УДК 621.789

МЕТОД РЕШЕНИЯ ТЕПЛОВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ПРОПЛАВЛЕНИЯ ПРИ КОМБИНИРОВАННОМ ЛАЗЕРНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

¹Арутюнов Ю.А., ²Дробязко А.А., ³Чащин Е.А., ³Шилов И.В., ²Шашок П.А.

¹Федеральный научно-клинический центр специализированных видов медицинской помощи и медицинских технологий Федерального медико-биологического агентства,

Москва, e-mail: double-spiral@yandex.ru;

²ООО «Двойная спираль», Москва, e-mail: omegaversion@yandex.ru; ³ФГБОУ ВО «Ковровская государственная технологическая академия им. В.А. Дегтярева», Ковров, e-mail: kanircha@list.ru

Работа направлена на решение задачи совершенствования существующих методов решения тепловой задачи для моделирования процесса проплавления при комбинированном лазерном воздействии парциальными источниками модулированного излучения нс-длительности и плавящего излучения импульсом мс-длительности. В работе приведены результаты исследований применительно к воздействию комбинированного лазерного излучения, включающего цуг нс-импульсов с интенсивностью воздействия порядка 1 ГВт/см², разработан способ формирования многомерной локально измельчающейся сетки для искривленной расчетной области и экономичный алгоритм решения на этой сетке нестационарной тепловой задачи. Показано, что предложенная адаптивная локально изменяющаяся расчетная сетка позволит в области термического воздействия, динамически искривляемой растущим парогазовым каналом, моделировать сугубо нестационарные тепловые процессы, обусловленные многократным скоростным изменением пространственных и временных параметров лазерного излучения, что особенно характерно для сварки металлов комбинированным лазерным излучением.

Ключевые слова: лазерная поверхностная обработка, режимы лазерного воздействия, математическая модель, парогазовый канал

METHOD OF SOLVING THE HEAT PROBLEM FOR MODELING OF PROCESS OF MELTING IN THE COMBINED LASER EFFECT

¹Arutyunov Yu.A., ²Drobyazko A.A., ³Chaschin E.A., ³Shilov I.V., ²Shashok P.A.

¹Scientific-Clinical Center of Sports Medicine Federal Medical-Biological Agency of Russia, Moscow, e-mail: double-spiral@yandex.ru;

> ²LLC «Double spiral», Moscow, e-mail: omegaversion@yandex.ru; ³Kovrov State Technological Academy, Kovrov, e-mail: kanircha@list.ru

The article presena tasks of improving the existing methods of solving the heat problem for modeling of process of melting in the combined laser effect of partial sources of modulated radiation of ns – duration and melting of the radiation pulse of MS duration. The paper presents the results of the research in relation to the impact of the combined laser radiation, including ns-pulses with intensity of about 1 GW/cm², developed a method of forming a multidimensional locally weld pool for the computational domain of curved and economical algorithm for the solution on this grid, non-stationary heat problem. It is shown that the proposed adaptive locally varying grid will allow in the field of thermal effects, dynamically growing steam channel, to simulate a purely non-stationary thermal processes, due to multiple speed changes in the spatial and temporal parameters of laser radiation, particularly for welding metals with combined laser radiation.

Keywords: laser surface treatment, laser impact, mathematical model, gas-vapor channel

Стыковая сварка алюминиевых сплавов остается одной из актуальных технологических задач, что вызвано сложностью получения качественных сварных соединений из-за наличия на поверхности тугоплавкой окисной пленки [1]. Одним из способов сварки алюминиевых сплавов является сварка парциальным действием модулированного излучения, удаляющего пленку окислов и одновременно формирующего первоначальный парогазовый канал проплавления (ПГК), и плавящего импульса, воздействие которым производится непосредственно до появления повторно слоя окислов, т.е. до остывания поверхности материала ниже температуры плавления [2]. Применение комбинированного лазерного воздействия для сварки деталей из сплава Амгб (Al-Mg), по сравнению со сваркой только излучением в режиме свободной генерации, позволяет увеличить глубину проплавления в 2–3 раза при одновременном снижении пористости сварного соединения в 1,5–5 раза с 0,7–0,9% до 0,4–0,5% [3]. Приведенные результаты были получены при использовании лазерной установки

