

УДК 004.94:[519.63 + 533.6]

РАСЧЕТ СКОРОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВОСХОДЯЩЕГО ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА С ПЯТЬЮ ИСТОЧНИКАМИ НАГРЕВА

¹Баранникова Д.Д., ²Обухов А.Г.

¹ФГАОУ ВО «Тюменский государственный университет», Тюмень, e-mail: lusy_and_jam@mail.ru;

²ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет», Тюмень, e-mail: aobukhov@tsogu.ru

С помощью явной разностной схемы проведены численные решения полной системы дифференциальных уравнений Навье – Стокса, моделирующих возникновение трехмерных, зависящих от времени, течений газа с диссипативными свойствами вязкости и теплопроводности при локальном нагреве подстилающей поверхности несколькими источниками. Численные решения полной системы дифференциальных уравнений Навье – Стокса находятся для движущейся сплошной среды с диссипативными свойствами, при учете гравитации и вращения Земли. Начальными условиями является набор из пяти функций, описывающих покоящийся газ в поле силы тяжести и являющийся точным решением полной системы уравнений Навье – Стокса. При соответствующем выборе начальных и краевых условий проведен расчет трех компонент скорости течения газа, а также мгновенных линий тока в различные моменты времени. Выявлены особенности течения газа в начале формирования потока, связанные с появлением встречных потоков с противоположным направлением закрутки. Показано, что возникающие при локальном нагреве несколькими источниками потоки воздуха имеют нестационарный сложный характер с противоположными направлениями закрутки с постепенным преобладанием положительного направления.

Ключевые слова: газовая динамика, нелинейные системы дифференциальных уравнений с частными производными, численные методы

CALCULATION OF HIGH SPEED CHARACTERISTICS OF A CONVERGENT FLUID STREAM WITH FIVE HEATING SOURCES

¹Barannikova D.D., ²Obukhov A.G.

¹Tyumen State University, Tyumen, e-mail: lusy_and_jam@mail.ru;

²Tyumen Industrial University, Tyumen, e-mail: aobukhov@tsogu.ru

With the help of an explicit difference scheme, numerical solutions of the complete system of Navier-Stokes differential equations simulating the emergence of three-dimensional time-dependent gas flows with dissipative properties of viscosity and thermal conductivity under local heating of the underlying surface by several sources are carried out. Numerical solutions of the complete system of Navier-Stokes differential equations are for a moving continuous medium with dissipative properties, taking into account the gravity and rotation of the Earth. The initial conditions are a set of five functions describing the gas at rest in the field of gravity and being the exact solution of the complete system of Navier-Stokes equations. With an appropriate choice of the initial and boundary conditions, three components of the gas flow velocity and instantaneous streamlines were calculated at different instants of time. The features of the gas flow at the beginning of flow formation are revealed, associated with the appearance of counter flows with the opposite direction of twist. It is shown that the air currents arising during local heating by several sources have a no stationary complex character with opposite directions of twist with a gradual predominance of the positive direction.

Keywords: gas dynamics, nonlinear systems of partial differential equations, numerical methods

Главная концепция приведенного в [1] механизма появления восходящего закрученного потока воздуха в атмосфере состоит в том, что при прогреве части поверхности суши или поверхности воды возникает мощный восходящий поток воздуха. Радиальное (замещающее восходящий поток) течение воздуха, имеющее направление к центру области нагрева, за счет силы инерции Кориолиса приобретает закрутку вокруг оси в положительном направлении для Северного полушария.

Данная схема экспериментально доказана в работе [2]. Статья [2] содержит описание экспериментов, в которых свободный вихрь генерировался нагревом снизу металлической круглой пластины газовой горелкой.

Попытка математически и численно смоделировать появление и дальнейшее изменение подобного закрученного восходящего потока воздуха при нагреве поверхности Земли была предпринята в работе [3]. Численные расчеты и тщательный разбор возникающих сложных течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа в начальной фазе формирования закрученного восходящего потока, вызванного локальным нагревом подстилающей поверхности, показали перемещение газа в двух встречных направлениях. Одно направлено по радиусу от центра нагрева к его границе, а другое направлено в противоположном направлении – от периферии к области нагрева.

Так как перемещающиеся вдоль поверхности Земли частицы газа из-за действия

силы инерции Кориолиса отклоняются вправо то, следовательно, противоположно направленные потоки имеют противоположные направления закрутки. С этим связано возникновение нескольких локальных вихрей с противоположной направленностью вращения [3]. Это и подтверждается выполненными расчетами.

