УДК 004.312.46:677.054

# ДИНАМИКА УПРУГОЙ СИСТЕМЫ БАТАННОГО И РАПИРНОГО МЕХАНИЗМОВ МЕТАЛЛОТКАЦКИХ СТАНКОВ ТИПА СТР

## Тувин А.А., Максимов А.А., Аллямов Р.Р.

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный политехнический университет», Иваново, e-mail: tuvin@ivgpu.com

Воздействие колебательных и деформационных процессов можно значительно уменьшить на этапе проектирования или модернизации металлоткацких станков. Эту задачу можно решить путем разработки динамической и математической моделей исполнительных механизмов станка при учете упругости элементов их привода. При решении подобных технических задач для тривиализации математической модели будем считать, что деформируемые элементы привода являются абсолютно упругими, то есть они не имеют диссипативных свойств. Предложена математическая модель решения задачи о вынужденных колебаниях упругой системы батанного и рапирного механизмов металлоткацких станков типа СТР, которая применима к нестационарным условиям работы станка (разгон, установившийся режим с учетом неравномерности вращения главного вала, останов). Данная модель позволит повысить качество анализа влияния колебательных пои конструктивные параметры модернизируемых или проектируемых механизмов.

Ключевые слова: ткацкий станок, батан, брус, рапирный механизм, модель, вынужденные колебания

## DYNAMICS OF RESILIENT SYSTEM OF BATANNY AND RAPIER MECHANISMS OF METALWEAVER'S STR MACHINES

## Tuvin A.A., Maksimov A.A., Allyamov R.R.

Ivanovo State Polytechnical University, Ivanovo, e-mail: tuvin@ivgpu.com

The influence of deformation and oscillatory processes can be minimized at a design stage or when carrying out modernization of metal weaver's machines. At the solution of similar technical tasks for simplification of mathematical model we will consider that deformable elements are ideally elastic, that is they have no dissipative properties. The mathematical model of the solution of a task on the compelled fluctuations of elastic system the main shaft of the machine – the cam-and-link mechanism of batanny and rapier mechanisms of metalweaver's STR machines which is applicable to non-stationary operating modes of the machine (start-up, set the mode taking into account unevenness of rotation, a stop) is offered. This model will allow to increase quality of the analysis of influence of oscillatory processes in the machine drive on flexural and tortional fluctuations of a bar of the nerd and to estimate technological and design data of the upgraded or designed mechanisms.

Keywords: the weaving loom, the nerd, a bar, the rapier mechanism, model, the compelled fluctuations

Проведем динамический анализ бруса батана и рапирного механизма металлоткацких станков типа СТР с учетом упругости элементов их привода. Используя методику упрощений, рассмотренную в [1], динамическую модель упругой системы батанного и рапирного механизмов приведем к виду, представленному на рис. 1. Динамическая модель содержит четыре взаимосвязанных контура: I и II – контуры главного и промежуточного валов соответственно (рассматриваем как крутильно-колеблющиеся системы с конечным числом степеней свободы); III – контур бруса батана (рассматриваем как изгибно-колеблющуюся систему с распределенными параметрами); IV - контур рапирного механизма (рассматриваем как крутильно-колеблющуюся систему с конечным числом степеней свободы). Первый, второй и четвертый контуры связаны между собой кулачковой передачей, а второй и третий – рычажной.

