходы населения». Для целевой переменной «реальные доходы населения» получено следующее регрессионное уравнение:

$$РДН = 0,677 - 0,107П27 - 0,198Р16 + 1,329Т16 - 2,703Т34 + 0,011t, \quad (4)$$

где  $РДН$  – реальные доходы населения.

Проверим гипотезу о равенстве двух дисперсий с помощью критерия Фишера.

$F_p$  (значение критерия) равно 11,524. Табличное значение критерия  $F(5, 6)$  равно 4,95 (с учетом  $\alpha = 0,05$ ).

Обратимся к критерию Стьюдента. При  $\alpha = 0,10$  критерий Стьюдента равен 1,943.

В параметрах модели (4) по t-критерию Стьюдента значимы: 1) при параметре «1,329T16» – 2,006; 2) при параметре «0,011t» – 2,707. Остальные параметры соответственно: –0,848; –0,496; –3,923; –1,962.

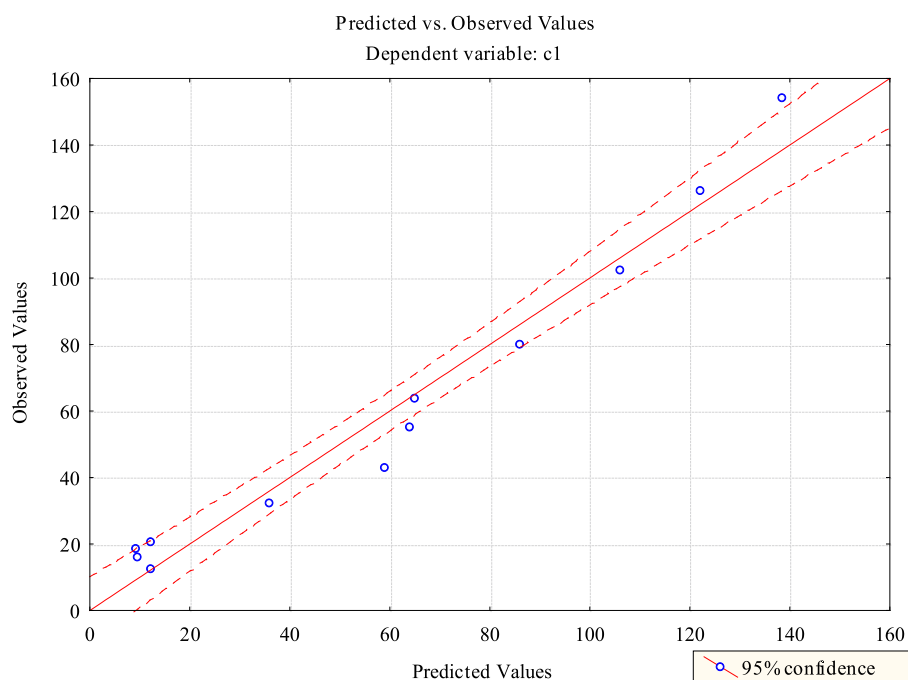


Рис. 2. Графическое представление модели (1) для расчетных и фактических значений

