

УДК 004.451.22:519.711.3

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ВЕЩЕСТВЕННОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ В МАССИВЕ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ – «МЕТОД ДВОЕК»

¹Тютюнов Д.Н., ²Федоров С.С., ¹Бойцова Е.А., ¹Студеникина Л.И., ¹Зарубина Н.К.,
¹Конорева Н.А., ¹Гнездилова О.А., ¹Щедрина Г.Г.

¹ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», Курск, e-mail: ssfedorov@list.ru;

²ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ), Москва

В данной работе предложен один из вариантов распределения ресурса произвольного вида в массиве потребителей. Суть предложенного метода заключается в том, чтобы разделить рассматриваемый массив потребителей ресурсов на две не обязательно равные части. После чего полученные части вновь делятся на две части, что представляет собой многоуровневую иерархическую модель, основанную на отношении числа потребителей к соответствующим расходам ресурса по этим частям в виде функций двух переменных. Выполнено исследование полученных функций на локальный минимум. В ходе анализа получены рабочие формулы распределения лимита ресурсов на две части, которые соответствуют предлагаемым значениям числа потребителей в каждой части и общему числу потребителей ресурса на исследуемом объекте.

Ключевые слова: оптимальное распределение ресурсов, математическое моделирование, «метод двоек», локальный экстремум

ONE OF OPTIONS OF OPTIMUM DISTRIBUTION OF RESOURCES IN THE MASSIF OF CONSUMERS – «A METHOD OF THE TWO»

¹Tyutyunov D.N., ²Fedorov S.S., ¹Boytsova E.A., ¹Studenikina L.I., ¹Zarubina N.K.,
¹Konoreva N.A., ¹Gnezdilova O.A., ¹Schedrina G.G.

¹Southwest State University, Kursk, e-mail: ssfedorov@list.ru;

²National Research Moscow State University of Civil Engineering
(Moscow State University of Civil Engineering), Moscow

In operation one of distribution models of any kind of resources in an array of customers is offered. You conclude an essence of the offered method in division of the considered array of customers into two parts, and we divide the received parts into two parts again that represents multiple hierarchical model based on the relation of number of customers to the appropriate expenditures of a resource by these parts in the form of function of two variables. The research of the received function on a local extremum in the found minimum point is executed. Working formulas of distribution of a limit of resources to two parts and, corresponding to the offered values and the total amount of customers of a resource on the researched object are received.

Keywords: optimum distribution of resources, mathematical modeling, «method of the two», local extremum

Основной стратегией в контексте энерго- и массоснабжения является экономия ресурсов материальных потоков [1–3]. В этом случае ведущую роль играет применение современных математических методов [4–6] и использование соответствующей аппаратной поддержки [7].

Типичным примером проявления такой политики является управление системой тепло- и водоснабжения зданий и сооружений. Ведущую роль в упомянутом процессе играет системный подход, позволяющий оптимально обслуживать клиентуру с минимальными расходами генерируемого тепла и подаваемого теплоносителя [8, 9].

В данном случае решение указанной задачи производится по двум направлениям: за счет управления температурой прямого и обратного теплоносителя с учетом температуры наружного воздуха, с одной стороны, и с учетом перехода к более экономичному режиму ночного тепло- и водоснабжения [10].

Соответственно, возникает необходимость в применении точного оборудова-

ния и приборов, управляемых различными типами макропроцессоров с применением современных алгоритмов управления [11]. Одним из ведущих параметров, подлежащих особому контролю, является учет удельного расхода теплоносителя в системе теплоснабжения объекта [12].

Подобный подход включает в себя использование приемов дифференциального исчисления при поиске локальных экстремумов некоторой функции цели [13, 14]. В частности, будет произведен поиск ее локального минимума [15] в условиях жестких лимитов снабжения некоторыми исходными средствами производства. В качестве таких средств могут служить вычислительные устройства (ПЭВМ, серверы, контроллеры и т.п.), которые выполняют однотипные вычислительные операции. В условиях грамотной экономии ресурсов такой прием позволяет осуществить научно обоснованный выбор стратегии поиска оптимального значения исследуемой функции.

Главные положения «метода двоек»

Рассмотрим математическую модель, позволяющую оптимизировать распределение материальных потоков среди массива потребителей.

Рассуждение будем вести для объекта исследования (промзоны, города, района, квартала, здания, квартиры и т.п.), содержащего N одинаковых элементарных потребителей какого-либо ресурса.

