

УДК 519.87:[656.02+351.811.12]

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ В ДИНАМИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ

Наумова Н.А., Карачанская Т.А., Хачатурян М.К.

ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», Краснодар,
e-mail: Nataly_Naumova@mail.ru

Высокая мобильность населения в крупных городах, большое количество автовладельцев привели к критическому состоянию загруженности улично-дорожных сетей. Разработка математических моделей и компьютерных программ, которые моделируют ситуацию по реальным условиям с краткосрочной задержкой, является актуальной задачей. В статье обсуждаются методы решения некоторых задач управления транспортными потоками с помощью авторской математической модели распределения потоков по сети. Авторами разработан метод определения оптимальных параметров светофорного регулирования для пересечения многополосных дорог в одном уровне. С этой целью составлена и исследована задача математического программирования, разработан метод ее решения. Разработан алгоритм управления сетью перекрестков во время заторов с целью снижения их отрицательного воздействия. Задачи по управлению движением автотранспортных средств решаются без привлечения имитационного моделирования, что позволяет оперативно получать результат в динамическом режиме.

Ключевые слова: транспортный поток, математическая модель, светофорное регулирование, оптимизация

METHODS OF THE SOLUTION OF SOME PROBLEMS OF OPTIMUM DISTRIBUTION OF TRAFFIC FLOWS IN THE DYNAMIC MODE

Naumova N.A., Karachanskaya T.A., Khachaturyan M.K.

Kuban State Technological University, Krasnodar, e-mail: Nataly_Naumova@mail.ru

High mobility of the population in cities and a large number of car owners have resulted load of street road networks in critical condition. Development of mathematical models and computer programs which model a situation on real conditions with a short-term delay is a relevant task. In article methods of the solution of some tasks of management of traffic flows by means of author's mathematical model of distribution of streams on network are discussed. Authors have developed a method of determination of optimum parameters of traffic signal controllers for crossing of multiband roads in one level. The problem of mathematical programming for this purpose was made and studied. The method of it's decision was developed. The control algorithm of network of intersections was developed during jams for the purpose of decrease in their negative impact. Problems of traffic control of vehicles were solved without attraction of imitating modeling. This fact allows to receive quickly result in the dynamic mode.

Keywords: traffic flow, mathematical model, traffic signal controllers, optimization

Высокая мобильность населения в крупных городах, большое количество автовладельцев привели к критическому состоянию загруженности улично-дорожных сетей. Расширение транспортной сети часто невозможно как в силу градостроительных особенностей, так и по причине недостатка материальных ресурсов. Поэтому актуальная задача – оптимальное распределение транспортных потоков по уже существующей транспортной сети.

Изучением этого вопроса занимаются как зарубежные, так и отечественные ученые с середины прошлого столетия. Разработаны различные математические модели и программные продукты, позволяющие решать отдельные транспортные задачи как локального, так и глобального характера. Развитие информационных технологий позволило значительно сократить время, необходимое для получения итогового результата. Однако развитие транспортной инфраструктуры ставит все новые задачи,

а достижения в IT-технологиях предоставляют все новые возможности. В последнее время к решению задач в данной области привлекаются интеллектуальные транспортные системы (ИТС). Развитие и внедрение ИТС позволяет получать данные о текущих транспортных условиях. Поэтому разработка математических моделей и соответствующих программ, которые бы строили стратегию управления не по заранее рассчитанным планам, а моделировали ситуацию по реальным условиям с краткосрочной задержкой, весьма актуальна.

Цель исследования: управление транспортными потоками в режиме реального времени с целью оптимизации транспортных задержек.

