

УДК 332.1:004.056

## ОЦЕНКА ПАРНЫХ СВЯЗЕЙ (ЗАВИСИМОСТЕЙ) МЕЖДУ ЭКОНОМИЧЕСКИМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ РЕГИОНОВ РОССИИ ПО ПРОСТРАНСТВЕННЫМ ДАННЫМ С ПОМОЩЬЮ УРАВНЕНИЙ РЕГРЕССИИ

**Адамадиев К.Р., Ахмедов А.С.**

*ФГБОУ ВО «Дагестанский государственный университет», Махачкала, e-mail: adamadziev@mail.ru*

Настоящая статья посвящена построению и оценке уравнений парных регрессий, выражающих связи и зависимости между ключевыми экономическими показателями регионов России по данным за 2005, 2010 и 2015 гг. Обоснована необходимость построения различных видов уравнений регрессии (линейных и нелинейных), поскольку заранее не известны приемлемые их виды для описания исследуемой связи (зависимости). Для каждой пары связей (зависимостей) построены различные виды уравнений регрессии (линейный, степенной и др.). Созданы необходимые информационные документы: различные виды таблиц с исходными, промежуточными и аналитическими данными, а также графиков, позволяющих предварительно проверить наличие или отсутствие корреляционной связи (зависимости) между парами показателей. Разработан модельно-компьютерный инструментарий, представляющий собой совокупность формул, созданных и использованных в ходе решения задачи: уравнения регрессии, формулы для определения статистической характеристики и параметров уравнений регрессии, формулы для промежуточных расчетов (суммирования и нахождения средних, логарифмирования и потенцирования и др.), формулы для показателей предельных эффектов и коэффициентов эластичности, рассчитываемых по уравнениям регрессии. Обоснована приемлемость большинства построенных уравнений парной регрессии, выражающие линейные, показательные и степенные виды зависимостей. Проведен анализ предельных эффектов и эластичностей ресурсов, включенных в построенные уравнения регрессии.

**Ключевые слова:** связь, зависимость, уравнение, регрессия, пространственные данные, экономический показатель, модель

## EVALUATION OF RATIOS (CORRELATIONS) BETWEEN ECONOMIC INDICATORS OF RUSSIA'S REGIONS ALONG SPATIAL DATA THROUGH THE INSTRUMENTALITY OF REGRESSION EQUATIONS

**Adamadziev K.R., Akhmedov A.S.**

*Federal State Budget Educational Institution of Higher Education Dagestan State University,  
Makhachkala, e-mail: adamadziev@mail.ru*

The present article is devoted to the construction and evaluation of the equations of paired regressions, expressing ratios and correlations between key economic indicators of Russia's regions along the data for 2005, 2010, 2015. The necessity of constructing various types of regression equations is substantiated (linear and nonlinear), since their acceptable forms are previously unknown for the description of ratio (correlation) to be researched. For each pair of ratios (correlations), three types of regression equations have been constructed (linear, exponential and power). The necessary information documents have been formed: various tables with initial, intermediate and analytical data, as well as graphs that allow checking beforehand the presence or absence of a correlation relationship between indicator pairs. A model-computer toolkit has been elaborated, which represents a set of formulas created and used in the course of problem solution: regression equations, formulas for determining the statistical characteristics and parameters of regression equations, formulas for intermediate calculations (summation and finding of averages, logarithm and potentiation, etc.), formulas for exponents of marginal effects and elasticity coefficients calculated from regression equations. The acceptability has been substantiated for the majority of constructed paired regression equations that express linear, exponential and power ratios. The analysis of parameters of regression equations and a number of indicators has been carried out that can be determined on the basis of these equations.