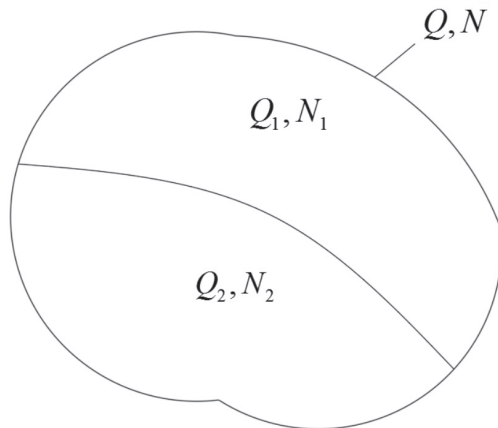


Рис. 1. Условная схема массива потребителей ресурса

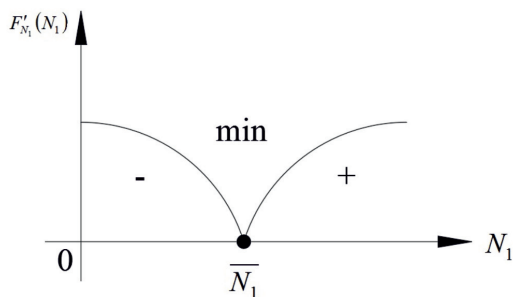


Рис. 2. Локальный минимум функции $F(N_1)$

Предположим, что речь идет о распределении вычислительных средств среди коллективов программистов, если рас-

сматривается возможность оптимального разделения труда в инженерной среде двух, не обязательно равных по количеству работников отделов какого-либо объекта, при написании рабочих программ (алгоритмов).

Пусть данному объекту предоставляется лимит ресурса в объеме не более Q соответствующих единиц. В этом случае плановое (номинальное) число потребителей g на единицу ресурса Q определяется по формуле

$$g = \frac{N}{Q}. \quad (1)$$

Произведем распределение упомянутого лимита, применив прием, которому присвоим название – «метод двоек», разбив указанный выше лимит на две условные части (рис. 1), для которых выполняются следующие требования:

$$N_1 + N_2 = N, \quad (2)$$

$$Q_1 + Q_2 = Q, \quad (3)$$

причем

$$N_1 \leq N_2, Q_1 \leq Q_2, \quad (4)$$

где N_1, N_2 – число элементарных потребителей ресурса соответственно в первой и второй частях объекта; Q_1, Q_2 – минимально необходимые (номинальные) объемы ресурса соответственно для первой и второй частей объекта.

В этом случае соответствующие расходы ресурса для первой и второй частей объекта имеют вид

$$g_1 = \frac{N_1}{Q_1}, g_2 = \frac{N_2}{Q_2}. \quad (5)$$

Рассмотрим функцию $F(Q_1)$ одной переменной Q_1 , учитывая условия (3):

$$F(Q_1) = \frac{N_1}{Q_1} + \frac{N_2}{Q - Q_1}. \quad (6)$$

Исследуем $F(Q_1)$ на локальный экстремум. Найдем производную $F'_{Q_1}(Q_1)$:

$$F'_{Q_1}(Q_1) = \left(\frac{N_1}{Q_1} + \frac{N_2}{Q - Q_1} \right)'_{Q_1} = \frac{N_2}{(Q - Q_1)^2} - \frac{N_1}{Q_1^2} = \left(\frac{\sqrt{N_2}}{Q - Q_1} - \frac{\sqrt{N_1}}{Q_1} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{N_2}}{Q - Q_1} + \frac{\sqrt{N_1}}{Q_1} \right). \quad (7)$$

Определим стационарные точки первого рода по переменным Q_1 и Q_2 :

$$F'_{Q_1}(Q_1) = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{N_2}}{Q - Q_1} - \frac{\sqrt{N_1}}{Q_1} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{N_2}}{Q - Q_1} + \frac{\sqrt{N_1}}{Q_1} \right) = 0. \quad (8)$$

Так как $\frac{\sqrt{N_2}}{Q-Q_1} + \frac{\sqrt{N_1}}{Q_1} > 0$, то имеем

$$\frac{\sqrt{N_2}}{Q-Q_1} - \frac{\sqrt{N_1}}{Q_1} = 0 \Leftrightarrow Q_{1c} = \frac{Q\sqrt{N_1}}{\sqrt{N_1} + \sqrt{N_2}}, \quad (9)$$

где ΔQ_{1c} – абсцисса стационарной точки первого рода по переменной Q_1 .

Из рис. 2 следует, что величина ΔQ_{1c} – абсцисса точки локального минимума.