На рис. 1 введены следующие обозначения: *I<sub>ii</sub>* – моменты инерции масс дисков, характеризующие инерционные свойства механизмов;  $Y_5(x, t)$  – абсолютные перемещения сечений бруса батана; ф. – абсолютные угловые перемещения дисков (і – номер контура, *j* – номер диска); *EI*<sub>6</sub> – изгибная жесткость бруса;  $\mu_{6}$  – погонная масса бруса; С<sub>11</sub> – коэффициенты жесткости упругих элемёнтов механизмов; m<sub>5</sub> – приведенная масса лопасти батана и подбатанного вала; k<sub>"</sub> – коэффициент, учитывающий упругое сопротивление системы заправки нитей основы на фазе формирования сетки (коэффициент постели); <br/>  $\omega$  – угловая скорость вращения главного вала (в расчетах принимается постоянной величиной); П<sub>12</sub>, П<sub>23</sub> – функции перемещения кулачкового и рычажного механизмов соответственно -П<sub>12</sub> =  $\phi_{22}(\phi_{13}) = \phi_{2n-1}(\phi_{1n-1})$ , П<sub>23</sub> =  $Y_6(\phi_{21}) = Y_6(\phi_{22}) = Y_6(\phi_{2n-1}) = Y_6(\phi_{2n})$ ; П<sub>14</sub> – переда-точная функция, учитывающая линейную жесткость ( $C_x$ ) и линейное сопротивление ( $\theta_{2n}$ ) (β) клиноременной передачи привода –  $\Pi_{14}^{*} = \phi_{41}(\phi_{11}),$  (клиноременная передача привода на рис. 1 не показана). При реше-

нии подобных технических задач для упрощения математической модели, используя рекомендации [2], будем считать, что деформируемые элементы батанного и рапирного механизмов являются идеально упругими, то есть они не характеризуются диссипативными свойствами. Тогда движение упругой системы этих механизмов можно представить в виде следующих дифференциальных уравнений:

контур 1 (главный вал)

$$I_{11}\ddot{\varphi}_{11} + C_{11}(\varphi_{11} - \omega_{t}) + C_{12}(\varphi_{11} - \varphi_{12}) = -M_{d} - M_{c},$$

$$I_{12}\ddot{\varphi}_{12} + C_{12}(\varphi_{12} - \varphi_{11}) + C_{13}(\varphi_{12} - \varphi_{13}) = -M_{12},$$

$$I_{13}\ddot{\varphi}_{13} + C_{13}(\varphi_{13} - \varphi_{12}) + C_{1-1}(\varphi_{13} - \varphi_{1-1}) = -M_{13};$$

$$\dots$$

$$I_{1-1}\ddot{\varphi}_{1-1} + C_{1-1}(\varphi_{1-1} - \varphi_{1-2}) + C_{1}(\varphi_{1-1} - \varphi_{1}) = -M_{1-1};$$

$$I_{1}\ddot{\varphi}_{1} + C_{1}(\varphi_{1} - \varphi_{1-1}) = -M_{1};$$
(1)

контур 2 (промежуточный вал)

$$I_{21}\ddot{\varphi}_{21} + C_{21}(\varphi_{21} - \varphi_{22}) = -M_{21},$$

$$I_{22}\ddot{\varphi}_{22} + C_{21}(\varphi_{22} - \varphi_{21}) + C_{22}(\varphi_{22} - \varphi_{23}) = M_{13} / \Pi'_{12}(\varphi_{13}),$$

$$I_{2n-1}\ddot{\varphi}_{2n-1} + C_{2n-2}(\varphi_{2n-1} - \varphi_{2n-2}) + C_{2n-1}(\varphi_{2n-1} - \varphi_{2n}) = M_{1n-1} / \Pi'_{12}(\varphi_{1n-1}),$$

$$I_{2n}\ddot{\varphi}_{2n} + C_{2n-1}(\varphi_{2n} - \varphi_{2n-1}) = -M_{2n},$$
where  $M_{1n-1}$  ( $G_{2n} - G_{2n-1} - G_{2n-1} - G_{2n}$ ) (2)  
 $EI_{6}Y_{6i}^{IV}(x_{6i}, t) + \mu_{6}\dot{Y}_{6i}(x_{6i}, t) + k_{II} [Y_{6i}(x_{6i}, t) - Y_{6i}(x_{6i}, t_{1})]\sigma(t-t_{1}) \cdot \sigma(t_{2}-t) = 0,$ 
 $i = 1, 2...(n-1)$ 

контур 4 (рапирный механизм – считаем, что все звенья рапирного механизма являются абсолютно жесткими и учитываем податливость только клиноременной передачи привода)

$$I_{11}\ddot{\varphi}_{11} - \beta_k R_1 i_1 (R_{41}\dot{\varphi}_{41} - R_1 i_1 \dot{\varphi}_{11}) - C_k R_1 i_1 (R_2 \varphi_{41} - R_1 i_1 \varphi_{11}) = M_d.$$
(3)