**Keywords:** ratio, correlation, equation, regression, spatial data, economic exponent, model

Выявление, описание и оценки связей и зависимостей в различных сферах экономики стало важной, первостепенной и актуальной задачей. Решение любой задачи в экономике начинается с подготовки исходного информационного обеспечения. В качестве такового нами выбраны величины нескольких ключевых экономических показателей. Целью настоящего исследования является выявление, описание и анализ взаимосвязей (зависимостей) между парами показателей регионов России и их особенности в разные временные периоды по пространственным данным.

Связи (зависимости) между показателями могут быть одно- и многофакторными. Большинство ученых и специалистов, занимающихся проблемами изучения и оценки взаимосвязей между показателями в экономике, считают, что каждый показатель в экономике связан с множеством других и меняется под их влиянием. Поэтому предпочтение отдают построению, описанию и изучению многофакторных связей (зависимостей).

Однако, с нашей точки зрения, построение, описание и оценка многофакторных связей целесообразно и следует строить и анализировать парные связи, а затем на

их основе строить и анализировать многофакторные.

При построении и оценке связей и зависимостей многие ученые ограничиваются построением уравнений регрессии линейного и степенного видов. Связи (зависимости) в экономике носят вероятностный неопределенный характер. Поэтому более правильным является, с нашей точки зрения, построение и анализ и других видов уравнений (показательного, гиперболического, параболического и др. видов). Более того, с нашей точки зрения, для описания одной и той же зависимости могут оказаться приемлемыми два-три вида уравнений регрессии. Именно с таких позиций мы подходили к проведению настоящего исследования.

В табл. 1 приведены величины показателей регионов РФ в разрезе федеральных округов за 2015 г., взаимосвязи между которыми нами исследованы. Из показателей табл. 1 ВРП является результативным (зависимым) показателем, три ресурсных показателя (стоимость основных фондов, численность занятых в экономике, инвестиции) показатели-факторы, от которых зависит ВРП. Сальдированный финансовый результат (СФР) является результативным показателем, который должен зависеть от показателей ресурсов согласно экономической логике. Однако наши исследования показали, что степень корреляционной зависимости СФР от трех показателей-ресурсов оказалась низкой (неудовлетворительной). СФР представляет собой разность между суммой прибыли и суммой убытков. С другой стороны, СФР – часть ВРП, который должен коррелировать с ВРП, т.е. СФР зависит от ВРП. Показатели-факторы (К, L, I) не зависят от ВРП и друг от друга, но они корреляционно связаны. Как известно, в математике, если Y от X, то X в свою очередь

зависит от Y. В экономике дело обстоит несколько иначе. Здесь между парой показателей возможны: взаимозависимость; взаимосвязь; первый от второго является зависимым, а второй от первого корреляционно связанным и наоборот.

Для выявления, описания и анализа связей (зависимостей) между показателями требуется построить уравнения регрессии, т.е. рассчитать его параметры. Например, самым простым из уравнений является линейное уравнение  $Y = b + m \cdot X$ , где Y, X – зависимый и независимый показатели, которые являются заданными, b и m – параметры, которые требуется рассчитать.

Однако прежде чем построить уравнение регрессии требуется выяснить: во-первых, наличие и степень корреляционной зависимости; во-вторых, возможный его вид, поскольку он заранее однозначно не известен. Чтобы ответить на эти вопросы, требуется рассчитать целую группу статистических характеристик. Сущность, назначение и методику расчета каждой характеристики можно найти в публикациях по эконометрике и компьютерному моделированию [2–5].

С нашей точки зрения, нет необходимости в расчете всех статистических характеристик. В каждом конкретном случае можно ограничиться несколькими, наиболее значимыми из них.

В настоящее время разработаны и широко применяются различные прикладные программы (общего и специального назначения), позволяющие автоматизировать расчеты, связанные с построением уравнений регрессии. В частности, в MS Excel имеется инструментарий встроенных математических, статистических и др. функций, позволяющий рассчитывать параметры статистических характеристик и др. показатели, как в отдельности, так и группами одновременно.