Учитывая (3), получим

$$Q_{2N} = Q - Q_{1c} = Q - \frac{Q\sqrt{N_1}}{\sqrt{N_1} + \sqrt{N_2}}. \quad (10)$$

В этом случае ΔQ_{2c} – абсцисса стационарной точки первого рода по переменной Q_2 :

$$Q_{2c} = \frac{Q\sqrt{N_2}}{\sqrt{N_1} + \sqrt{N_2}} \quad (11)$$

Вычислим наименьшее значение функции $F_{\min}(Q_{1c}; Q_{2c})$:

$$F_{\min}(Q_{1c}; Q_{2c}) = \frac{N_1}{Q_{1c}} + \frac{N_2}{Q_{2c}} = \frac{N_1(\sqrt{N_1} + \sqrt{N_2})}{Q\sqrt{N_1}} + \frac{N_2(\sqrt{N_1} + \sqrt{N_2})}{Q\sqrt{N_2}} = \frac{(\sqrt{N_1} + \sqrt{N_2})^2}{Q}. \quad (12)$$

Диапазон применения «метода двоек»

Рассмотрим динамику изменения запаса ресурса Q в зависимости от варьирования величин N_1 и N_2 при условии того, что система снабжения функционирует в условиях сбережения ресурсов (9), (11). Проведем исследование, учитывая неравенства (4).

Предположим, что в какой-то момент времени произошло изменение множества N_1 потребителей ресурса Q_1 на величину $\Delta N_1 \neq 0$.

Одновременно предположим, что другое множество потребителей ресурса N_2 изменилось соответственно – на $\Delta N_2 \neq 0$, причем

$$\Delta N_1 = -\Delta N_2, \quad (13)$$

т.е. число прибывших (убывших) потребителей ресурса Q в множестве N_1 переходит в число убывших (прибывших) потребителей ресурса Q в множестве N_2 и осуществляется их взаимообмен. В этом случае также происходят соответствующие изменения ресурсов ΔQ_1 , ΔQ_2 и их взаимообмен.

Предварительно свяжем ΔN_1 , ΔQ_1 и соответственно – ΔN_2 , ΔQ_2 .

Очевидно, из (9) и (11) следует:

$$Q_{1c} = \frac{Q\sqrt{N_1}}{\sqrt{N_1} + \sqrt{N_2}} = \frac{Q}{1 + \sqrt{\frac{N_2}{N_1}}} = \frac{Q}{1 + \sqrt{\frac{N}{N_1} - 1}}, \quad (14)$$

$$Q_{2c} = \frac{Q\sqrt{N_2}}{\sqrt{N_1} + \sqrt{N_2}} = \frac{Q}{1 + \sqrt{\frac{N_1}{N_2}}} = \frac{Q}{1 + \sqrt{\frac{N}{N_2} - 1}}. \quad (15)$$

При наличии обмена в множествах потребителей N_1 и N_2 соответственно на величины ΔN_1 и ΔN_2 , учитывая (3), (13)–(15), получим соответствующие изменения ресурса ΔQ_{1c} , ΔQ_{2c} в этих множествах:

$$\Delta Q_{1c} = Q \left(\frac{1}{1 + \sqrt{\frac{N}{N_1 + \Delta N_1} - 1}} - \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{N}{N_1} - 1}} \right). \quad (16)$$

Полагая, что $\frac{N}{N_1 + \Delta N_1} > 1$, $\frac{N}{N_1} > 1$, имеем

1) Если $\Delta N_1 > 0$, то

$$\frac{N}{N_1 + \Delta N_1} - 1 < \frac{N}{N_1} - 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{N}{N_1 + \Delta N_1} - 1} < \sqrt{\frac{N}{N_1} - 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 + \sqrt{\frac{N}{N_1 + \Delta N_1} - 1} < 1 + \sqrt{\frac{N}{N_1} - 1} \Leftrightarrow \Delta Q_{1c} > 0;$$

II) Если $\Delta N_1 < 0$, то $\frac{N}{N_1 + \Delta N_1} - 1 > \frac{N}{N_1} - 1 \Leftrightarrow \Delta Q_{1c} < 0$.

Аналогично:

$$\Delta Q_{2c} = Q \left(\frac{1}{1 + \sqrt{\frac{N}{N_2 + \Delta N_1} - 1}} - \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{N}{N_2} - 1}} \right). \quad (17)$$

И в этом случае получим

I) Если $\Delta N_2 > 0$, то $\Delta Q_{2c} > 0$;

II) Если $\Delta N_2 < 0$, то $\Delta Q_{2c} < 0$.