FUNDAMENTAL RESEARCH № 8, 2017

типа «Квант-15», режим свободной генерации которой имеет многомодовый характер и, как следствие, вариативность распределения интенсивности в зоне лазерного воздействия. Поэтому для анализа режимов обработки в большинстве случаев достаточным являлось использование известных аналитических зависимостей, составленных для стационарных режимов лазерной обработки [3]. При этом размеры и форма ПГК задавалась изначально в условиях задачи: либо правильной фигурой вращения [4], либо по результатам экспериментальных наблюдений [5], и лишь отчасти параметры ПГК итерационно уточнялись в процессе моделирования [5, 6. Это позволяло выполнять решение задачи оптимизации режимов лазерной обработки только по критерию постоянства температуры поверхности в течение действия импульса. Современные лазерные установки имеют одномодовый характер [7], что позволяет при сохранении энергетических параметров лазерного воздействия обеспечить высокую повторяемость лазерного термического воздействия в зоне обработки. Это делает актуальным выполнение математического анализа с учетом динамического изменения, под действием модулированного лазерного излучения, ПГК для решения задачи оптимизации энергетических затрат лазерного излучения.

Научная новизна

При сварке комбинированным излучением использование известных итерационных моделей [5, 6, 8] затруднено, т.к. учет границ изменения ПГК во время воздействия высокоинтенсивного излучения цуга нс-импульсов 10⁸–10⁹ Вт/см² приводит к необходимости построения расчетной сетки вблизи облучаемой поверхности с малым итерационным шагом, и сохранение этого шага для описания воздействия излучением мс-импульса с энергией до 15 Дж [3] сопровождается значительными затратами машинного времени. А построение расчетной сетки по критерию постоянства температуры поверхности в течение действия плавящего импульса миллисекундной длительности затрудняет учет сверхградиента поверхностной температуры и развитие ПГК, возникающего в локальной зоне под действием модулированного излучения наносекундной длительности. Таким образом учет нестационарных фаз возникновения и развития ПГК традиционными математическими моделями затруднен сочетанием, во-первых, сложности решения тепловых задач на расчетной области с неправильной формой и быстроизменяющимися внешними границами и, во-вторых, высокоскоростным изменением граничных условий на этих движущихся границах и, прежде всего, масштабным изменением энергетического баланса.

При моделировании процессов проплавления материалов комбинированным лазерным лучом, объединяющим в себе высокоинтенсивное излучение цуга нс-импульсов и мощное излучение мс-импульса [3], добавляется сочетание сверхградиента поверхностной температуры (при воздействии нсимпульсов с интенсивностью 10⁸–10⁹ Вт/см²) и значительной глубины прогрева (при миллисекундном лазерном воздействии). Первый фактор требует чрезвычайного уплотнения расчетной сетки вблизи обучаемой поверхности, а второй фактор - больших размеров непосредственно расчетной области. Получается сугубо нерегулярная и постоянно деформируемая расчетная сетка, для которой нет экономичных методов решения тепловых задач [9].

В работе предложен способ формирования 2-мерной локально-измельченной сетки, позволяющей непрерывно во времени решать тепловую задачу сварки алюминиевых сплавов комбинированным лазерным излучением.

Рассмотрим способ формирования многомерной локально измельченной сетки (ЛИС). Для определения возможности сокращения затрат машинного времени и одновременно достижения 2-го порядка точности расчетной схемы рассмотрим решение одномерной тепловой задачи в приближении расчета на изолированном одномерном тепловом стержне. На рис. 1, а представлен фрагмент поверхности канала, наклоненной относительно оси x на угол θ .

Нулевой узел находится на расстоянии δx от 1-го узла, которое может быть существенно меньше, чем Δx_1 – размер следующих за 1-м узлом регулярных шагов сетки. Условие $\delta x \leq \Delta x_1$ возникает из-за движения 0-го узла, вызванного смещением фронта испарения или движением поверхности расплава при его вытекании из ПГК. Запишем в общем виде одномерное дифференциальное уравнение (ДУ) теплопроводности:

$$\frac{T_i - T_i^{(s-1)}}{\Delta t} = a \frac{T_{i-1} - 2T_i + T_{i+1}}{\Delta x_1^2}, \qquad (1)$$

где T_i – временные производные температуры.

В выражении (1) вторая производная по координате *x* выражена через узловые значения T_{i-1} , T_i и T_{i+1} на регулярной сетке (см. рис. 1) с постоянным шагом Δx_1 , а $T_i^{(s-1)}$ – температура в *i*-м узле в предыдущий расчетный момент времени *s* – 1.



