УДК 338.4:303.725.34

МОДЕЛИ ОЦЕНКИ КРИТИЧЕСКОГО ОБЪЕМА ПРОИЗВОДСТВА МНОГОНОМЕНКЛАТУРНОГО ПРЕДПРИЯТИЯ С УЧЕТОМ РЫНОЧНОГО РИСКА

Халиков М.А., Никифорова М.А.

ФГБОУ ВО «Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова», Москва, e-mail: mihail.alfredovich@mail.ru, nikiforova_mary@outlook.com

Рассматривается задача определения точки безубыточного (критического) объема производства в приложении к многономенклатурному предприятию, что отличает рассматриваемую постановку задачи от классической, объектом приложения которой является не характерный для практики случай монопродуктового предприятия. В отличие от традиционной постановки задачи, в которой предполагается стабильность рыночных цен на факторы производства и готовую продукцию, в модели оценки критического объема производства многономенклатурного предприятия предлагается дополнительно учитывать риск потери планируемой доходности, что значительно усложняет оптимизационную модель и переводит рассматриваемую задачу в класс NP – полных. Ввиду отсутствия универсальных численных методов решения задач этого класса потребовалось разработать оригинальный алгоритм поиска оптимального решения представленной дискретной задачи нелинейного (выпуклого) программирования большой размерности, описание которого приведено в работе.

Ключевые слова: одно- и многономенклатурные предприятия, критический объем производства, маржинальный доход, управленческий учет, модели «затраты – выпуск», рыночный риск, дискретная задача нелинейного программирования, численные методы решения оптимизационных задач, метод локальной оптимизации

CRITICAL PRODUCTION VOLUME EVALUATION MODELS AT MULTI-PRODUCT ENTERPRISES CONSIDERING MARKET RISK

Khalikov M.A., Nikiforova M.A.

Plekhanov Russian University of Economics, Moscow, e-mail: mihail.alfredovich@mail.ru, nikiforova_mary@outlook.com

The problem of determining the break – even (critical) production volume point is considered. The classical problem formulation is different from the given where the multi – product enterprise is studied. The considered model distinguishes from the classical one where there is stability in market prices on production factors and finished goods. In estimates of critical production volume, the profitability loss risk is taking into account, what complicates the optimization model and moves the problem into an NP-complete class. This requires the development of an original numerical method which would search for the optimal solution of given discrete non-linear (convex) programming problem of large dimension.

Keywords: single- and multi-product enterprises, critical production volume, marginal income, management accounting, input-output models, market risk, discrete non-linear programming problem, numerical methods of solving optimization problems, local optimization method

В абсолютном большинстве публикаций и по экономике предприятия и, в частности, в работах [2, 3, 7–10] точку безубыточности (критический объем производства) предполагается определять для однономенклатурного производства, исходя из условия покрытия маржинальным доходом только условно-постоянных затрат производственной деятельности:

$$(p-c)*x_{кр}=PC, \quad (1)$$

где p – цена реализации единицы продукта;
c – удельные переменные затраты;
PC – условно-постоянные затраты;
$x_{кр}$ – критический объем производства.

Если реальный объем $x_р$ производства выше критического ($x_р > x_к$), то предприятие формирует валовой доход величиной $(p – c)* x_p – PC$, в противном случае чистый убыток составит величину $PC – (p – c)* x_p$ [7, с. 368; 10, с. 91; 11, с. 68].

В системе учета и планирования затрат директ-костинг соотношение (1) играет фундаментальную роль. Оно позволяет на основе простейших расчетов определить запас финансовой прочности производственной сферы предприятия как функции объема производства, условно – постоянных затрат (эндогенный параметр) и удельного маржинального дохода (экзогенный параметр) [3, с. 64]:

$$\text{ЗФП}=x_p-\frac{PC}{p-c}. \quad (2)$$

Несложно также определить точку безубыточности для монопродуктового, но многоассортиментного предприятия (например, предприятие агросферы или деревообработки). В ряду выпускаемых таким предприятием продуктов $(i=\overline{1,I})$ выделяют базовый $x_б$ и к нему «привязывают» объемы продукции другой номенклатуры с использованием следующего основного соотношения многоассортиментного предприятия:

$$\frac{x_i}{x_б} = \frac{d_i}{d_б}, \quad (3)$$

где x_i, $x_б$ – объемы производства соответственно i-го $(i = \overline{1, I})$ и базового изделий;
d_i, $d_б$ – доли в общем объеме выпускаемой продукции (в натуральном выражении) соответственно i-го и базового изделий.