Сравним приращения ресурсов ΔQ_{1c} и ΔQ_{2c} , используя формулы (9), (11), (13), (16), (17):

$$\begin{aligned} \Delta Q_{1c} &= Q \left(\frac{\sqrt{N_1 + \Delta N_1}}{\sqrt{N_1 + \Delta N_1} + \sqrt{N_2 - \Delta N_1}} - \frac{\sqrt{N_1}}{\sqrt{N_1} + \sqrt{N_2}} \right) = \\ &= \frac{Q(\sqrt{N_1 N_2} + N_2 \Delta N_1 - \sqrt{N_1 N_2} - N_1 \Delta N_1)}{(\sqrt{N_1 + \Delta N_1} + \sqrt{N_2 - \Delta N_1}) \cdot (\sqrt{N_1} + \sqrt{N_2})}, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \Delta Q_{2c} &= Q \left(\frac{\sqrt{N_2 + \Delta N_1}}{\sqrt{N_1 + \Delta N_1} + \sqrt{N_2 - \Delta N_1}} - \frac{\sqrt{N_1}}{\sqrt{N_1} + \sqrt{N_2}} \right) = \\ &= \frac{Q(\sqrt{N_1 N_2} - N_1 \Delta N_1 - \sqrt{N_1 N_2} + N_2 \Delta N_1)}{(\sqrt{N_1 + \Delta N_1} + \sqrt{N_2 - \Delta N_1}) \cdot (\sqrt{N_1} + \sqrt{N_2})}. \end{aligned} \quad (19)$$

Из (18) и (19) имеем

$$\Delta Q_{1c} = -\Delta Q_{2c}. \quad (20)$$

Следует отметить, что вариант невязанного изменения числа потребителей ресурса будет рассмотрен в последующих публикациях.

Замечание. «Метод двоек» можно распространить вглубь для каждой из получившихся частей N_1 и N_2 массива потребителей N и т.д.

«Метод двоек» может быть расширен до «метода троек», ..., «метода n -ок» соответственно для функций цели 3-х, ..., n переменных. Это потребует дальнейших исследований и значительно расширит возможности математического анализа в прикладных задачах оптимизации производственных процессов. В этом случае поиск минимума функции n переменных сводится к поиску знака соответствующего дифференциала второго порядка во всех стационарных точках первого порядка данной функции. Легко доказать, что такой экстремум существует всегда.

Важно отметить, что желательно провести исследование по сочетанию мето-

дов «двоек», «троек», и т.д. при решении практических задач распределения ресурсов и минимизации материальных затрат. В частности, возможен вариант решения данной задачи в режиме реального времени по факту завершения этапов работ отдельными группами исполнителей.

Предлагаемая методика распределения материальных ресурсов может быть использована при обслуживании крупных жилых и промышленных массивов городской застройки.

Упомянутый алгоритм разбиения вещественных потоков дает возможность автоматизировать энерго- и массосбережение в так называемых «умных домах». В этом случае неизбежно широкое применение управляющих микропроцессоров различного типа, пользующих вышеуказанные ритмы и приемы оптимизации.

Данный подход позволяет обслуживать массивы потребителей с учетом их иерархии и ранжирования на уровне админи-

стративной классификации объектов снабжения. Не последнюю роль в применении указанного метода играют альтернативные источники энергии, которые можно свести в отдельные группы поставщиков.

«Метод двоек» позволяет решить ряд экономических и финансовых задач при распределении денежных потоков в среде обслуживаемой клиентуры. Здесь возможен подход в планировании и реализации банковских операций в вопросах распределения материальных ценностей.

Данный прием можно также применять в сельском хозяйстве, системе ЖКХ и т.д. Важно отметить, что алгоритм метода оперативно реагирует на изменение исходных показателей.

Выводы

1. Сформулирован подход по разделению структуры обслуживаемого объекта на две части «методом двоек», который представляет величину суммы отношений числа потребителей к соответствующим расходам ресурса по этим частям в виде функции двух переменных от Q_1 и Q_2 .

2. Выполнено исследование полученной функции на локальный экстремум в найденной точке минимума.

3. Получены рабочие формулы распределения лимита ресурсов на две части Q_1 и Q_2 , соответствующие предлагаемым значениям N_1 и N_2 общего объема N потребителей ресурса на исследуемом объекте.