В силу того, что транспортный поток является стохастическим, а дорожные условия могут очень быстро меняться, проблема выбора оптимальной стратегии управления дорожным движением в реальном времени является очень сложной. Причиной транс-

портных заторов зачастую является неэффективная организация движения на перекрестках, в частности на перекрестках со светофорным регулированием. Поэтому моделированию движения на регулируемых перекрестках и определению оптимальных параметров светофорного регулирования посвящено множество исследований [1–3]. Цель исследования определяет выбор метода моделирования. Микроскопические модели позволяют учитывать большое количество факторов, влияющих на итоговый результат, но не применимы в режиме онлайн. С помощью макроскопических моделей результат может быть получен быстро, но с недостаточной точностью.

Существуют различные программы, моделирующие движение транспортных средств как на отдельных локальных участках, так и на всей дорожной сети в целом. Например, TRANSYT, SCOOT [4] и SCATS [5] позволяют разрабатывать стратегии управления в режиме онлайн, однако по заранее вычисленным планам. В более поздних исследованиях для моделирования транспортной ситуации было предложено использовать метод нейронных сетей. Однако калибровка таких моделей может занимать много времени и задействует большой объем данных.

ACO (Ant Colony) – алгоритм, применяемый в последнее время к решению оптимизационных задач в области транспортных потоков, по мнению исследователей [6], достаточно быстрый и эффективный и может применяться для решения задач управления потоками в режиме реального времени. Данный алгоритм реализован, например, в программе ACOTRANS для решения проблемы координации светофорной сигнализации.

Для координации светофорной сигнализации с целью снижения вероятности блокировки отдельных перекрестков также существуют различные программы: Synchro, PASSER, aaSIDRA, SCOOT, SCATS, TRANSYT. Однако вопрос об одновременном выполнении сразу двух условий – точность и скорость в расчетах – по прежнему остается открытым.

Мезоскопическая модель TIMeR_Mod, разработанная авторами, рассматривает в деталях каждый узел транспортной сети. В данной модели они классифицируются на узлы со светофорным регулированием, без светофорного регулирования, кольцевые пересечения. Для расчетов показателей эффективности в узловых точках требуется информация обо всех входящих конфликтующих потоках. Но объем такой информации сведен к минимуму. Авторами ранее доказано, что интервалы по времени между

автомобилями в потоке распределены по обобщенному закону Эрланга, определены методы мониторинга и обработки такой информации. Дальнейшие расчеты ведутся аналитическими методами, что позволяет мгновенно выдавать результат. Поэтому авторская модель TIMeR_Mod [7] применима для определения параметров эффективности организации движения в динамическом режиме.

В модели TIMeR_Mod улично-дорожная сеть (УДС) представлена связанными матрицами $A_{STREETS}$ и $B_{INTERSECTION}$. Строка матрицы $A_{STREETS}$ содержит информацию об узловой точке, образованной пересечением улиц S_1 и S_2 , и о перегоне между узловыми точками $S_1 \cap S_2$ и $S_3 \cap S_4$. Строка матрицы $B_{INTERSECTION}$ содержит информацию о входящих и исходящих транспортных потоках для точки $S_1 \cap S_2$. Методы обновления информации в вышеуказанных матрицах по данным мониторинга улично-дорожной сети приведены в работе [8].

Определение оптимальной длительности цикла и фаз регулирования в динамическом режиме

По исходным данным, содержащимся в матрицах $A_{STREETS}$ и $B_{INTERSECTION}$ модели TIMeR_Mod возможно в режиме реального времени с краткосрочной задержкой реагирования определять оптимальные параметры светофорного регулирования на пересечении многополосных дорог. Ниже приведем метод, разработанный авторами статьи, и его обоснование.

Введены следующие обозначения:

T_{gl} – время, в течение которого разрешено движение на дороге I;

T_{gII} – время, в течение которого разрешено движение на дороге II;

$T_c = T_{gl} + T_{gII}$ – длина цикла регулирования;

$$T_{gl} = T_{gl1} + T_{gl2} + \dots + T_{glp},$$

где T_{gli} – разрешено движение на дороге I в i -ом направлении (тогда в течение времени $T - T_{gli}$ движение на дороге I в i -ом направлении запрещено);

$$T_{gII} = T_{gII1} + T_{gII2} + \dots + T_{gIIq},$$

где T_{gIi} – разрешено движение на дороге II в j -м направлении (тогда в течение времени $T - T_{gIj}$ движение на дороге I в j -м направлении запрещено)

Существуют различные определения задержки у перекрестка. Под задержкой на регулируемом перекрестке в авторской модели понимается время простоя в случае, если движение в данном направлении запрещено.