Таблица 1

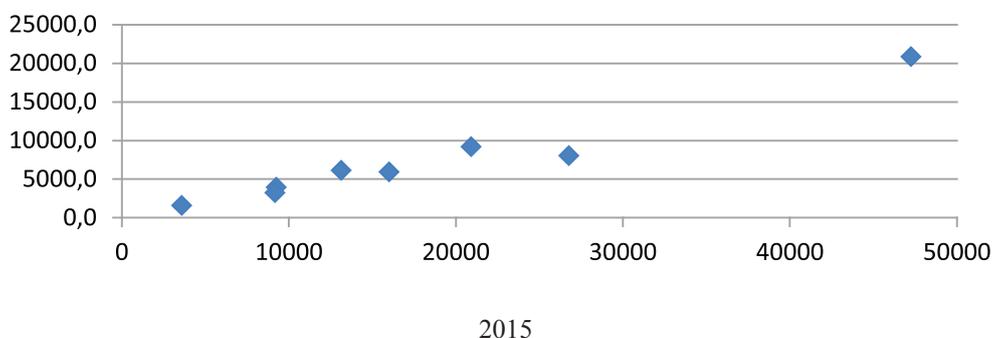
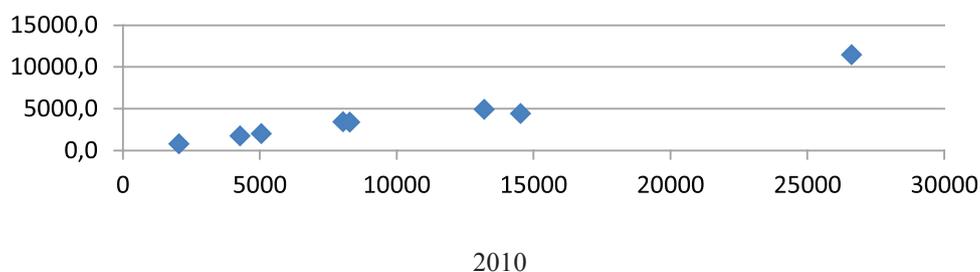
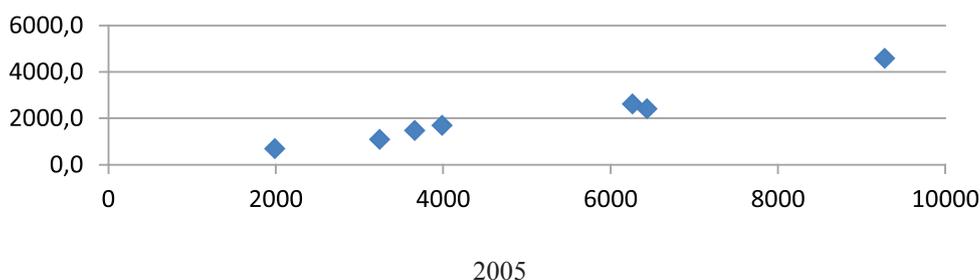
Величины пяти ключевых экономических показателей регионов России в разрезе федеральных округов за 2015 г.

		ВРП, млрд руб.	ОФ, млрд руб.	Числ., тыс. чел.	Инвест., млрд руб.	СФР, млрд руб.
		Y	K	L	I	SF
1	Центральный федер. округ	20820,6	47271	19008	3673	3363,1
2	Северо-Западный федер. округ	5914,8	16021	6750,2	1439,4	933,9
3	Южный федеральный округ	3920,3	9255	6161,2	1207,5	304,2
4	Северо-Кавказский федер. округ	1587,1	3601	3464,1	508,1	26,8
5	Приволжский федер. округ	9171,1	20928	14115	2447,6	1098,2
6	Уральский федеральный округ	8001,8	26777	6037,1	2514,1	1575,4
7	Сибирский федеральный округ	6106,9	13146	9010,1	1382,8	717,4
8	Дальневост. федеральный округ	3222,5	9188	3267,5	885,7	399,5
	Российская Федерация	58900,7	147430	67813	14556	8421,7