В уравнениях (1)...(3) приняты следующие обозначения:  $M_{12}, M_{13}, \ldots, M_{1n-1}, M_{1n}$  – моменты сопротивления, оказывающие воздействие на главный вал станка со стороны промежуточного вала;  $M_{1n}$  – момент сил сопротивления, действующий со стороны механизмов зевообразования, набора товара, отпуска основы;  $M_{21}, M_{22}, \ldots, M_{2n-1}, M_{2n}$  – моменты сопротивления, действующие со стороны батана на промежуточный вал [3];  $t_1, t_2$  – периоды времени, соответствующие фазам подхода берда к опушке сетки и отходу от нее;  $\sigma(t_i t_j)$  – обобщенные функции Хевисайда (единичные функции) [4];  $M_d$  – движущий момент на валу двигателя;  $M_c$  – момент сопротивления со стороны рапирного механизма, приведенный к валу двигателя.

Системы уравнений (1) и (2) должны соответствовать граничным условиям в краевых сечениях бруса батана и условиям сопряжения участков бруса. Рассмотрим граничные условия и условия сопряжения участков для бруса батана с тремя лопастями, применяемого на металлоткацком станке СТР-130-М, рис. 2.

$$EIY''(x_{1} = 0, t) - C_{\hat{e}}Y'(x_{1} = 0, t) = 0,$$

$$EIY'''(x_{1} = 0, t) + m\ddot{Y}(x_{1} = 0, t) + P(x_{1} = 0, t) = 0,$$

$$EIY'''(x_{2} = l_{2}, t) + C_{\hat{e}}Y'(x_{2} = l_{2}, t) = 0,$$

$$EIY'''(x_{2} = l_{2}, t) - m\ddot{Y}(x_{2} = l_{2}, t) - P(x_{2} = l_{2}, t) = 0,$$

$$Y(x_{1} = l_{1}, t) = Y(x_{2} = 0, t),$$

$$Y(x_{1} = l_{1}, t) = Y'(x_{2} = 0, t),$$

$$EIY''(x_{1} = l_{1}, t) = EIY''(x_{2} = 0, t) - C_{\hat{e}}Y'(x_{2} = 0, t),$$

$$EIY'''(x_{1} = l_{1}, t) = EIY'''(x_{2} = 0, t) + m\ddot{Y}(x_{2} = 0, t) + P(x_{2} = 0, t).$$
(4)



Рис. 1. Динамическая модель кулачково-рычажных батанного и рапирного механизмов при учете упругости элементов привода



Рис. 2. Динамическая модель трехлопастного кулачково-рычажного батанного механизма при учете упругости элементов привода

В системе (4) обозначено: С<sub>к</sub> – приведенная к изгибной крутильная жесткость лопастей батана с учетом жесткости подбатанного вала и его опор; Р-усилия, возникающие со стороны привода на сечения бруса батана (характеризуются деформационными параметрами шарнирных соединений рычажной части привода батана).

$$P(x_{1} = 0, t) - C_{0} [Y(x_{1} - 0, t) - \Pi_{23}(\varphi_{25})],$$
  

$$P(x_{1} = l_{1}, t) - C_{0} [Y(x_{1} - l_{1}, t) - \Pi_{23}(\varphi_{23})],$$
  

$$P(x_{2} = l_{2}t) = C_{0} [Y(x_{2} = l_{2}, t) - \Pi_{23}(\varphi_{21})].$$
(5)

<u>\</u>Т

 $a \rightarrow \pi$ 

Тогла

$$M_{21} = P(x_2 = l_2 t) \cdot \Pi'_{23}(\varphi_{21}),$$
  

$$M_{23} = P(x_1 = l_1 t) \cdot \Pi'_{23}(\varphi_{23}),$$
  

$$M_{25} = P(x_1 = 0_2 t) \cdot \Pi'_{23}(\varphi_{25}).$$

Используя относительные координаты, получим  $Ψ_{ii} = Φ_{ii} - ωt, i - номер контура; j = 1,..., n - номер контура;$ 