Кроме тропических циклонов и торнадо в природе встречаются [4] и так называемые огненные вихри, имеющие другое направление закрутки: отрицательное в Северном полушарии и положительное в Южном полушарии. Строго математически [5] получено решение системы уравнений газовой динамики, которое описывает появление отрицательной закрутки в радиальном течении идеального газа вокруг нагреваемой поверхности вертикального цилиндра.

Экспериментально [6] без дополнительной закрутки были созданы течения, похожие на наблюдаемые в природе огненные вихри. В работе [6] продемонстрирована принципиальная возможность физического моделирования свободных концентрированных огненных вихрей в лабораторных условиях без использования закручивающих устройств от нескольких источников нагре-

ва. Подробно описана экспериментальная установка для генерирования свободных огненных вихрей и проведен детальный анализ особенностей их возникновения. Покадровая фиксация позволяет получать данные об основных параметрах процесса генерации огненных вихрей и их интегральных характеристиках.

Целью данной работы является численное моделирование и детальный анализ скоростных характеристик сложных течений сжимаемого вязкого теплопроводного политропного газа на начальном этапе появления закрученного восходящего потока, инициированного нагреванием подстилающей поверхности пятью источниками.

Математическая модель и ее численная реализация

Для описания сложных трехмерных и нестационарных течений сжимаемого политропного газа, обладающего диссипативными свойствами, в работе используется полная система дифференциальных уравнений Навье – Стокса. Записанная в безразмерных переменных с учетом гравитации и вращения Земли в векторной форме она может быть записана так [7]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_t + \vec{V} \cdot \nabla \rho + \rho \operatorname{div} \vec{V} = 0, \\ \vec{V}_t + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} + \frac{T}{\gamma \rho} \nabla \rho + \frac{1}{\gamma} \nabla T = \vec{g} - 2\vec{\Omega} \times \vec{V} + \frac{\mu_0}{\rho} \left[\frac{1}{4} \nabla (\operatorname{div} \vec{V}) + \frac{3}{4} \Delta \vec{V} \right], \\ T_t + \vec{V} \cdot \nabla T + (\gamma - 1) T \operatorname{div} \vec{V} = \frac{\kappa_0}{\rho} \Delta T + \frac{\mu_0 \gamma (\gamma - 1)}{2\rho} \left\{ [(u_x - v_y)^2 + \right. \\ \left. + (u_x - w_z)^2 + (v_y - w_z)^2] + \frac{2}{3} [(u_y + v_x)^2 + (u_z + w_x)^2 + (v_z + w_y)^2] \right\}, \end{array} \right. \quad (*)$$

где значения безразмерных коэффициентов вязкости и теплопроводности равны соответственно $\mu_0 = 0,001$, $\kappa_0 \approx 1,46\mu_0$. Эта система является дифференциальной формой законов сохранения массы, импульса и энергии в движущейся сплошной среде.

В системе (1) также: x, y, z – декартовы координаты; t – время; ρ – плотность; T – температура газа; $\vec{V} = (u, v, w)$ – вектор скорости частиц газа с проекциями на соответствующие декартовы оси координат; $\gamma = 1,4$ – показатель политропы для воздуха; $\vec{g} = (0, 0, -g)$ – вектор ускорения силы тяжести; $-2\vec{\Omega} \times \vec{V} = (av - bw, -au, bu)$ – вектор ускорения Кориолиса, где параметры $a = 2\Omega \sin \psi$, $b = 2\Omega \cos \psi$, $\Omega = |\vec{\Omega}|$; $\vec{\Omega}$ – вектор угловой скорости вращения Земли; ψ – широта точки O – начала декартовой

системы координат $xuzO$, вращающейся вместе с Землей; ∇ и div – операторы градиента и дивергенции по декартовым переменным, а точкой обозначено скалярное произведение векторов.

За начальные условия принимается следующий набор функций, задающих точное решение системы (*) [8]:

$$\begin{aligned} u = 0, v = 0, w = 0, T_0(z) = 1 - kz, k = \frac{l x_{00}}{T_{00}}, \\ l = 0,0065 \frac{K}{M}, x_{00} = 5M, T_{00} = 288^0 K, \\ \rho_0(z) = (1 - kz)^{\gamma-1}, v = \frac{\gamma g}{k} = \operatorname{const} > 0. \end{aligned}$$

Расчетной областью является куб с длинами сторон $x^0 = y^0 = z^0 = 1$.