а



б

Рис. 1. Неоднородность ЛИС: а – у границы ПГК (фронта испарения); б – в точке сопряжения измельченной (шаг Δx₁) и укрупненной сетки (шаг Δx₂). θ – угол наклона поверхности канала, относительно оси x; q_T – нормальный к поверхности тепловой поток; x₀, x₁, x₂ и x₃ – координаты узлов нерегулярной одномерной сетки с неоднородностью у 1-го узла; x₁₂ – вспомогательный узел; x_{N1}, – узел стыковки сеток (2-й узел неоднородности ЛИС); x₁, – вспомогательный узел

Для 0-го узла вторую производную удобно записать через центральную конечную разность с шагом б*x*:

$$\frac{T_0 - T_0^{(s-1)}}{\Delta t} = a \frac{T_{-1} - 2T_0 + T_1}{\delta x^2},$$
 (2)

где *T*₁ – мнимый узел одномерной сетки. Введем граничные условия (ГУ):

$$-\lambda_T \partial T / \partial x \big|_{x=x_0} =$$
$$= q_T \sin \theta \cong -\lambda_T \left(T_1 - T_{-1} \right) / 2 \delta x. \qquad (3)$$

При выполнении условий (3) мнимый узел одномерной сетки может быть выражен

$$T_{-1} = T_1 + 2\delta x q_T \lambda_T^{-1} \sin \alpha_s. \tag{4}$$

С учетом подстановки (4) выражение (2) удобно записать как

$$\frac{T_0 - T_0^{(s-1)}}{\Delta t} =$$
$$= a \frac{2T_1 - 2T_0 + 2\delta x q_T \lambda_T^{-1} \sin \alpha_s}{\delta x^2}.$$
 (5)

Тогда решение уравнения (5) имеет вид

$$T_{0} = \frac{2a\Delta t}{\delta x^{2}(1 + 2a\Delta t/\delta x^{2})}T_{1} + \frac{T_{0}^{(S-1)} + q_{T}\lambda_{T}^{-1}2a\Delta t/\delta x\sin\alpha_{S}}{1 + 2a\Delta t/\delta x^{2}}.$$
 (6)

При i = 0 уравнение теплопроводности (1) с учетом ГУ (2–6) принимает известный вид [10], что подтверждает допустимость сделанных упрощений:

$$T_0 = \chi_0 T_1 + \eta_0, \qquad (7)$$

где χ_0 и η_0 – нулевые прогоночные коэффициенты.

Рассмотрим уравнение теплопроводности для 1-го узла сетки (см. рис. 1), который является точкой неоднородности. Введем промежуточный узел x_{12} , в котором узловое значение температуры зададим путем ее интерполяции по 3-м узловым значениям T_0 , T_1 и T_2 . Для этого используем интерполяционный многочлен Лагранжа 2-го порядка точности $L_2(x)$ относительно трех узловых значений аппроксимируемой функции

FUNDAMENTAL RESEARCH № 8, 2017

$$L_{2}(x) = \frac{\overbrace{(x-x_{1})(x-x_{2})}^{a_{0}}}{(x_{0}-x_{1})(x_{0}-x_{2})} T_{0} + \frac{\overbrace{(x-x_{0})(x-x_{2})}^{a_{1}}}{(x_{1}-x_{0})(x_{1}-x_{2})} T_{1} + \frac{\overbrace{(x-x_{0})(x-x_{1})}^{a_{2}}}{(x_{2}-x_{0})(x_{2}-x_{1})} T_{2},$$
(8)

где

$$x = x_{12} = x_1 + \delta x. \tag{9}$$

Несложно видеть, что выражение (8) является линейной комбинацией трех узловых значений T_0 , T_1 и T_{22} т.е.

$$T_{12} = a_0 T_0 + a_1 T_1 + a_2 T_2, (10)$$

где значения a_0, a_1 и a_2 находятся по (8) и (9).