Для выявления и оценки парных зависимостей требуется создать различные информационные документы (таблицы, графики, диаграммы и др.). Для разработки таких документов нами разработан модельно-компьютерный инструментарий, включающий математическую и компьютерную модели. Под математической моделью понимается совокупность всех формул, которая должна быть создана в ходе решения задачи, куда входят уравнения регрессии, формулы для определения каждой статистической характеристики и каждого параметра уравнения регрессии, формулы для промежуточных расчетов (например, логарифмирование при построении уравнений регрессии степенного вида, формулы суммирования и нахождения средних арифметических значений показателей и др.), формулы для расчета показателей по уравнениям регрессии, такие как пре-

дельный эффект и коэффициент эластичности. Перечислить и привести все эти математические формулы, объединенные нами в понятие «математическая модель», нет необходимости.

Компьютерная модель – понятие относительно новое, толкуемое разными авторами по-разному. С нашей точки зрения, компьютерная модель – это совокупность всех компонентов, разрабатываемых на ПЭВМ для создания всех информационных документов, автоматизации расчетов и процедур обработки информации. В рамках компьютерной модели могут быть созданы (при необходимости) дополнительные аналитические информационные документы. При этом целесообразно все созданные информационные материалы (таблицы, графики и др.), необходимые для анализа и иных целей, перенести в текстовый формат (например, в текстовый файл в MSWord) [6].



Графики зависимости ВРП от стоимости основных фондов по федеральным округам РФ по данным за 2005, 2010 и 2015 гг.

Выявление связей (зависимостей) между парами экономических показателей целесообразно и следует начинать с построения графиков «точек рассеивания». Отметим, что для многофакторных зависимостей построение графиков невозможно. Однако проверить графически можно наличие корреляции зависимого показателя от каждого из показателей-факторов, включаемых в многофакторное уравнение регрессии.

На рисунке приведены графики, построенные нами для выявления наличия связей (зависимостей) ВРП от стоимости основных фондов по федеральным округам РФ по данным за 2005, 2010 и 2015 гг.

Аналогичные графики построены и для других рассматриваемых парных связей. Анализ этих графиков показывает, что между всеми парами исследуемых показателей имеют место корреляционные связи (зависимости), которые, скорее всего, могут быть описаны уравнениями регрессии линейного, показательного и степенного видов. Проведенные нами расчеты и их анализ подтверждают это предположение.

Анализ уравнений регрессии следует начинать с оценки их приемлемости на основе статистических характеристик. В качестве таковых нами выбраны три характеристики: стандартная ошибка для результирующего показателя, индекс детерминации, выражающий степень тесноты связи и критерий Фишера и средняя ошибка аппроксимации [4–6].

В соответствии с проведенным нами сравнительным анализом статистических характеристик рассмотренные нами зависимости являются приемлемыми: наиболее предпочтительной она оказалась для зависимости ВРП от стоимости основных фондов, приемлемой, но в меньшей степени она оказалась для зависимости ВРП от численности занятых в экономике. Напомним, что индекс детерминации принимает значения от 0 до 1, т.е.  $0 < r^2 < 1$ . При этом чем ближе численная величина к единице, тем выше степень корреляционной связи (зависимости).

На основе величин статистических характеристик нами сформулированы аналитические выводы, в частности, по величинам индексов детерминации и по величинам средней ошибки аппроксимации. В соответствии с величинами индексов детерминации:

– по трем зависимостям из четырех степень тесноты корреляций связи составляет более 0,92 для уравнений линейного и степенного вида за 2015 г., при этом уравнения линейного вида предпочтительнее степенных уравнений;

– все три вида уравнения, выражающие зависимости ВРП от численности занятых,

примерно равно приемлемы по величинам индекса детерминации (составляет 0,63–0,67).