- /

~ \

$$\psi_{21} = \psi_{21} - \psi_{22}, \quad \psi_{23} = \psi_{23} - \psi_{22}, \quad \psi_{24} = \psi_{24} - \psi_{23}, \quad \psi_{25} = \psi_{25} - \psi_{24};$$
  

$$y(x_1, t) = Y(x_1, t) - \Pi_{23}(\phi_{25}) - \frac{x_1}{l_1} \Big[ \Pi_{23}(\phi_{23}) - \Pi_{23}(\phi_{25}) \Big];$$
  

$$y(x_2, t) = Y(x_2, t) - \Pi_{23}(\phi_{23}) - \frac{x_2}{l_2} \Big[ \Pi_{23}(\phi_{21}) - \Pi_{23}(\phi_{23}) \Big].$$
(6)

В первой части системы (6) второе и третье слагаемые описывают переносное движение сечений бруса батана. Они учитывают не только кинематическое перемещение бруса, но и перемещение сечений бруса вследствие деформаций звеньев системы привода. В соответствии с рекомендациями [5], функции перемещения П и передаточные функции П' и П" можно аппроксимировать путем разложения их в ряд Тейлора, учитывая только два первых члена ряда

$$\Pi_{12}^{r} \left( \mathbf{\phi}_{ij} \right) = \Pi_{12}^{r} + \Pi_{12}^{r+1} \cdot \mathbf{\psi}_{ij}, \quad i = 1; \, j = 3, \, n-1; \\ \Pi_{23}^{r} \left( \mathbf{\phi}_{ij} \right) = \Pi_{23}^{r} + \Pi_{23}^{r+1} \cdot \mathbf{\psi}_{ij}, \quad i = 2; \, j = 1, \, 3, \, 5,$$

$$(7)$$

где  $\Pi_{ii}^r$  – функции от кинематических значений параметра  $\phi_{ij}$ ; r = 0, 1, 2 – порядок производной. Учитывая выражения (5), (6), (7) и пренебрегая в функциях возмущения малыми членами

(второго порядка малости), системы уравнений (1) и (2) представим следующим образом: для контуров I и II (главный и промежуточный валы)

$$I_{12}\dot{\psi}_{12} + (C_{12} + C_{13})\psi_{12} - C_{13}\psi_{13} = 0;$$

$$(I_{13} + I_{22}\Pi_{12}'^{2})\dot{\psi}_{13} - C_{13}\psi_{12} = (C_{13} + C_{14})\psi_{13} - C_{14}\psi_{14} - C_{21}\Pi_{12}'\psi_{21} - C_{22}\Pi_{12}'\psi_{23} = -I_{22}\Pi_{12}'\Pi_{12}''\omega^{2};$$

$$(I_{14} + I_{24}\Pi_{12}'^{2})\dot{\psi}_{14} - C_{14}\psi_{13} + (C_{14} + C_{15})\psi_{14} - C_{15}\psi_{15} + C_{23}\Pi_{12}'\psi_{24} - C_{24}\Pi_{12}'\psi_{25} = -I_{24}\Pi_{12}'\Pi_{12}''\omega^{2};$$

$$I_{15}\dot{\psi}_{15} - C_{15}\psi_{14} + C_{15}\psi_{15} = -M_{15};$$

$$I_{41}(\phi_{41})\ddot{\phi}_{41} + 1/2[dI_{41}(\phi_{41})/d\phi_{41}]\dot{\phi}_{41}^{2} + \beta_{\kappa}R_{2}(R_{2}\dot{\phi}_{41} - R_{1}\dot{i}\dot{\phi}_{11}) + c_{\kappa}R_{2}(R_{2}\phi_{41} - R_{1}\dot{i}_{1}\phi_{11}) = M_{c}(\phi_{41});$$

$$I_{11}\ddot{\phi}_{11} - \beta_{\kappa}R_{1}\dot{i}(R_{41}\dot{\phi}_{41} - R_{1}\dot{i}\dot{\phi}_{11}) - c_{\kappa}R_{1}\dot{i}(R_{2}\phi_{41} - R_{1}\dot{i}_{1}\phi_{11}) = M_{o};$$