Средняя часовая задержка за один цикл регулирования на регулируемом перекрестке (при условии, что очередь не накапливается):

$$Z = \frac{\sum_i W_i(T_c - T_{gli}, \lambda) + \sum_j W_j(T_c - T_{glj}, \lambda)}{T_c}.$$

В работе [7] определен вид функции $W(T_i, \lambda)$ при различных значениях параметра λ :

$$W(T_i, \lambda) = \left(\frac{1}{\mu} \frac{t^2}{2} + \frac{\sigma^2 - \mu^2}{2\mu^2} t \right) \Big|_0^{T_i} + \int_0^{T_i} R(t) dt.$$

Поставим задачу минимизации средней часовой задержки транспортных средств:

$$Z = \frac{\sum_i W_i(T_c - T_{gli}, \lambda) + \sum_j W_j(T_c - T_{glj}, \lambda)}{T_c} \rightarrow \min. \quad (1.1)$$

Условие ликвидации очереди за цикл регулирования по всем направлениям:

$$H_i(T_c, \lambda) - \frac{T_{gli}}{h} \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, p; \quad (1.2)$$

$$H_j(T_c, \lambda) - \frac{T_{glj}}{h} \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, q.$$

$H(T_c, \lambda)$ – функция восстановления, выражает количество автомобилей, прибывающих к перекрестку за время T_c .

Пусть N_I – интенсивность потока в направлении I. Ее можно представить в виде суммы интенсивностей по всем направлениям дороги I:

$$N_I = N_{I1} + N_{I2} + \dots + N_{Ip}.$$

Аналогично для дороги II:

$$N_{II} = N_{II1} + N_{II2} + \dots + N_{IIp}.$$

Замечание: если в течение времени T_{gli} (или T_{glij}) движение разрешено на нескольких полосах для движения ТС, то интенсивность на этих полосах суммируется и обозначается как N_{gli} (или N_{glij}).

Примем, что распределение фаз регулирования пропорционально интенсивности движения:

$$T_{gli} = k_{li} \cdot T_{gl}, \quad (1.3)$$

где $1 = \sum_{i=1}^p k_{li}$, $k_{li} = \frac{N_{li}}{N_I}$ – для дороги I.

$$T_{glij} = k_{lij} \cdot T_{gl}, \quad (1.4)$$

где $1 = \sum_{j=1}^q k_{lij}$, $k_{lij} = \frac{N_{lij}}{N_{II}}$ – для дороги II.

При этом

$$T - T_{glj} = T - k_{lj} \cdot T_{gl} = T - k_{lj} \cdot (T - T_{gl}) = T \cdot (1 - k_{lj}) + k_{lj} \cdot T_{gl}. \quad (1.5)$$

Рассмотрим задачу математического программирования (1.1–1.2). Функция (1.1) является функцией двух независимых переменных $T = T_c$ и T_{gl} . Найдем частные производные целевой функции по этим переменным, учитывая равенства (1.3–1.5):

$$\frac{\partial Z}{\partial T_{gl}} = \frac{1}{T} \cdot \left(\sum_i \frac{\partial W_i(T - T_{gli}, \lambda)}{\partial (T - T_{gli})} \cdot (-k_{li}) + \sum_j \frac{\partial W_j(T - T_{glj}, \lambda)}{\partial (T - T_{glj})} \cdot k_{lij} \right) = 0, \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial T} = -\frac{\sum_i W_i(T - T_{gli}, \lambda) + \sum_j W_j(T - T_{glj}, \lambda)}{T^2} + \frac{1}{T} \left(\sum_i \frac{\partial W_i(T - T_{gli}, \lambda)}{\partial (T - T_{gli})} \cdot 1 + \sum_j \frac{\partial W_j(T \cdot (1 - k_{lj}) + k_{lj} \cdot T_{gl}, \lambda)}{\partial (T \cdot (1 - k_{lj}) + k_{lj} \cdot T_{gl})} \cdot (1 - k_{lj}) \right) = 0. \quad (1.7)$$