Тогда для узла 1-го узла сетки *i* = 1 (точки неоднородности сетки) уравнение (1) можно привести к линейному виду:

$$\underbrace{a\Delta t/\delta x^2 (1+a_0)}_{A} T_0 - \underbrace{\left(1 + a\Delta t/\delta x^2 (2-a_1)\right)}_{C} T_1 + \underbrace{a\Delta t/\delta x^2 a_2}_{B} T_2 = \underbrace{-T_1^{(S-1)}}_{f}, \tag{11}$$

совпадающему с каноническим [10] для метода прогонки представлением одномерного уравнения теплопроводности

$$AT_{i-1} - CT_i + BT_{i+1} = f \ .$$

При $i \ge 2$ расчет ведется на регулярной ЛИС с шагом Δx_1 , в этом случае

$$\frac{T_i - T_i^{(S-1)}}{\Delta t} = a \frac{T_{i-1} - 2T_i + T_{i+1}}{\Delta x_1^2}.$$
 (12)

Уравнение (12) удобно привести к каноническому, линейному относительно T_{i-1}, T_i, T_{i+1} , виду

$$\frac{\underline{a\Delta t}}{\underline{\Delta x_1^2}} T_{i-1} - \underbrace{\left(1 + 2\frac{\underline{a\Delta t}}{\underline{\Delta x_1^2}}\right)}_{C} T_i + \underbrace{\frac{\underline{a\Delta t}}{\underline{\Delta x_1^2}}}_{R} T_{i+1} = \underbrace{-T_i^{(S-1)}}_{f}.$$
(13)

При $i = N_{12}$ возникает еще одна точка неоднородности ЛИС, где регулярная локально измельченная сетка с постоянным мелким шагом Δx_1 сопрягается также с регулярной сеткой с постоянным крупным шагом Δx_2 . На рис. 1, δ представлен фрагмент расчетного теплового стержня (параллельного оси *x*) вместе с точкой неоднородности $i = N_{12}$. В рассмотренном приближении (см. рис. 1, δ) температура во 2-м вспомогательном узле x_{12} может быть определена с помощью интерполяции Лагранжа $L_2(x)$ по (8) и (10), с учетом

$$x_{12} = x_{N_{12}} + \Delta x_1 \,. \tag{14}$$

$$T_{12} = a_0 T_{N_{12}-1} + a_1 T_{N_{12}} + a_2 T_{N_{12}+1}, \qquad (15)$$

где при вычислении a_0 , a_1 и a_2 вместо координат узлов с индексами 0, 1 и 2 следует использовать координаты узлов с индексами N_{12-1} , N_{12} и N_{12+1} , а при вычислении линейных коэффициентов A, B, C и f вместо δx использовать Δx_1 .

Аналогично вышеизложенному, в 1-м узле неоднородности ЛИС, использование интерполяции Лагранжа обеспечивает в узле с индексом N_{12} сохранение 2-го порядка точности. При $i > N_{12}$ расчет выполняется на регулярной сетке с шагом Δx_2 . Таким образом, для одномерного расчетного теплового стержня, содержащего несколько точек неоднородности сетки, показана возможность сквозного применения экономичного метода прогонки при решении тепловой задачи со 2-м порядком точности. Для подтверждения данного вывода была проведена проверка точности решения тепловой задачи при постоянном тепловом воздействии с интенсивностью 0,1 ГВт/см² путем сравнения с известным аналитическим решением [11]

$$T_{an}(x,t) = T_0 + q_t \lambda_T^{-1} \sqrt{4a \cdot t} \cdot \operatorname{ierfc}\left(x/\sqrt{4a \cdot t}\right). \quad (16)$$

Результаты расчета приведены на рис. 2. Видно, что имеет место качественное и количественное совпадение результатов в узлах расчетного теплового стержня T_i для конца 20 нс импульса с тепловой интенсивностью $q_i = 0,1$ ГВт/см². Размеры пространственных шагов ЛИС составляли: $\delta x = 0,25$ мкм, $\Delta x_1 = 0,5$ мкм и $\Delta x_2 = 10$ мкм. ЛИС с координатами узлов в векторе X_i – содержала 15 измельченных ($N_{12} = 15$) и 35 укрупненных шагов. Относительная

погрешность численного решения в сравнении с аналитическим решением уравнения теплопроводности была определена как

$$err_{i} = \left|T_{an}\left(x_{i}\right) - T_{i}\right| / T_{an}\left(x_{i}\right).$$

$$(17)$$

На рис. 3. показано сравнение погрешностей численного решения на исходной и уплотненной в 2 раза сетке.