$$I_{21}\ddot{\psi}_{21} + I_{21}\Pi_{12}'\ddot{\psi}_{13} + C_{21}\psi_{21} + C_{0}y_{2}(x_{2} = I_{2}t)\Pi_{23}' = -I_{21}\Pi_{12}''\omega^{2};$$

$$I_{23}\ddot{\psi}_{23} + I_{23}\Pi_{12}'\ddot{\psi}_{14} + C_{24}\psi_{25} + C_{0}y_{1}(x_{1} = 0, t)\Pi_{23}' = -I_{25}\Pi_{12}''\omega^{2};$$

$$(\psi_{13} - \psi_{14}) \cdot \Pi_{12}' - \psi_{23} - \psi_{24} = 0;$$

$$(8)$$

для контура III (бруса батана)

$$EI \cdot y_{1}^{IV}(x_{1},t) + \mu y_{1}(x_{1},t) + k_{II}y_{1}(x_{1},t)\sigma(t-t_{1})\sigma(t_{2}-t) = = -\mu \frac{d^{2}}{dt^{2}} \left\{ \Pi_{23}(\varphi_{25}) + \frac{x_{1}}{l_{1}} \Big[ \Pi_{23}(\varphi_{23}) - \Pi_{23}(\varphi_{25}) \Big] \right\} - -k_{II} \left\{ \Pi_{23}(\varphi_{25}) + \frac{x_{1}}{l_{1}} \Big[ \Pi_{23}(\varphi_{23}) - \Pi_{23}(\varphi_{25}) \Big] - Y_{1}(x_{1},t_{1}) \right\} \sigma(t-t_{1})\sigma(t_{2}-t), EI \cdot y_{2}^{IV}(x_{2},t) + \mu \dot{y}_{2}(x_{2},t) + k_{II}y_{2}(x_{2},t)\sigma(t-t_{1})\sigma(t_{2}-t) = = -\mu \frac{d^{2}}{dt^{2}} \left\{ \Pi_{23}(\varphi_{23}) + \frac{x_{2}}{l_{2}} \Big[ \Pi_{23}(\varphi_{21}) - \Pi_{23}(\varphi_{23}) \Big] \right\} - -k_{II} \left\{ \Pi_{23}(\varphi_{23}) + \frac{x_{2}}{l_{2}} \Big[ \Pi_{23}(\varphi_{21}) - \Pi_{23}(\varphi_{23}) \Big] - Y_{2}(x_{2},t) \right\} \sigma(t-t_{1})\sigma(t_{2}-t);$$
(9)

для условий сопряжения участков

$$EIy_{1}''(x_{1} = 0, t) - C_{k}y_{1}'(x_{1} = 0, t) + \Pi_{23}'(\psi_{24} - \psi_{25})/t_{1} = 0;$$

$$EIy_{1}''(x_{1} = 0, t) + m\ddot{y}_{1}(x_{1} = 0, t) + C_{0}y_{1}(x_{1} = 0, t) + m\Pi_{23}'(\Pi_{1}'\ddot{\psi}_{14} + \ddot{\psi}_{25}) = -m\ddot{Y}(\omega t);$$

$$EIy_{2}''(x_{2} = l_{2}, t) + C_{k}y_{2}'(x_{2} = l_{2}, t) + \Pi_{23}'(\psi_{21} - \psi_{23})/l_{2} = 0;$$

$$EIy_{2}''(x_{2} = l_{2}, t) - m\ddot{y}_{2}(x_{2} = l_{2}, t) - C_{0}y_{2}(x_{2} = l_{2}, t) - m\Pi_{23}'(\Pi_{12}'\ddot{\psi}_{13} + \ddot{\psi}_{21}) = +m\ddot{Y}(\omega t);$$

$$y_{1}(x_{1} = l_{1}, t) - y_{2}(x_{2} = 0, t) = 0;$$

$$y_{1}'(x_{1} = l_{1}, t) - y_{2}'(x_{2} = 0, t) - \Pi_{23}'(\psi_{21} - \psi_{23})/l_{2} - \Pi_{23}'[\psi_{23} - \psi_{25} + \Pi_{12}'(\psi_{13} - \psi_{14})]/l_{1} = 0;$$