Сравнение величин индексов детерминации для уравнений за 2010 г. с 2005 г. показывает заметное увеличение степени тесноты корреляции для всех трех видов уравнений, выражающих зависимости ВРП от численности занятых в экономике. Из других зависимостей одни повысились, другие снизились. Но все уравнения оказались приемлемыми: величины индекса детерминации являются высокими или очень высокими. Из величин индексов детерминации для 12-ти пар связей в 2015 г. для 6-ти пар теснота корреляционной зависимости оказалась выше, а для других 6-ти – ниже (для всех уравнений  $Y$  от  $L$ , двух уравнений  $Y$  от  $I$  и одного уравнения для зависимости  $FR$  от  $Y$ ), чем в 2005 г.

Анализ приемлемости парных связей (зависимостей) по величинам средней ошибки аппроксимации ( $A$ , %) показал, что:

– за 2005 г. линейные  $Y$  от  $K$ ,  $Y$  от  $I$  получили оценку «хорошо»,  $FR$  от  $Y$  – «удовлетворительно»,  $Y$  от  $L$  – «неудовлетворительно», три показательных уравнения ( $Y$  от  $K$ ,  $Y$  от  $L$ ,  $Y$  от  $I$ ) получили оценку «хорошо» и одно уравнение – «удовлетворительно», все четыре уравнения степенного вида по  $A$  получили оценку «хорошо»;

– за 2010 г. линейное уравнение получило одну оценку «удовлетворительно», остальные – неудовлетворительно; для трех уравнений показательного вида величины ( $A$ ) имеют оценку «хорошо», а одно уравнение – «неудовлетворительно»; все четыре уравнения степенного вида имеют оценку «хорошо», за 2015 г. только одно линейное уравнение оказалось приемлемым ( $A = 19,4\%$  можно считать удовлетворительным); все показательные и степенные уравнения оказались приемлемыми с оценкой «хорошо».

Таким образом, большинство построенных уравнений парной регрессии, выражающих линейные, показательные и степенные виды зависимостей, оказались приемлемыми для описания и оценки исследуемых связей (зависимостей).

Конечной задачей исследователя-аналитика является определение и оценка ряда показателей, ради которых в конечном итоге строятся уравнения регрессии [3, 4, 6]. Для уравнений парной регрессии к таким показателям относятся: предельные эффекты и эластичности затратно-ресурсных показателей. Они рассчитываются по формулам  $\frac{dY}{dX}$  и  $E_x = \frac{dY}{dX} * \frac{X}{Y}$  соответственно. Сущность и экономический смысл этих показателей можно найти в публикациях [3, 4].

**Таблица 2**

Виды и математическая запись уравнений парной регрессии, выражающие зависимости между ключевыми показателями федеральных округов за разные временные периоды

	2005	2010	2015
Y от K			
лин	$Y = -487,7 + 0,5153 * K$	$Y = -230,8 + 0,41321 * K$	$Y = -487,7 + 0,5153 * K$
показ	$Y = 523,3 * 1,00024^K$	$Y = 1167,4 * 1,000094^K$	$Y = 523,3 * 1,00024^K$
степ	$Y = 0,0551 * K^{1,2376}$	$Y = 0,4274 * K^{0,9899}$	$Y = 0,0551 * K^{1,2376}$
Y от L			
лин	$Y = 125,0 + 0,20600 * L$	$Y = -642,0 + 0,55253 * L$	$Y = 125,0 + 0,20600 * L$
показ	$Y = 713,9 * 1,00010^L$	$Y = 1053,5 * 1,00013^L$	$Y = 713,9 * 1,00010^L$
степ	$Y = 0,3873 * L^{0,9375}$	$Y = 0,0430 * L^{1,2670}$	$Y = 0,3873 * L^{0,9375}$
Y от I			
лин	$Y = -653,6 + 5,61681 * I$	$Y = -2422,5 + 6,13098 * I$	$Y = -653,6 + 5,61681 * I$
показ	$Y = 496,5 * 1,00261^I$	$Y = 588,6 * 1,00157^I$	$Y = 496,5 * 1,00261^I$
степ	$Y = 0,5849 * I^{1,3158}$	$Y = 0,3298 * I^{1,3391}$	$Y = 0,5849 * I^{1,3158}$
FR от Y			
лин	$FR = -220,6 + 0,31041 * Y$	$FR = -249,2 + 0,24757 * Y$	$FR = -220,6 + 0,31041 * Y$
показ	$FR = 52,7 * 1,00078^Y$	$FR = 107,9 * 1,00033^Y$	$FR = 52,7 * 1,00078^Y$
степ	$FR = 0,0004 * Y^{1,7882}$	$FR = 0,0005 * Y^{1,6931}$	$FR = 0,0004 * Y^{1,7882}$