$$x_i = \frac{d_i}{d_б} * x_б \to \sum_{i=1}^{I} d_i = 1; \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{I} (p_i - c_i) * \frac{d_i}{d_б} * x_б \geq PC \to$$

$$\to x_б \geq \frac{PC * d_б}{\sum_{i=1}^{I} (p_i - c_i) * d_i}, \quad (5)$$

где PC – условно-постоянные затраты многоассортиментного предприятия.

Рассмотрим постановку задачи определения критического объема производства для многопродуктового предприятия (общий случай) с учетом риска отклонения доходности изделий производственной программы от планируемых значений (постановка задачи выбора оптимального варианта производственной деятельности предприятия с учетом рыночного риска приведена в работе М.А. Перцевой [5, с. 10]).

Запишем модель многономенклатурного производства в следующем виде:

$$VD = \sum_{i=1}^{I} (\overline{p_i} - \overline{c_i}) * x_i \to \max; \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^{I} tr_{ik} * x_i \leq Tr_k, k = \overline{1, K}; \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^{I} \overline{c_i} * x_i \leq OK; \quad (8)$$

$$\underline{x_i} \leq x_i \leq Sp_i, i = \overline{1, I}; \quad (9)$$

$$\sum_{i_1=1}^{I} \sum_{i_2=1}^{I} x_{i_1} * x_{i_2} * \delta_{i_1} * \delta_{i_2} * \operatorname{cov}(i_1; i_2) \leq$$

$$\leq 2 * \overline{\delta}^2 * \left(\sum_{i=1}^{I} x_i \right)^2; \quad (10)$$

$$x_i \in Z+, i = \overline{1, I}, \quad (11)$$

где VD – значение валового дохода (критерий в рассматриваемой модели «затраты – выпуск»);
I – число изделий производственной программы;
i, i_1, i_2 – индекс изделий производственной программы;
$\overline{p_i}, \overline{c_i}$ – средние за наблюдаемый период соответственно рыночная цена и удельные переменные затраты на производство i-го изделия;
$(\overline{p_i} - \overline{c_i})$ – планируемый удельный маржинальный доход реализации i-го изделия;
K – число технологических операций, учитываемых в модели;
tr_{ik} – технологическая трудоемкость производства i-го изделия на k-й операции;
Tr_k – эффективное время работы оборудования на k-й операции;
OK – оборотный капитал, авансируемый в покрытие переменных затрат производственной деятельности;
$\underline{x_i}$ – минимальный (технологически обоснованный) объем производства i-го изделия;
Sp_i – рыночный спрос на i-ое изделие;
δ_i – дисперсия маржинального дохода продукции i-го вида за период наблюдения;
$\operatorname{cov}(i_1; i_2)$ – ковариация доходностей продукции с индексами i_1 и i_2 за период наблюдения;
$\overline{\delta}$ – пороговое (максимально допустимое) значение риска производственной программы.

Экзогенными параметрами модели (6)–(11) являются параметры, определяемые рыночной конъюнктурой: $\overline{p_i}$, $\overline{c_i}$, Sp_i. Эндогенными (управляемыми) параметрами являются: $Tr_k \left(k = \overline{1, K}\right)$, OK, $\overline{\delta}$. Для фиксированных значений экзогенных параметров решение оптимизационной задачи (6)–(11) – вектор $\overline{X}^{(0)} = \left(x_1^{(0)}, \ldots, x_I^{(0)}\right)$ – позволяет определить финансовый результат производственной сферы предприятия как значение критерия $VD^{(0)} = \sum_{i=1}^{I} \left(\overline{p_i} - \overline{c_i}\right) * x_i^{(0)}$, зависящее от заданной комбинации управляемых параметров $Tr_k \left(k = \overline{1, K}\right)$, OK, $\overline{\delta}$ (так как неравенства – ограничения (7), (8), (10) равнонаправлены, то можно утверждать, что $VD^{(0)}$ монотонно возрастает по каждому управляемому параметру).