На нижней грани $z = 0$ расчетной области вертикальная составляющая скорости газа полагалась равной нулю, то есть $w = 0$. Постепенный же нагрев до температуры 300°C в пяти областях моделировался следующей функциональной зависимостью температуры от координат точек и времени нагрева

$$T(x, y, t) = 1 + 0,99(1 - \exp(-10t)) \sum_{l=1}^5 \exp\left(-\frac{(x-x_l)^2 + (y-y_l)^2}{r_0^2}\right).$$

Здесь $r_0 = 0,025$ – безразмерное значение эффективных радиусов областей нагрева; $x_l, y_l, l = 1, 2, 3, 4, 5$ – координаты пяти центров нагрева нижней грани расчетной области, расположенных на диагоналях квадрата и в точке их пересечения. Две другие составляющие скорости газа и плотность на нижней грани расчетной области брались из условия непрерывности потока газа [9]. На остальных пяти гранях расчетной области для всех пяти газодинамических характеристик – плотности, температуры и трех компонент вектора – скорости брались из условия непрерывности [9].

Другими словами, выбранные граничные условия моделируют процесс возникновения трехмерных и нестационарных течений вязкого сжимаемого политропного теплопроводного газа при локальном нагреве пятью источниками нижней грани с возможностью свободного движения газа через все грани, кроме нижней грани.

В расчетной области строится прямоугольная сетка узлов следующим образом: $x = x_i, y = y_j, z = z_k$. Здесь $x_i = i \cdot \Delta x, y_j = j \cdot \Delta y, z_k = k \cdot \Delta z, 0 \leq i \leq L, 0 \leq j \leq M, 0 \leq k \leq N$. Соответственно выбираются разностные шаги по пространственным переменным $\Delta x = x^0 / L, \Delta y = y^0 / M, \Delta z = z^0 / N$.

Расчетные шаги по пространственным переменным $\Delta x = \Delta y = 0,005, \Delta z = 0,05$, а расчетный шаг по времени $\Delta t = 0,001$. При таком выборе расчетных шагов по пространству и времени обеспечивается устойчивость вычислительного процесса, то есть выполняются условия Куранта:

$$\begin{aligned} \Delta t &\leq \frac{\Delta x \Delta y}{2\mu_0}, \Delta t \leq \frac{\Delta x \Delta y}{2\kappa_0}, \\ \Delta t &\leq \frac{\Delta y \Delta z}{2\mu_0}, \Delta t \leq \frac{\Delta y \Delta z}{2\kappa_0}, \\ \Delta t &\leq \frac{\Delta x \Delta z}{2\mu_0}, \Delta t \leq \frac{\Delta x \Delta z}{2\kappa_0}. \end{aligned}$$

Численно решая полную систему уравнений Навь – Стокса, с указанными выше начальными и краевыми условиями, по явной разностной схеме находятся значения

искомых функций в каждом из узлов на любом расчетном по времени шаге [3].

Результаты расчетов

На рис. 1–3 представлены результаты расчета трех компонент скоростей возникающего при нагреве нижней грани расчетной области потока воздуха для среднего значения высоты $0,5$ м в конкретные фиксированные моменты времени. По осям Ox и Oy откладываются номера узлов расчетной сетки.

На рис. 1–2 приведены графики x -ой и y -ой компонент скоростей течений газа в момент времени $t = 0,5$ мин.