Список литературы

1. Ледуховский Г.В. Алгоритмы сведения материальных и энергетических балансов при расчетах технико-экономических показателей оборудования ТЭС на основе метода регуляризации некорректных задач / Г.В. Ледуховский, В.П. Жуков, Е.В. Барочкин, А.П. Зимин, А.А. Разинков // Теплоэнергетика. – 2015. – № 8. – С. 72.
2. Шарипов И.Н. Пути минимизации материальных потоков и их максимально полезного использования с целью повышения рентабельности предприятий по производству продуктов питания и напитков на примере реализации соответствующего проекта с участием 13 компаний в Великобритании / И.Н. Шарипов // Пищевая и перерабатывающая промышленность. Реферативный журнал. – 2004. – № 4. – С. 1160.
3. Ивашук О.А. Моделирование автоматизированной системы интеллектуального экомониторинга и управления экологической безопасностью городских территориальных агломераций / О.А. Ивашук, И.С. Константинов, О.Д. Ивашук, В.И. Федоров // Региональная научно-техническая конференция по итогам конкурса ориентированных фундаментальных исследований по междисциплинарным темам, проводимого Российским фондом фундаментальных исследований и Правительством Белгородской области. – Белгород, 2015. – С. 169–184.
4. Fedorov S.S. Некоторые особенности математического моделирования процесса управления ресурсоэффек-

тивной системой теплоснабжения зданий / S.S. Fedorov, D.N. Tyutyunov, N.V. Klyueva, L.I. Studenikina // Методология энерго-ресурсосбережения и экологической безопасности: материалы Второй Крымской международной научно-практической конференции. – Симферополь, 2015. – С. 72–73.

5. Федоров С.С. Математическая модель системы автоматического регулирования параметров теплоносителя отапливаемых зданий / С.С. Федоров, Н.С. Кобелев, Д.Н. Тютюнов // Известия Юго-Западного государственного университета. – 2010. – № 3(32). – С. 40–44.

6. Белоусов А.В. Особенности структуры автоматизированной системы диспетчерского управления комплекса Белгородского государственного университета / А.В. Белоусов, Е.А. Потапенко, С.В. Костриков // «Телематика»: Труды XI Всероссийской научно-методической конференции. – СПб.: Изд-во С-ПГИТМО, 2004. – Т. 1, Секции А, В, С. – С. 85–86.

7. Россов А.В. Разработка автоматизированной системы управления тепло-, водоснабжением / А.В. Россов, О.В. Арсентьев // Повышение эффективности производства и использования энергии в условиях Сибири: материалы Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. – Иркутск: Иркутский национальный исследовательский технический университет. – Иркутск, 2016. – С. 17–20.

8. Федоров С.С. Методика составления математической модели управления процессом пофасадного регулирования отопления здания гаража автопредприятия / С.С. Федоров, Д.Н. Тютюнов, А.А. Панин // Актуальные проблемы и перспективы преподавания математики: сборник научных статей VI международной научно-практической конференции. – Курск, 2016. – С. 41–46.

9. Федоров С.С. Математическая модель управления приводом системы отопления зданий и сооружений / С.С. Федоров, Н.С. Кобелев, Д.Н. Тютюнов // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. – 2010. – № 4. – С. 35–41.

10. Осипов С.Н. О некоторых особенностях энергоснабжения жилых зданий в отопительный период / С.Н. Осипов, В.М. Пилипенко // Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ. Энергетика. – 2017. – Т. 60, № 1. – С. 77–96.

11. Сулюкова Л.Ф. Методы моделирования и оптимального управления технологическими системами / Л.Ф. Сулюкова // Информационные технологии, системы и приборы в АПК: материалы 5-й Международной научно-практической конференции. – Новосибирск: ГНУ Сибирский физико-технический институт аграрных проблем Россельхозакадемии, 2012. – С. 300–306.

12. Чичерин С.В. Планирование величины нагрузок систем централизованного теплоснабжения с учетом особенностей современного теплопотребления / С.В. Чичерин // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2017. – Т. 21, № 6(125). – С. 103–110.

13. Тютюнов Д.Н. Функции нескольких переменных: учебное пособие / Д.Н. Тютюнов, Л.И. Студеникина, Е.В. Скрипкина. – Курск: ЗАО «Университетская книга», 2016. – 158 с.

14. Бабич С.В. Анализ чувствительности целевой функции для управления системами теплоснабжения городских районов / С.В. Бабич // Автоматизация технологических и бизнес-процессов. – 2014. – Т. 20, № 4(6). – С. 90–95.

15. Моргунова Н.А. Решение задачи о минимизации целевой функции / Н.А. Моргунова, Е.Ю. Моргунова // Актуальные проблемы и перспективы преподавания математики: сборник научных статей V Международной научно-практической конференции. – Курск, 2014. – С. 91–96.