Заметим, что $\frac{\partial W_i(T - T_{gli}, \lambda)}{\partial (T - T_{gli})} = H_i(T - T_{gli}, \lambda)$ и $\frac{\partial W_j(T - T_{glj}, \lambda)}{\partial (T - T_{glj})} = H_j(T - T_{glj}, \lambda)$ – воз-

растающие функции первого аргумента.

Оценим (1.7):

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z}{\partial T} &\geq -\frac{\sum_i H_i \cdot (1 - k_{li}) + \sum_j H_j \cdot (1 - k_{lj})}{T} + \frac{1}{T} \cdot \left(\sum_i H_i \cdot 1 + \sum_j H_j \cdot (1 - k_{lj}) \right) = \\ &= -\frac{1}{T} \cdot \left(\sum_i H_i \cdot (1 - k_{li}) - \sum_i H_i \right) = \frac{1}{T} \cdot \sum_i H_i \cdot k_{li} > 0. \end{aligned}$$

Следовательно уравнение (1.7) не имеет решений, тогда функция (1.1) не имеет критических точек внутри области определения. Поэтому задача математического программирования (1.1–1.2) может иметь решения только на границе области определения.

Для решения задачи (1.1–1.2) будем составлять функцию Лангранжа, поочередно представляя одно из условий (1.2) в виде равенства

$$Z_L = Z + \xi \cdot \left(H_i(T, \lambda) - \frac{T_{gli}}{h} \right). \quad (1.8)$$

Переменные задачи: T, T_{gl}, ξ . Здесь ξ – множитель Лагранжа.

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial Z_L}{\partial T_{gl}} = \frac{\partial Z}{\partial T_{gl}} + \xi \cdot \left(-\frac{k_{li}}{h} \right) = 0, \end{aligned} \right. \quad (1.9)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial Z_L}{\partial T} = \frac{\partial Z}{\partial T} + \xi \cdot \left(\frac{1}{\mu} + R_i(T, \lambda) \right) = 0, \end{aligned} \right. \quad (1.10)$$

$$H_i(T, \lambda) - \frac{k_{li} \cdot T_{gl}}{h} = 0. \quad (1.11)$$

При составлении системы использовали тот факт, что

$$H_i(t, \lambda) = \frac{t}{\mu} + \frac{\sigma^2 - \mu^2}{2\mu^2} + R_i(t, \lambda).$$

Математическое ожидание $M(T)$ и дисперсия $D(T)$ для обобщенного закона Эрланга следующие:

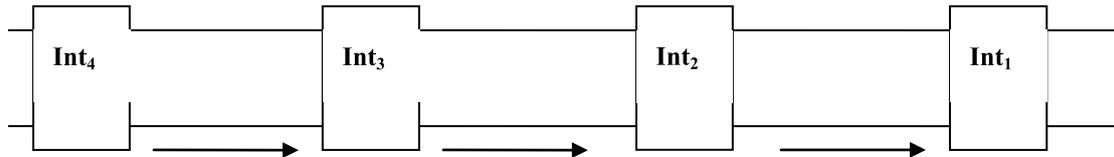
$$\mu = M(T) = \sum_{i=0}^{k-1} \frac{1}{\lambda_i}; \quad \sigma = \sqrt{D(T)} = \sqrt{\sum_{i=0}^{k-1} \frac{1}{(\lambda_i)^2}}.$$

Ранее авторами доказано, что функция $R(t)$ может состоять только из следующих слагаемых:

- 1) $Ae^{s_p t}$;
- 2) $A_1 e^{s_p t} + A_2 t e^{s_p t}$;
- 3) $A \cdot e^{\alpha t} \cos \beta t + B e^{\alpha t} \sin \beta t$.