Примечание. Y – ВВП, млрд руб.; K – стоимость основных фондов, млрд руб.; L – численность занятых в экономике, тыс. чел.; I – инвестиции, млрд руб.; FR – сальдированный финансовый результат, млрд руб.

Виды построенных нами уравнений парной регрессии и их математическая запись приведены в табл. 2.

Предельные эффекты показывают рост зависимого показателя в денежных измерителях на единицу роста показателя фактора, а коэффициент эластичности – рост резуль- тативного показателя в процентах на одно- процентный рост показателя-фактора.

Заслуживают внимания два особых слу- чая: в случае линейной зависимости предельный эффект показателя-фактора равен параметру при этом факторе, т.е.  $\frac{dy}{dx} = m$ ;

в случае зависимости степенного вида коэф- фициент эластичности показателя-фактора равен показателю степени, т.е.  $E_x = m$ . Вели- чины предельного эффекта и коэффициента эластичности для построенных нами уравне- ний парной регрессии приведены в табл. 3.

По величинам предельного эффекта для линейных уравнений из табл. 1 можно от- метить следующее:

а) для уравнения Y от K величины пре- дельного эффекта можно выразить нера- венством за 2005 г. больше, чем за 2015 г.,

а последнее, в свою очередь, больше чем за 2010 г. (2005 г. > 2015 г. > 2010 г.);

б) для уравнений Y от L получены следу- ющие соотношения: 2005 г. > 2015 г. > 2010 г., для Y от I: 2010 > 2005 > 2015, для FR от Y: 2005 г. > 2010 г. > 2015 г.

**Таблица 3**

Величины предельного эффекта и коэффициента эластичности (параметров m) для уравнений парной регрессии линейного и степенного видов

Годы	Y от K	Y от L	Y от I	FR от Y
	Для линейного вида			
2005	0,5153	0,2060	5,6168	0,3104
2010	0,4132	0,5525	6,1310	0,2476
2015	0,4235	1,0055	5,4280	0,1641
	Для степенного вида			
2005	1,2376	0,9375	1,3158	1,7882
2010	0,9899	1,2670	1,3391	1,6931
2015	0,9544	1,2189	1,2102	0,7893

Примечание. Y – ВВП; K – стоимость основных фондов; L – численность занятых в экономике; I – инвестиции; FR – сальдирован- ный финансовый результат.

Такие же соотношения можно определить по величинам коэффициента эластичности для уравнения степенного вида:

а) для уравнения  $Y$  от  $K$  коэффициент эластичности за 2005 г. больше, чем за 2010, а за 2010 г. больше, чем за 2015 г.;

б) для  $Y$  от  $L$ : 2010 г. > 2015 г. > 2005 г.;

в) для  $Y$  от  $I$ : 2010 г. > 2005 г. > 2015 г.;

г) для  $FR$  от  $Y$ : 2010 г. > 2005 г. > 2015 г.

Как видно из данных табл. 2, за 2010 и 2015 гг. предельный эффект и коэффициент эластичности резко выросли для уравнений, выражающих зависимость ВРП от численности занятых в экономике, для уравнений, выражающих остальные зависимости – предельные эффекты и коэффициенты эластичности уменьшились. Это свидетельствует об ухудшении эффективности использования ресурсов.