$$y_{1}''(x_{1} = l_{1}, t) - y_{2}''(x_{2} = 0, t) + C_{k}y'(x_{2} = 0, t) + \Pi_{23}'(\psi_{21} - \psi_{23})/l_{2} = 0;$$

$$EIy_{1}''(x_{1} = l_{1}, t) - EIy_{2}''(x_{2} = 0, t) - m\ddot{y}_{2}(x_{2} = 0, t) - m\Pi_{23}'(\Pi_{12}'\ddot{\psi}_{14} + \ddot{\psi}_{24}) - C_{0}y_{2}(x_{2} = 0, t) = m\ddot{Y}(\omega t).$$
(10)

Выражения (8)...(10) являются системой дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Для решения данной системы воспользуемся методом условного осциллятора [5].

Проанализируем систему однородных уравнений, состоящую из уравнений (8) и (10) с правыми частями равными нулю. Считаем, что частное решение данной системы будет иметь вид аналогичный решению системы с постоянными коэффициентами:

$$\psi_i = \sum_{n=1}^{\infty} A_{in} \cdot \cos p_n t,$$
  
$$y_j(x_j, t) = \sum_{n=1}^{\infty} X_{jn} \cdot \cos p_n t.$$
 (11)

Учитывая выражение (9), уравнение форм изгибных колебаний бруса батана будет иметь следующий вид:

$$X_{jn}(x_{j}) = A_{j1n}S(kx_{j}) + A_{j2n}T(kx_{j}) + A_{j3n}U(kx_{j}) + A_{j4n}V(kx_{j}).$$
(12)

Далее в рассматриваемую нами систему однородных уравнений подставляем уравнения (11) и (12), т.е. получаем систему алгебраических уравнений в отношении неизвестных амплитуд –  $A_i$ ,  $A_j$ . Затем определитель, составленный из коэффициентов полученной системы, приравняем к нулю, таким образом, получим формальное частное уравнение, из которого определяются зависимости  $p_n(t)$  корней этого уравнения от времени.

В работе [5] показано, что если соблюдается требование

$$\left| 0,5\frac{\ddot{p}_{n}(t)}{p_{n}^{3}(t)} - 0,75\frac{p_{n}^{2}(t)}{p_{n}^{4}(t)} \right| <<1, \quad (13)$$

то рассматриваемую нами систему можно причислить к системам с медленно изменяющимися параметрами. Тогда, применяя метод условного осциллятора [5], запишем решение однородной системы уравнений в следующем виде:

$$\Psi_{i} = \sum_{n} \Psi_{i,n} = \sum_{n} A_{i,n}(\tau) \cos\left[\int_{0}^{t} p_{n}(v) dv\right], \\ \\ \ddot{\Psi}_{i} = \sum_{n} \ddot{\Psi}_{i,n} = -\sum_{n} A_{i,n}(\tau) p_{n}^{2}(\tau) \cos\left[\int_{0}^{t} p_{n}(v) dv\right],$$
(14)

где  $\tau = \varepsilon t$  – медленное время;  $\varepsilon$  – малый параметр. К тому же один из амплитудных коэффициентов для каждой формы, для примера  $A_{1n}$  считают равным  $A_{1n}(\tau) = \sqrt{\frac{p_n(0)}{p_n(t)}}$ .

Коэффициенты  $A_{in}(\tau), i \neq 1$  можно найти, если решение (15) с учетом (12) подставить в систему однородных уравнений, полученную из выражений (8) и (10). Так как  $A_{1n}(t)$ и  $p_n(t)$  известны, то имеющаяся система позволит рассчитать оставшиеся коэффициенты форм упругих колебаний исследуемой динамической модели. Для решения систем уравнений вынужденных колебаний (8) и (9) воспользуемся способом разложения подлежащих нахождению функций в ряд по собственным формам

$$\Psi_i = \sum_n A_{in}(\tau) T_n(t) , \qquad (16)$$

$$y_{j}\left(x_{j,t}\right) = \sum_{n} X_{jn}\left(x_{j,\tau}\right) T_{n}\left(t\right).$$
(17)