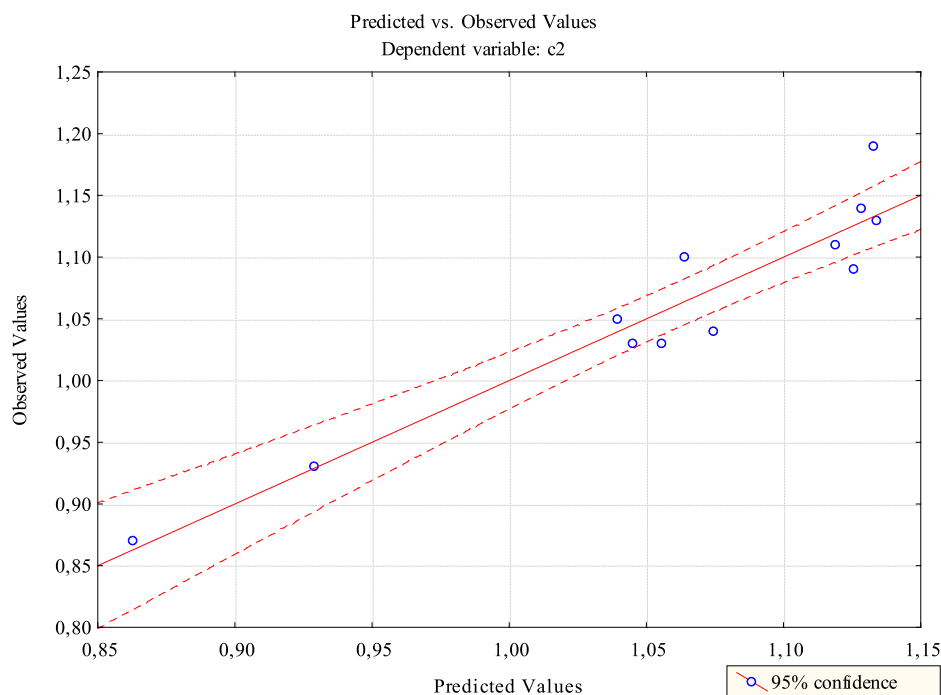


Рис. 3. Графическое представление модели (4) для расчетных и фактических значений

Перейдем к автокорреляции.

$$|\hat{\xi}_{1,кр}| = 0,566;$$

$$\hat{\xi}_1(L = -1) = -0,563;$$

$$\hat{\xi}_1(L = -2) = 0,556;$$

$$\hat{\xi}_1(L = -3) = -0,199;$$

$$\hat{\xi}_2(L = -4) = -0,289.$$

По имеющимся данным можно сделать вывод, что модель (4) надежна и достоверна. Приведем графическое представление модели (4) для расчетных и фактических значений показателей (рис. 3).

Как видно из состава уравнений (1) и (3), должны учитываться динамически и структурно сбалансированные результативные показатели всех четырех групп ССП развития региона.

### Выводы

В основу полученных математических моделей развития региона легли результативные показатели групп системы сбалансированных показателей региона, которые взаимосвязаны между собой. Эта особенность повлекла необходимость устранения мультиколлинеарности, что было сделано через парные коэффициенты корреляции.

Модели (1) и (4) содержат экзогенную переменную – это время  $t$  (номер года), которую необходимо включить для устранения автокорреляции в динамических рядах.

Чтобы в дальнейшем решить систему одновременных регрессионных уравнений, отображающих зависимость показателей ССП развития региона (Самарской области) друг от друга, необходимо видоизменить полученные модели, преобразовав их структуру.

Для того чтобы найти решение уравнения, необходимым является условие меньшего количества неизвестных переменных, чем числа уравнений в системе. В соответствии с этим условием, нахождение корней уравнения возможно с помощью двухшагового метода наименьших квадратов.

### Список литературы

1. Стратегия социально-экономического развития Самарской области на период до 2030 года. URL: <http://economy.samregion.ru/> (дата обращения 01.11.2018).
2. Проживин Р.А. Методы статистической оценки динамической сбалансированности стратегии регионального развития на примере Самарской области // Нижегородская область: статистика, факты, комментарии. 2008. № 1. С. 16–31.
3. Блинова Е.А., Есипова О.В. Математический анализ достижения стратегических целей региона с помощью системы сбалансированных показателей // Фундаментальные исследования. 2018. № 6. С. 62–66.
4. Самарский статистический ежегодник: аналит. обзор, 2017 / Территор. орган Федер. службы гос. статистики по Самар. обл. Самара, 2017. 414 с.
5. Официальные статистические публикации ТОГС. URL: <http://samarastat.gks.ru> (дата обращения: 01.11.2018).
6. Box G.E.P., Jenkins G.M. Analiza szeregon czasowych PWN. Warsaw, 1983. 409 p.