Точка безубыточности многономенклатурного производства определяется из условия

$$VD^{(0)} \left(\overline{T_r}, OK, \overline{\delta}\right) \leq PC. \quad (12)$$

Для многономенклатурного предприятия соответствующая критическому уровню производства производственная программа $\overline{X}^{(0)} = \left(x_1^{(0)}, \ldots, x_I^{(0)}\right)$ определяется как решение задачи (6)–(11) с критерием, значение которого удовлетворяет условию (12).

Кратко остановимся на численном алгоритме решения нелинейной дискретной задачи большой размерности (6)–(11). Известно, что эта задача относится к NP – полным, отличающимися отсутствием универсальных численных алгоритмов поиска оптимального решения [4, с. 476]. По этой причине прибегают к алгоритмам, учитывающим специфику критерия и/или системы ограничений, а также особенности математической формализации задачи.

Рассмотрим модель выпуклого (в данном случае, квадратичного) программирования (6)–(10) в непрерывной постановке: ограничение (11) целочисленности оптимального решения заменяется на ограничение неотрицательности переменных x_i:

$$x_i \geq 0, i = \overline{1, I}. \tag{11'}$$

Заметим, что и функционал (6), и ограничений (7)–(10), (11') задаются выпуклыми, дважды дифференцируемыми функциями, а следовательно, необходимым условием оптимальности точки $\overline{X}^{(0)} = \left(x_1^{(0)}, \ldots, x_I^{(0)}\right)$ является выполнение условий экстремума в этой точке соответствующей модели (6)–(10), (11') функции Лагранжа $L\left(\overline{X}; \overline{\lambda}^{(1)}, \lambda_2, \overline{\lambda}^{(3)}, \lambda_4\right)$:

$$L\left(\overline{X}; \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4\right) = -\sum_{i=1}^{I} (\overline{p_i} - \overline{c_i}) * x_i + \sum_{k=1}^{K} \lambda_k^{(1)} * (Tr_k - \sum_{i=1}^{I} tr_{ik} * x_i - t_k^{(1)}) +$$
$$+\lambda_2 * \left(OK - \sum_{i=1}^{I} \overline{c_i} * x_i - t_2 \right) + \sum_{i=1}^{I} \lambda_i^{(3)} * \left(Sp_i - x_i - t_i^{(3)} \right) +$$
$$+\lambda_4 * \left(2 * \overline{\delta}^2 (\sum_{i=1}^{I} x_i)^2 - \sum_{i_1=1}^{I} \sum_{i_2=1}^{I} x_{i_1} * x_{i_2} * \delta_{i_1} * \delta_{i_2} * \operatorname{cov}(i_1; i_2) - t_4 \right). \tag{13}$$

В силу отмеченной выше специфики рассматриваемой модели, заключающейся в выпуклости области допустимых решений (удовлетворяющих равнонаправленным ограничениям (7)–(10)) и линейной форме критерия (6), можно утверждать, что экстремум функции Лагранжа (13) определяет единственное оптимальное решение задачи (6)–(10), (11').

Для его поиска, учитывая выпуклость множества допустимых решений, можно предложить следующий численный метод, ранее использованный в работе М.А. Халикова [6, с. 290] и более поздних работах его учеников: М.А. Перцевой [5, с. 14] и Д.А. Безухова [1, с. 12].

Определим базисные решения системы линейных неравенств (7)–(9), удовлетворяющие дополнительному условию (7): $\overline{X_1}, \ldots, \overline{X_r}, \ldots, \overline{X_R}$, где R – число отобранных решений (планов), а m – индекс плана. Пусть μ_r – интенсивность (вес) плана r в оптимальной производственной программе, получаемой простым объединением опорных (базисных) планов:

$$\overline{X}^{(0)} = \bigcup_{r=1}^{R} \mu_r^* \ \overline{X_r} \ . \tag{14}$$

Набор весов $\{\mu_r\}$ найдем как решение следующей задачи линейного программирования:

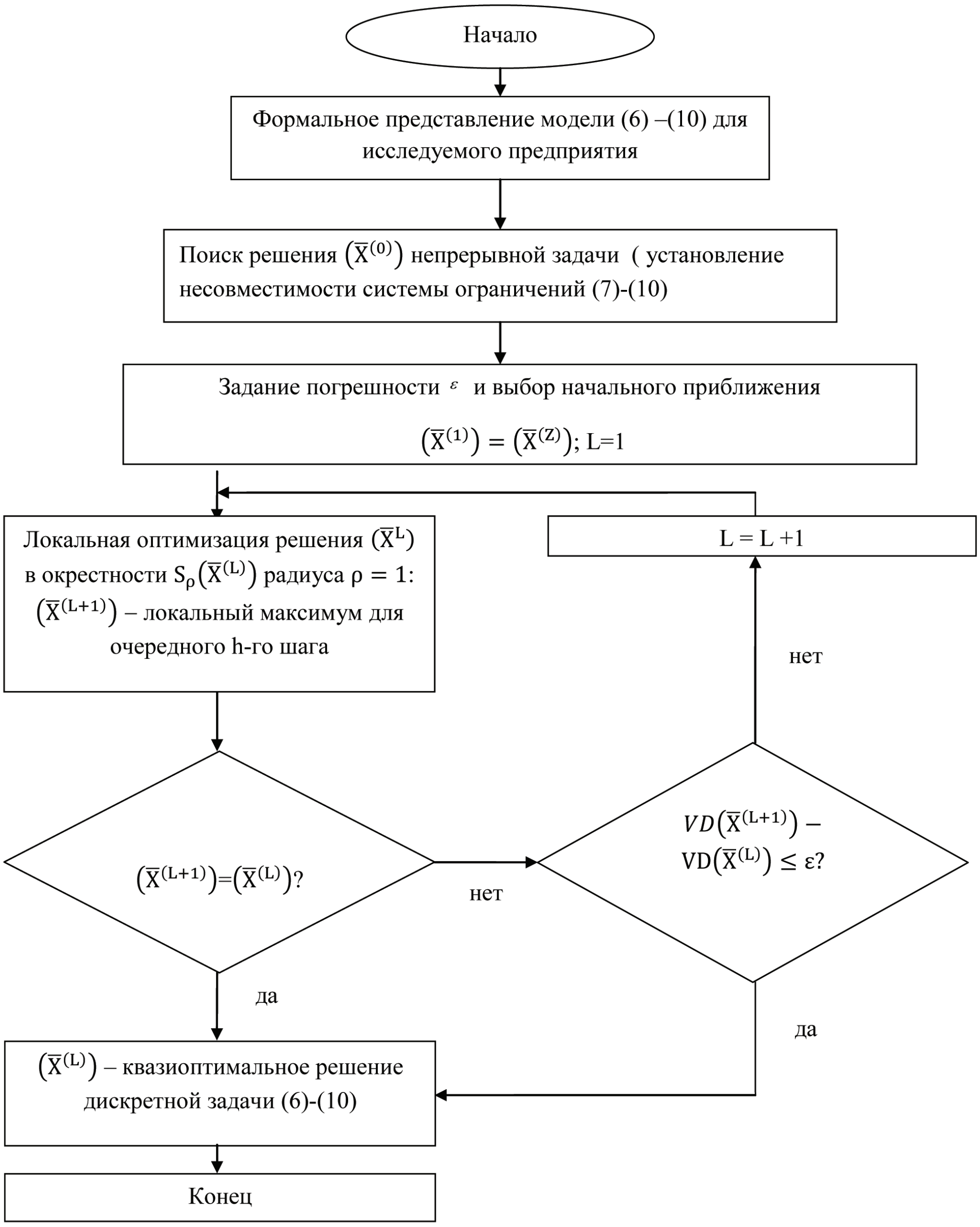
$$\sum_{r=1}^{R} \mu_r * \sum_{i=1}^{I} (\overline{p_i} - \overline{c_i}) * x_{r,i} \to \max; \tag{15}$$

$$\sum_{r=1}^{R} \mu_r = 1; \tag{16}$$

$$\mu_r \geq 0, r = \overline{1, R}. \tag{17}$$

Дискретизацию полученного решения $\overline{X}^{(0)}$ непрерывной задачи (14)–(17) проведем с использованием алгоритма локальной оптимизации, предложенного в цитируемой работе М.А. Халикова [5]. Идея метода заключается в поиске методом последовательных приближений квазиоптимального решения дискретной задачи в ε – окрестности решения непрерывной задачи с последующей оценкой его точности (блок-схема алгоритма представлена на рисунке и соответствует приведенной в работе [1]).