Обозначим W(x, t) – правую часть первого уравнения системы (9). После преобразований, учитывая выражение (7), имеем

$$W(x,t) = -\mu \frac{d}{dt^{2}} \left\{ \Pi_{23} + \Pi'_{23} \left( \Pi'_{23} \psi_{13} + \psi_{25} \right) + x_{1} \Pi'_{23} \left[ \Pi'_{12} \left( \psi_{12} - \psi_{13} \right) + \psi_{23} - \psi_{25} \right] / l_{1} \right\} - -k_{n} \left\{ \Pi_{23} + \Pi'_{23} \left( \Pi'_{12} \psi_{13} + \psi_{25} \right) + x_{1} \Pi'_{23} \left[ \Pi'_{12} \left( \psi_{12} - \psi_{13} \right) + \psi_{23} - \psi_{25} \right] / l_{1} - Y(x_{1,t}) \right\} \cdot \sigma(t - t_{1}) \sigma(t_{2} - t).$$
(18)

Возмущающую функцию  $\Pi_{23}(\omega t)$  разложим в ряд по собственным формам колебаний бруса  $\Pi_{23}(\omega t) = \sum_{n} X_{1n}(x_1, \tau) \cdot \tilde{F}_n(\tau)$ . Из условия ортогональности нормальных форм получим  $\tilde{F}_n(\tau) = \Pi_{23}(\omega t) \int_{0}^{t} X_{1n}(x_1, \tau) dx / \int_{0}^{t} X_{1n}^2(x_1, \tau) dx$ , то есть, опуская аргументы в правой части,

$$\Pi_{23}(\omega t) = \sum_{n} \Pi_{23}(\omega t) X_{1n} \int_{0}^{t} X_{1n} dx / \int_{0}^{t} X_{1n}^{2} dx.$$
(19)

Соответственно будем иметь

$$Y(x_{1},t) = \sum_{n} Y(x_{1},t) X_{1n} \int_{0}^{l} X_{1n} dx / \int_{0}^{l} X_{1n}^{2} dx .$$
<sup>(20)</sup>

Принимая во внимание уравнение (12) и что  $X_{1n}^{IV}(x_1, \tau) = k^4 X(x_1, \tau)$  и подставляя в первое уравнение системы (9) значения (17), (19) и (20) функций  $\Pi_{23}(\omega t)$  и  $Y(x_1, t)$ , для вычисления неизвестных функций  $T_n(t)$  получим выражение

$$\left\{ \mu \dot{T}_{n}^{'} + \left[ EIk^{4} + k_{n}\sigma(t-t_{1})\sigma(t_{2}-t_{1}) \right] T_{n} \right\} X_{1n} = -\mu \frac{d^{2}}{dt^{2}} \left\{ \Pi_{23}X_{1n} \int_{0}^{t} X_{1n} \, dx / \int_{0}^{t} X_{2n}^{2} \, dx + \Pi_{23}^{'} \left[ \Pi_{12}^{'}A_{3n} + A_{9n} + x_{1}\Pi_{12}^{'} \left( A_{2n} - A_{3n} \right) / l_{1} + x_{1} \left( A_{7n} - A_{9n} \right) / l_{1} \right] T_{n} \right\} - k_{n} \left\{ \left[ \Pi_{23} - Y(t_{1}, t) \right] X_{1n} \, dx / \int_{0}^{t} X_{2n}^{2} \, dx + H_{23}^{'} \left[ \Pi_{12}^{'}A_{3n} + A_{9n} + x_{1}\Pi_{12}^{'} \left( A_{2n} - A_{3n} \right) / l_{1} + x_{1} \left( A_{7n} - A_{9n} \right) / l_{1} \right] T_{n} \right\} \cdot \sigma(t-t_{1})\sigma(t_{2}-t).$$

$$(21)$$

Двукратным дифференцированием соответствующих слагаемых правой части уравнение (21) можно представить в виде

$$\ddot{T}_{n} + 2F_{n}(t)\dot{T}_{n} + G_{n}^{2}(t)T_{n} = Q_{n}(t).$$
 (22)