Видно (см. рис. 3) что при уплотнении нерегулярной ЛИС в 2 раза, получено снижение погрешности результатов моделирования до 4 раз. То есть реализованная для одномерного случая схема решения тепловой задачи конечно-разностным методом имеет 2-й порядок точности относительно размера пространственного шага. Таким образом, приведенный способ решения одномерной тепловой задачи на нерегулярной адаптивной сетке с использованием трех точечной интерполяции по Лагранжу обеспечивает сочетание 2-го порядка точности и сокращение затрат машинного времени, присущего методу прогонки.

Рассмотрим способ формирования 2-мерной ЛИС, позволяющей решать тепловую задачу при существенно неоднородных параметрах лазерного воздействия, имеющих место при комбинированном лазерном воздействии. На рис. 4 приведен фрагмент неоднородной ЛИС у границы ПГК, возникающего при движении фронта испарения за один нс-импульс. Видно, что строки или столбцы узлов измельченной сетки, примыкающие к строкам/столбцам регулярной сетки, образуют сквозные расчетные стержни, на которых вышерассмотренным методом решается одномерная тепловая задача. Выбрав одно из направлений (по z или по r) и выполнив прогонки во всех «сквозных» расчетных стержнях, мы получим в этих стержнях обновленные узловые температуры, включая значения в узлах неоднородности ЛИС по границе Zs, или Rs,. На 2-мерных границах Zs, и Rs, для сквозных и укороченных расчетных тепловых стержней наиболее естественным граничным условием будет ГУ 2-го рода с заданием параметров поглощения ЛИ и испарения материала:

$$-\lambda_T \,\partial T / \partial \vec{n} \big|_{\mathbf{Z}_{\mathbf{S}_1}, \mathbf{R}_{\mathbf{S}_1}} = \vec{q}_T, \tag{18}$$

где

$$\frac{\partial T}{\partial \vec{n}} = \frac{\partial T}{\partial r} \cdot \vec{e}_r + \frac{\partial T}{\partial z} \cdot \vec{e}_z,$$
$$\vec{q}_T = q_T \sin \theta \cdot \vec{e}_r + q_T \cos \theta \cdot \vec{e}_z.$$



Рис. 2. Температуры в узлах расчетного теплового стержня по координате x, определенные численно (Tem_s, K) и аналитически (Tan, K) для импульса с тепловой интенсивностью q₁ = 0,1 ГВт/см² и длительностью т_i = 20 нс. X_i – вектор координат узлов ЛИС, см; X_i_{N12} – координата стыковки мелкой и укрупненной сетки



Рис. 3. Погрешности численного решения на исходной (err1) и уплотненной сетке (err1). X_i, X_i_2 – вектор координат узлов исходной и уплотненной в 2 раза ЛИС, см; X_i_{N12} – координата стыковки мелкой и укрупненной сетки



Рис. 4. Фрагмент неоднородной ЛИС у границы ПГК (фронта испарения). Zs₁ и Rs₁ – внешняя граница ЛИС; Zs₂ и Rs₂ – граница сопряжения сгущенной сетки и регулярной части ЛИС

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ № 8, 2017

Тогда для прогонок по направлению *r* ГУ 2-го рода принимают вид

$$-\lambda_T \,\partial T / \partial r \big|_{\mathrm{Rs}_1} = q_T \sin \theta, \qquad (19)$$

а для прогонок по направлению *z*

$$\lambda_T \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{Z_{S_1}} = q_T \cos \theta \,. \tag{20}$$

Известно [10], что при использовании метода переменных направлений вычисления поперечной производной 2-го порядка не требуется, а значит, для каждого конкретного расчетного стержня (см. рис. 4) из распределения температур, полученных при предыдущей ортогональной прогонке, необходимо определить одно узловое значение температуры на поверхности, т.е. внешнем крае расчетного стержня, которое удобно получить интерполяцией вдоль границ Zs, или Rs, по достаточно большому количеству узлов. В работе полагали, что границы Zs, и Rs, отдалены от зон максимальных градиентов температур и интенсивного перераспределения тепловых потоков. Это приближение позволяет считать, что аппроксимация температурного распределения вдоль этих границ хорошо выполняется по узловым значениям ЛИС с крупным шагом, т.е. по значениям температур на сквозных расчетных стержнях по границам Zs₂ и Rs₂. Таким образом на крайних узлах укороченных расчетных тепловых стержней сгущенной части ЛИС, которые обрываются на границах Zs, и Rs,, с помощью интерполяции Лагранжа можно задать фиксированные на данный момент времени температуры, т.е. определить для укороченных расчетных тепловых стержней по границам Zs, и Rs, ГУ 1-го рода.