Тогда производная по переменной t в каждом из этих случаев соответственно следующая:

- 1) $s_p \cdot A e^{s_p t}$;
- 2) $s_p \cdot A_1 e^{s_p t} + A_2 e^{s_p t} + s_p \cdot A_2 t e^{s_p t}$;
- 3) $\alpha e^{\alpha t} \cdot (A \cos \beta t + B \sin \beta t) + \beta e^{\alpha t} \cdot (-A \sin \beta t + B \cos \beta t)$.



Последовательность регулируемых перекрестков

Система (1.9–1.11) решается численно, например, с помощью систем Maple или MatLab. После решения полученной системы проверяем выполнение всех условий (1.2).

Среди всех найденных точек выбираем ту, для которой целевая функция принимает минимальное значение.

Ранее [9] авторами была решена аналогичная задача для случая пересечения двухполосных дорог.

Метод управления движением во время заторов

Рассмотрим серию перекрестков $Int_1, Int_2, \dots, Int_n$ (рисунок). И пусть Int_1 – единственный из них, у которого интенсивность превышает пропускную способность по указанному направлению («узкое место»). В этом случае очередь у перекрестка будет накапливаться при любом режиме регулирования, так как условие (1.2) хотя бы для одного из направлений не выполняется. Задачей управления в этом случае является не допустить блокировку соседнего перекрестка Int_2 .

В работе [8] авторами описан метод обновления исходных данных для модели TIMeR_Mod. Это позволяет отследить и предсказать возможность появления «затора» у перекрестка.

Избыток автомобилей за один цикл в выбранном направлении (накопившаяся за один цикл очередь):

$$Q = H(T_c, \lambda) - \frac{T_{gl}}{h},$$

где T_c – длина цикла регулирования, T_{gl} – разрешено движение на дороге I в выбранном направлении, h – интервал между отбывающими с перекрестка автомобилями, $g = \frac{T_{gl}}{T_c}$ – относительная фаза зеленого сигнала.

Очередь начинает накапливаться у конкретного регулируемого перекрестка при выполнении условия

$$Q = H(T_c, \lambda) - \frac{T_{gl}}{h} > 0.$$

Ниже используются следующие обозначения:

$c_i, i \in \{1, 2, \dots, n\}$ – относительная пропускная способность перекрестка Int_i ;

$g_i, i \in \{1, 2, \dots, n\}$ – относительная фаза зеленого сигнала на Int_i ;

$\rho_i^d, i \in \{1, 2, \dots, n\}$ – относительная интенсивность потока, убывающего с перекрестка Int_i (в данном направлении);

$\rho_i^a, i \in \{1, 2, \dots, n\}$ – относительная интенсивность потока, прибывающего на Int_i (в данном направлении).

Причем $\rho_i^d = \min\{\rho_i^a, c_i\}$.

Так как по условию Int_1 – «узкое место», то выполняется неравенство: $g_1 < \rho_1^a$. Относительная интенсивность прибытий в выбранном направлении перед перекрестком Int_1 складывается из ρ_{str} (автомобили, совершавшие движение в направлении $Int_3 \rightarrow Int_2 \rightarrow Int_1$) и ρ_{ad2} (автомобили, примкнувшие к этому направлению на перекрестке Int_2): $\rho_1^a = \rho_{str} + \rho_{ad2}$.

1 случай. Для всех остальных перекрестков $Int_2, Int_3, \dots, Int_n$ выполняется неравенство: $\rho_1^a < g_i, i \in \{2, 3, \dots, n\}$.