Выполним в уравнении (22) замену переменных:

$$T_n = \exp\left[-\int_0^t F_n(t)dt\right] Z_n(t) .$$
 (23)

Проведем подстановку уравнения (23) в (22), после деления на  $\exp \left[-\int_{0}^{t} F_{n}(t) dt\right]$ , имеем

$$\ddot{Z}_n + \Phi_n(t) Z_n = L(t), \qquad (24)$$

где

$$\Phi_n(t) = G_n^2(t) - F_n^2(t) - \dot{F}_n(t),$$
  
$$E_n(t) = Q_n(t) e \exp\left[\int_0^t F_n(t) dt\right]$$

Представим общее решение уравнения (24) как результат сложения общего решения однородного уравнения

$$\ddot{Z}_n + \Phi_n(t) Z_n = 0 \tag{25}$$

и частного уравнения (24), а именно:

$$Z_n = C_{1n} + C_{2n} + Z_n \tag{26}$$

где  $z_{1n}$ ,  $z_{2n}$  – линейно независимые решения уравнения (25);  $\overline{Z}_n$  – частотное решение уравнения (24);  $C_{1n}$ ,  $C_{2n}$  – произвольные постоянные, удовлетворяющие начальным условиям.

Решения уравнения (25) имеют вид

$$z_{1n}\sin\left(\int_{0}^{t}\sqrt{\Phi_{n}(t)dt}\right), \ z_{2n}\cos\left(\int_{0}^{t}\sqrt{\Phi_{n}(t)dt}\right)$$

Частотное уравнение  $Z_n$  – можно найти, используя метод вариации произвольных постоянных. Получим

$$\overline{Z}_n = \frac{1}{\Delta_0} \int_0^t \left[ Z_1(\tau) Z_2(t) - Z_2(\tau) Z_1(t) \right] L(\tau) dt,$$

где  $\Delta_0 = Z_1 \dot{Z}_2 - \dot{Z}_1 Z_2 = \text{const.}$ Решение выражения

Решение выражения (26) найдено, значит, найдены и решения уравнений (23) и (25). В соответствии с четвертым уравнением системы (8) имеем  $\psi_3 = (M_4 + I_4 \ddot{\psi}_4 + C_4 \psi_4) / C_4$ .

Для рассмотрения учета воздействия технологического сопротивления  $M_4$  на колебательный процесс бруса батана функцию  $\Psi_3(\Psi_4 M_4)$  необходимо подставить в выражение (18), при этом адекватным образом изменится правая часть уравнения (21).

#### Выводы

Предложена математическая модель решения задачи о вынужденных колебаниях упругой системы батанного и рапирного механизмов металлоткацких станков типа СТР, которая применима к нестационарным условиям работы станка (разгон, установившийся режим с учетом неравномерности вращения главного вала, останов). Данная модель позволит повысить качество анализа влияния колебательных процессов в приводе станка на изгибнокрутильные колебания бруса батана и оценить технологические и конструктивные параметры модернизируемых или проектируемых механизмов.

#### Список литературы

1. Тувин А.А. Развитие научного и методического обеспечения процессов проектирования оборудования и технического контроля производства тканых металлических сеток: дис. ... докт. техн. наук / А.А. Тувин; [Место защиты: ИГТА]. – Иваново, 2012. – 433 с.

2. Суров В.А. Динамика упругих систем батанных механизмов металлоткацких станков / В.А. Суров, А.А. Тувин. – Иваново: ИГТА, 2004. – 188 с.

3. Суров В.А. Обобщённая теория динамики упругих систем батанных механизмов и её приложение к рапирным металлоткацким станкам: дис. ... докт. техн. наук / В.А. Суров; [Место защиты: ИГТА]. – Иваново, 2005. – 366 с.

4. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике / М.Я. Выгодский. – М.: АСТ: Астрель, 2010. – 703 с.

5. Вульфсон И.И. Динамические расчеты цикловых механизмов / И.И. Вульфсон. – Л.: Машиностроение, 1976. – 328 с.