Сформулируем некоторые выводы из данных табл. 2:

а) по величинам предельного эффекта для уравнений регрессии линейного вида:

– для зависимости  $Y$  от  $K$  предельный эффект оказался максимальным по данным 2005 г., по данным за 2010 г. этот показатель существенно снизился, следующие пять лет эффект практически остался на уровне 2010 г.;

– предельный эффект для зависимости ВРП от численности занятых в экономике ( $Y$  от  $K$ ) имеет четко выраженную тенденцию роста (эффект каждые пять лет удваивался), что является фактом положительным, свидетельствующим о росте отдачи от использования рабочей силы;

– предельный эффект для зависимости  $Y$  от  $I$  имеет свои особенности: в 2010 г. он заметно вырос, но в 2010 г. он снизился и оказался ниже уровня 2005 г., что является фактом отрицательным;

– четкая, но отрицательная тенденция наблюдается по предельным эффектам для зависимости сальдированного финансового результата от ВРП ( $FR$  от  $Y$ );

– в 2010 г. он снизился на 20%, а в 2015 г. еще на 35%;

б) по величинам коэффициентов эластичности для уравнений степенного вида (уменьшение коэффициентов эластичности

свидетельствует о снижении эффективности использования ресурсов):

– для зависимости  $Y$  от  $K$  по пятилетиям имеет место тенденция уменьшения (с 1,24% в 2005, до 0,99 в 2010 и до 0,95 в 2015 г.);

– величина коэффициента эластичности для зависимости  $Y$  от  $K$  в 2010 г. существенно выросла (более чем на 30%), в 2015 г. уменьшилась по сравнению с 2010 г., но была заметно больше, чем в 2005 г.;

– эластичность инвестиции в 2005 и 2010 гг. практически была на одном уровне, но в 2015 г. она уменьшилась на 10% по сравнению с 2005 г.;

– эластичность ВРП по отношению к сальдированному финансовому результату в 2010 г. снизилась на 5%, но в 2015 г. снижение составило 2,3 раза (с 1,79 до 0,79%).

Таким образом, анализ показывает, что за три временных периода 2005, 2010 и 2015 гг. из трех ключевых ресурсов экономики регионов России (стоимости основных фондов, численности занятых в экономике, инвестиции) повышение эффективности использования наблюдается только для одного ресурса – численности работников; эффективность использованных двух денежных ресурсов – ухудшилась.

#### Список литературы

1. Россия в цифрах 2016: Крат. Стат. Сб. / Росстат. – М., 2016. – 543 с.
2. Адамадиев К.Р., Адамадиева А.К. Моделирование и оценка стохастических связей между ключевыми показателями групп регионов России // *Фундаментальные исследования*. – 2016. – № 4–3. – С. 550–556.
3. Айвазян С. А. Основы эконометрики. Учебник для вузов. Т. 2. – М.: ЮНИТИ-ДАНА. 2001. – 432 с.
4. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Эконометрика: учебник для вузов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. – 311 с.
5. Долятовский В.А., Долятовский Л.В. Модели управления социально-экономическими системами на основе соотношения неопределенностей. Математическая экономика и экономическая информатика: Материалы Научных чтений, посвященных 75-летию со дня рождения выдающегося экономиста-математика, доктора экономических наук, профессора Кардаса Виктора Алексеевича (10.10.1935 г.–12.05.2010 г.) (г. Кисловодск. 10–12 октября 2010 г.) / Ростовский государственный экономический университет (РИНХ). – Ростов-н/Д., 2011. – 616 с.
6. Адамадиев К.Р., Адамадиева А.К. Компьютерное моделирование в экономике: учебное пособие. – Махачкала: Издательско-полиграфический центр ДГУ, 2014. – 211 с.