Приведем некоторые комментарии к численному алгоритму, касающиеся метода локальной оптимизации полученного на втором шаге оптимального решения $\overline{X}^{(0)}$ непрерывной задачи (6)–(11). В качестве первого приближения к квазиоптимальному решению целочисленной задачи выбираем вектор с компонентами $\left(x_i^{(1)}\right) = \left[x_i^{(0)}\right]\left(i = \overline{1, I}\right)$.



Численный алгоритм поиска квазиоптимального решения дискретной задачи (6)–(10)

Процесс локальной оптимизации связан с перебором точек единичной (в евклидовой метрике) окрестности $S\left(\bar{X}^{(1)}\right)$ точки $\left(\bar{X}^{(1)}\right)$ с целочисленными компонентами $\left(x_i^{(1)}\right)=\left[x_i^{(0)}\right]\left(i=\overline{1,I}\right)$: определяется допустимое решение $\left(\bar{X}^{(2)}\right)$ для очередного шага такое, что $VD\left(\bar{X}^{(2)}\right)=\max\left\{VD\left(\bar{X}\right)|\left(\bar{X}\right)\in S\left(\bar{X}^{(1)}\right)\right\}$. Если $\left(\bar{X}^{(2)}\right)=\left(\bar{X}^{(1)}\right)$, то полученное на предыдущем шаге решение $\left(\bar{X}^{(1)}\right)$ – локальный максимум задачи. Если $VD\left(\bar{X}^{(2)}\right)>VD\left(\bar{X}^{(1)}\right)$, то переходим к следующему шагу, принимая $\left(\bar{X}^{(2)}\right)$ за очередную начальную точку, и т.д. Длительность итеративного процесса зависит от задаваемой исследователем точности ε квазиоптимального решения.

$\left(\bar{X}^{(L+1)}\right)$ – квазиоптимальное решение задачи (6)–(11), если выполняется неравенство

$$\left|VD\left(\bar{X}^{(L+1)}\right)-VD\left(\bar{X}^{(L)}\right)\right|\le\varepsilon.$$

Ценность приведенных моделей и численных методов заключается в решении важной научно-практической задачи определения точки безубыточного производства многономенклатурного производства с учетом рыночного риска. Полученный результат дополняет неоклассическую теорию производства в части совершенствования подходов к оценке эффективности и рыночной устойчивости производственной сферы предприятий корпоративного сектора экономики.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ р 17-06-00457.

Список литературы

1. Безухов Д.А. Модели и методы оптимального управления оборотным капиталом производственной сферы предприятия в условиях нестабильных рынков: автореф. дис. … канд. экон. наук: 08.00.13 / Безухов Дмитрий Александрович; [Место защиты: Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана]. – Москва, 2015. – 24 с.

2. Бригхэм Ю., Эрхардт М. Финансовый менеджмент: учеб. пос. – М: «Питер», 2009. – 960 с.

3. Булышева Т.С. Моделирование рыночной стратеги предприятия: курс лекций / Т.С. Булышева, К.А. Милорадов, М.А. Халиков. – М.: Экзамен, 2009. – 248 с.

4. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач: учеб. пос. для вузов / Ф.П. Васильев. – М.: Наука, 1980. – 520 с.

5. Перцева М.А. Модели и методы оптимального управления инвестициями в оборотный капитал промышленного предприятия: автореф. дис. … канд. экон. наук: 08.00.13 / Перцева Мария Анатольевна; [Место защиты: Московский государственный университет экономики, статистики и информатики (МЭСИ)]. – Москва, 2014. – 24 с.

6. Халиков М.А. Дискретная оптимизация планов повышения надежности функционирования экономических систем / Финансовая математика. Сб. статей. – М.: МГУ, 2001. – С. 281–295.

7. Халиков М.А., Цутлевич В.Н. Определение критического размера фирмы в условиях падения объемов производства / Финансовая математика. Сб. статей. – М.: МГУ, 2001. – С. 368–378.

8. Шеремет А.Д. Анализ и диагностика финансово-хозяйственной деятельности предприятия. – М.: Инфра-М, 2011. – 367 с.

9. Экономика организации (предприятия): учебник / под ред. проф. Н.А. Сафронова. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Магистр, 2009. – 684 с.

10. Экономика предприятия и управление организацией: учебное пособие / под ред. О.В. Григоренко. – М.: Русайнс, 2017. – 266 с.