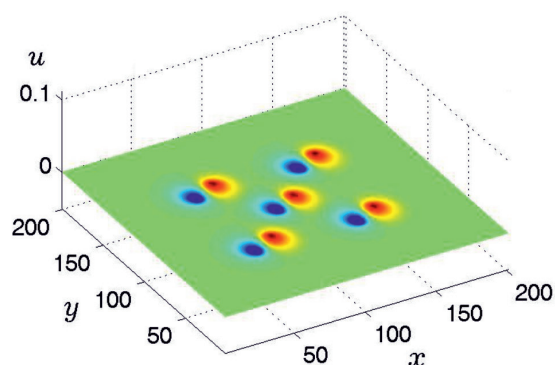


Рис. 1. x -ая компонента скорости

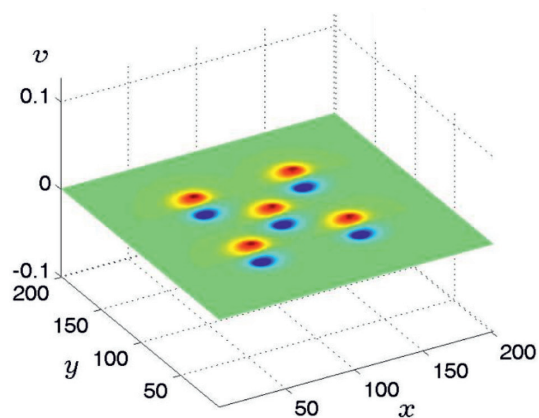


Рис. 2. y -ая компонента скорости

Основными видами течений воздуха в указанный момент времени являются расходящиеся потоки воздуха от областей локального нагрева, которые с течением времени приобретают отрицательную закрутку (по часовой стрелке, если смотреть на поток сверху).

На рис. 3 представлен график рассчитанной z -ой компоненты скорости в тот же момент времени.

Из рисунка видно, что в указанный момент времени фиксируется возникновение вертикально направленных потоков воздуха над источниками нагрева. Максимальные значения вертикальных скоростей соответствуют точкам расположения источников нагрева и постепенно уменьшаются до нулевых значений при удалении от них.

На рис. 4–5 приведены результаты рассчитанных мгновенных линий тока для моментов времени $t_1 = 1$ минута и $t_2 = 3$ минуты. По осям Ox и Oy откладываются безразмерные значения расстояния.

Представленные на рисунках линии тока показывают, что возникающие при локальном нагреве несколькими источниками потоки воздуха имеют нестационарный сложный характер. Основной особенностью этих течений является закрутка, имеющая противоположные направления (как положительные, так и отрицательные). В результате происходит интенсивное перемешивание потоков воздуха не только в горизонтальных плоскостях, но и в вертикальных плоскостях.

Из результатов расчетов компонентов скоростей можно выделить следующие последовательные фазы возникновения тепловых вихрей. Первая фаза характеризуется возникновением пяти локальных, расходящихся от областей нагрева потоков газа. Эти потоки газа приобретают отрицательную закрутку. Вторая фаза связана с появлением локальных вихрей с противоположной направленностью вращения. С наступлением третьей фазы, как следует из расчетов, возникает общее встречное движение потоков газа от периферии к центру. Это встречное радиальное движение под действием силы Кориолиса приобретает положительную закрутку. Указанные этапы формирования теплового потока не имеют четко выраженных временных границ, плавно сменяя друг друга, или даже могут происходить одновременно. Тем не менее характерные черты каждого из этих этапов позволяют расположить их в хронологической последовательности.

Кроме того, расчеты показали, что с течением времени преобладающим становится течение с положительным направлением закрутки.

Заключение

Проведено численное моделирование и подробное исследование скоростных характеристик течений сжимаемого вязкого политропного теплопроводного газа на начальном этапе зарождения закрученного восходящего потока, который инициируется пятью источниками нагрева.