Тогда для сдерживания распространения очереди изменим фазы регулирования на Int_2 : $g_2 = \rho_1^a$. То есть фазе зеленого сигнала на Int_2 дадим значение относительной интенсивности прибытий к Int_1 .

Если при этом очередь у Int_2 начнет блокировать Int_3 , примем $g_3 = \rho_1^a$. И так далее.

Регулируя таким образом в динамическом режиме светофорную сигнализацию, можно перераспределить очередь между перекрестками $Int_1, Int_2, \dots, Int_n$ и избежать блокировки перекрестка Int_2 . Причем смену фаз необходимо провести менее, чем за время $kol = \left\lceil \frac{Q_1}{\rho_1^a - g_1} \right\rceil$ циклов.

2 случай. Если $\rho_{ad2} < c_1$, а $\rho_{str} < g_i$, то на перекрестке Int_2 примем: $g_2 = c_1 - \rho_{ad2}$.

Если при этом очередь у Int_2 начнет блокировать Int_3 , примем: $g_3 = c_1 - \rho_{ad3}$. И так далее.

3 случай. Если $\rho_{ad2} > c_1$, то ликвидировать очередь у Int_1 можно только за счет перераспределения транспортных потоков по сети. Модель TIMeR_Mod позволяет это

сделать путем выбора маршрута с наименьшими транспортными затратами [Naumova, Danovich, 2014].

Заключение

Скопление транспортных средств в узловых точках улично-дорожной сети – одна из основных причин транспортных заторов. Исследования авторов статьи направлены на решение данной проблемы. Методы решения базируются на собственной модели распределения транспортных потоков, которая выгодно отличается от уже существующих адекватным сочетанием точности расчетов и скорости вычислений. Задачи по управлению движением автотранспортных средств в модели TIMeR_Mod решаются без привлечения имитационного моделирования, что позволяет оперативно получать результат в динамическом режиме.

Работа выполнена при поддержке РФФИ и администрации Краснодарского края, проект № 16-48-230720 p_a.

Список литературы

1. Jin X., Zhang Y., Wang F., Li L., Yao D., Su Y., Wei Z. Departure headways at signalized intersections: A log-normal

distribution model approach // Transport Res. C-Emer. – 2009. – vol. 17. – P. 318–327.

2. Chaudhry M.S., Ranjitkar P., Wilson D.J. Queue discharge behavior at signalized intersection: a comparison between field measurements with analytical and micro-simulation models // J. East. Asia Soc. Transport. Stud. – 2011. – vol. 9. – P. 1628–1643.

3. Ban X., Hao P., Sun Z. Real time queue length estimation for signalized intersections using travel times from mobile sensors // Transport. Res. C-Emer. – 2011. – vol. 19, no. 6. – P. 1133–1156.

4. Robertson D.I. Research on the TRANSYT and SCOOT Methods of Signal Coordination // ITE JOURNAL/JANUARY, 1986. – P. 36–40.

5. P. Lowrie. The Sydney coordinated adaptive control systems – principles, methodology, algorithms. IEE conference publication. – 1982. – vol. 207.

6. Z. Li. Modeling Arterial Signal Optimization with Enhanced Cell Transmission Formulations // Journal of Transportation Engineering. – 2011. – № 137(7). – P. 445–454.

7. Naumova N., Danovich L. A model of flows distribution in the network // Life Science Journal. – 2014. – No.11(6). – P. 591–597.

8. Natalya Aleksandrovna Naumova. Method for Estimating An Origin-Destination Matrix for Dynamic Assignment // International Journal of Control Theory and Applications. – 2016. Vol. 9 (30). – P. 129–138.

9. Наумова Н.А., Домбровский А.Н., Данович Л.М. Метод управления светофорной сигнализацией в условиях функционирования интеллектуальных транспортных систем // Фундаментальные исследования. – 2017. – № 9–1. – С. 64–68.