Следует отметить, что если соответствующая подмодель не обеспечивает вычисления баланса поглощения и испарения с мелким шагом ЛИС, то в этом случае допустимо интерполировать температуру на границах Zs₁ и Rs₁, т.е. так же, как и для узлов на границе Zs₂ и Rs, можно задать ГУ 1-го рода. В этом случае узлы сгущенной сетки, которые продолжаются на линиях регулярной сетки за границами Zs, и Rs2, участвуют в тепловом расчете, образуя вместе с разреженными узлами регулярной сетки глобальные тепловые стержни с протяженностью от облучаемой поверхности и до удаленной границы расчетной области. При этом расчетные тепловые стержни сгущенной тепловой сетки, обрывающиеся на границах Zs, и Rs,, должны заканчиваться узлами, где ГУ следует задавать принудительно, например с помощью аппроксимации по Лежандру L, на базе тех узлов сгущенной сетки на границах Zs, и Rs,, которые участвуют в глобальных тепловых стержнях. Отметим, что при этом все внутренние узлы становятся взаимосвязанными. Таким образом проводя расчет одной из координат, сначала «прогоняются» сквозные тепловые стержни. Затем по полученным узловым значениям температуры T на границах Zs_2 или Rs_2 путем интерполяции задаем граничные узловые значения в качестве ГУ первого рода на коротких тепловых стержнях сгущенной тепловой сетки.

Заключение

В работе применительно к воздействию комбинированного лазерного излучения, включающего цуг нс-импульсов с интенсивностью воздействия порядка 1 ГВт/см², разработан способ формирования многомерной локально измельчающейся сетки для искривленной расчетной области и экономичный алгоритм решения на этой сетке нестационарной тепловой задачи. Показано, что адаптивная ЛИС позволит в расчетной области, динамически искривляемой растущим ПГК, моделировать сугубо нестационарные тепловые процессы, обусловленные многократным скоростным изменением пространственных и временных параметров лазерного излучения, что особенно характерно для сварки металлов комбинированным лазерным излучением.

Список литературы

1. Шиганов И.А, Холопов А.А. Лазерная сварка алюминиевых сплавов // Фотоника. – 2010. – № 3. – С. 6–10.

2. Смоленцев Е.В. Классификация комбинированных методов обработки // Вестник ДГТУ. – 2010. – Т. 10, № 1 (44). – С. 76–79.

 Тепловые процессы в материалах, индуцированные высокоинтенсивным лазерным излучением: монография / И.В. Шилов, А.В. Федин. – Ковров: ГОУ ВПО «КГТА им. В.А. Дегтярева», 2010. – 156 с.

4. Fedin A.V., Chaschin Y.A., Shilov I.V., Solokhin S.A., Ershkov M.N. Pulse laser welding of aluminum alloy by combined radiarion // Proceedings of SPIE. – 2007. – vol. 67350. – P. 98–107.

5. Лосев В.Ф. Физические основы лазерной обработки материалов: учеб. пособие / В.Ф. Лосев, Е.Ю. Морозова, В.П. Ципилев. – Томск: Изд-во ТПУ, 2011. – 199 с.

6. Шилов И.В., Чащин Е.А. Математическое моделирование процесса возникновения эффекта самоконцентрации лазерного излучения в парогазовом канале // Вестник ИГЭУ. – 2009. – № 4. – С. 41–44.

7. Игнатов А.А., Криворотов А.В., Миргородский А.В. Лазерные сварные соединения из коррозионно-стойких сталей // Фотоника. – 2010. – № 2. – С. 18–21.

8. Арутюнов Ю.А., Дробязко А.А., Чащин Е.А., Шашок П.А., Шилов И.В., Фероян А.А. Математическая модель коррекции тока для компенсации изменения высоты электрода в процессе ручной дуговой сварки // Интернет-журнал «Науковедение». – 2017. – Т. 9, № 2. URL: http://naukovedenie. ru/PDF/18TVN217.pdf. (дата обращения: 23.03.17).

 Лебо И.Г., Тишкин Ф.В. Исследование гидродинамической неустойчивости в задачах лазерного термоядерного синтеза. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 304 с.

10. Волков Е.А. Численные методы. – М.: Наука, 1987. – 248 с.

11. Лазерная и электроннолучевая обработка материалов. Справочник под ред. Н.Н. Рыкалина. – М.: Машиностроение, 1985. – 496 с.