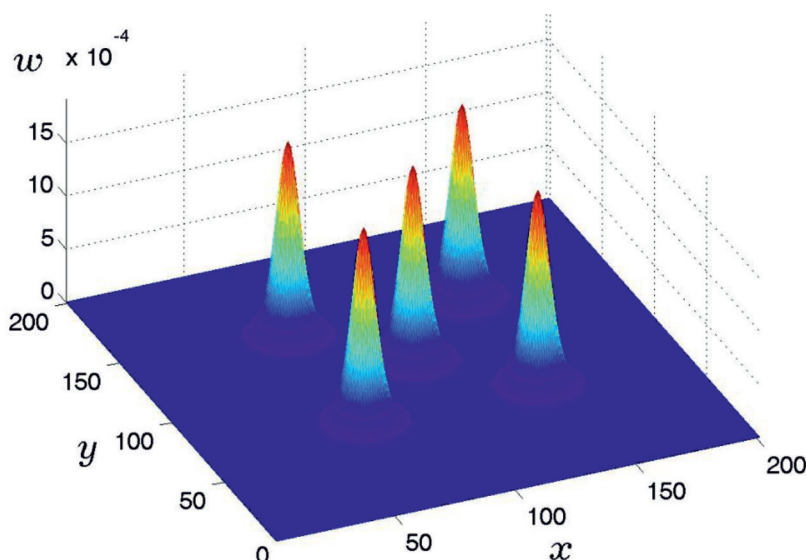


Рис. 3. z -ая компонента скорости

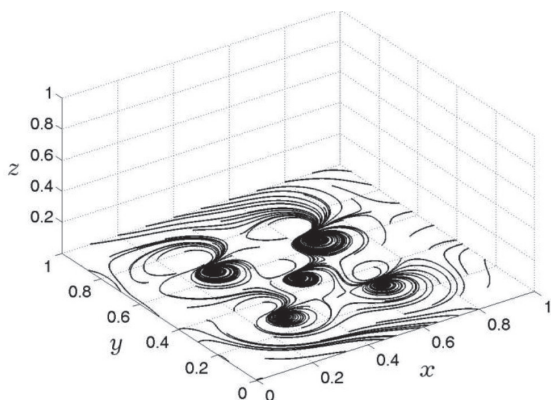


Рис. 4. Линии тока при $t_1 = 1$ мин

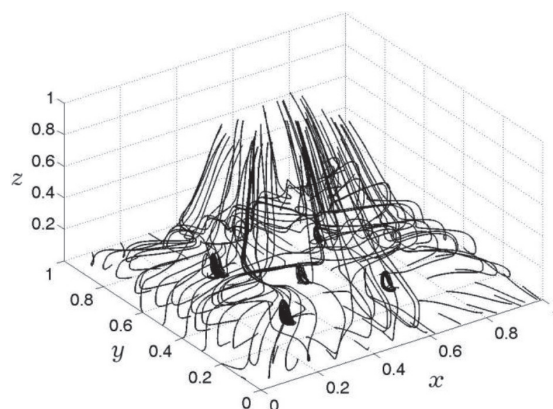


Рис. 5. Линии тока при $t_2 = 3$ мин

За основную математическую модель для представления сложных трехмерных нестационарных течений сжимаемого политропного газа, обладающего диссипативными свойствами вязкости и теплопроводности, принимается полная система уравнений Навье – Стокса. Начальными условиями являлись пять функций, которые задают точное решение полной системы дифференциальных уравнений Навье – Стокса.

На нижней грани расчетной области вертикальная составляющая скорости газа полагалась равной нулю. Постепенный нагрев в пяти областях моделировался функциональной зависимостью температуры от координат точек и времени нагрева.

Проведен расчет трех компонентов скоростей возникающего при нагреве нижней грани расчетной области потока воздуха, а также построены мгновенные линии тока. Показано, что возникающие при локальном нагреве несколькими источниками потоки воздуха имеют нестационарный сложный характер с противоположными направлениями вращения с постепенным преобладанием положительной закрутки.

Список литературы

1. Баутин С.П. Торнадо и сила Кориолиса. – Новосибирск: Наука, 2008. – С. 96.
2. Вараксин А.Ю. Торнадо / А.Ю. Вараксин, М.Э. Ромаш, В.Н. Копейцев. – М.: Физматлит, 2011. – С. 312.
3. Обухов А.Г. Особенности течения газа в начальной стадии формирования теплового восходящего закрученного потока / А.Г. Обухов, Д.Д. Баранникова // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2014. – № 6. – С. 65–70.
4. Наливкин Д.В. Смерчи. – М.: Наука, 1984. – С. 112.
5. Баутин С.П. Закрутка огненного вихря при учете сил тяжести и Кориолиса / С.П. Баутин, И.Ю. Крутова, А.Г. Обухов // Теплофизика высоких температур. – 2015. – Т. 53, № 6. – С. 961–964.
6. Вараксин А.Ю. О возможной генерации огненных вихрей без использования принудительной закрутки / А.Ю. Вараксин, М.Э. Ромаш, В.Н. Копейцев, М. А. Горбачев // Доклады Академии Наук. – 2014. – Т. 456, № 2. – С. 159–161.
7. Баутин С.П. Характеристическая задача Коши и ее приложения в газовой динамике. – Новосибирск: Наука, 2009. – С. 368.
8. Баутин С.П. Одно точное стационарное решение системы уравнений газовой динамики / С.П. Баутин, А.Г. Обухов // Известия вузов. Нефть и газ. – 2013. – № 4. – С. 81–86.
9. Баутин С.П. Об одном виде краевых условий при расчете трехмерных нестационарных течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа / С.П. Баутин, А.Г. Обухов // Известия вузов. Нефть и газ. – 2013. – № 5. – С. 55–63.