

УДК 519.6:378.145

АЛГОРИТМЫ ФОРМИРОВАНИЯ РАСПИСАНИЯ ЗАНЯТИЙ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Клеванский Н.Н.

ФГБОУ ВО «Саратовский государственный аграрный университет имени Н.И. Вавилова»,
Саратов, e-mail: nklevansky@yandex.ru

Формирование расписания занятий вуза является широко известной и достаточно обсуждаемой проблемой. Проблема связана с распределением трех ограниченных ресурсов системы – студентов, преподавателей и аудиторий в определенных промежутках времени с соблюдением соответствующих ограничений. Задача формирования расписания занятий вуза является NP-полной. В статье представлены основные концепции и подходы в реализации задач расписаний высших учебных заведений. Процедура планирования занятий использует две последовательно применяемые схемы генерации расписаний, реализованных в среде СУБД. Формирование начального расписания по первой схеме с использованием критерия наилучшего распределения ресурсов является базовым для следующей схемы – этапа оптимизации. Каждая схема генерации расписаний включает два правила приоритетов – процедур получения решений с использованием многокритериального, многовекторного и гипервекторного ранжирования. Предложены основные критерии в задачах выбора при формировании и оптимизации расписаний высших учебных заведений – критерии загруженности и равномерности ресурсов системы.

Ключевые слова: расписание, заявка, занятие, схема генерации расписания, правило приоритетов, методы ранжирования

HIGH SCHOOL TIMETABLING ALGORITHMS

Klevanskiy N.N.

Saratov State Agrarian University named after N.I. Vavilov, Saratov, e-mail: nklevansky@yandex.ru

High School Timetabling (HSTT) is a well known and wide spread problem. The problem consists of coordinating resources (e.g. rooms, teachers, and students), time slots and events (e.g. lectures) with respect to various constraints. Unfortunately, HSTT is hard to solve and just finding a feasible solution for simple variants of HSTT has been proven to be NP-complete. In the paper basic concepts for HSTT are presented. The HSTT procedure can be solved efficiently by two schedule generation schemes developed in database system. The first, a set of demands must be developed as initial solutions. A set of local and global resources are available for carrying out the activities of the systems. The solutions obtained by the first scheme with the best resource allocation rule are used as a baseline to compare those obtained by the latter. The second, the initial solution must be optimized. Each scheme consists of two heuristic solution-finding procedures based on priority rules. The priority rules use multi-criteria, multi-vector and hyper-vector ranking of decision support theory. The algorithm introduces the concept of an adjustable resource allocation factor which can be used to produce timetables. The basic criteria for choice operations are demanded – criterion of demand workload and criterion of resource equability.

Keywords: timetable, demand, activity, schedule generation scheme, priority rule, ranking methods

Формирование расписания занятий является одной из основных и наиболее сложных задач автоматизации управления учебным процессом вуза. В связи с большими различиями организации высшего образования в разных странах сделана попытка стандартизации ограничений для задач расписаний [9]. При учете всех ограничений, включая NP-полноту задачи, на передний план выходят эвристические методы, такие как имитация отжига [7], поиск с запретами [5, 8], эволюционные алгоритмы [10, 11]. В основе эвристики мультипроектного планирования находятся схемы формирования расписаний (SGS – schedule generation scheme) и правила приоритетов (PR – priority rules) [6]. Приоритетами являются критерии для определения очередности конкурирующих по ресурсам работ/проектов. В исследованиях по формированию расписаний вузов подобных подходов не обнаружено. Для

решения задачи формирования расписания занятий вуза предложены эвристики, основанные на критериях загруженности и равномерности использования ресурсов [1, 3].

Целью данной статьи является представление схем генерации и правил приоритетов на основе методов ранжирования в программном формировании расписания занятий российского высшего учебного заведения. Все занятия полагаются независимыми друг от друга.

Задача формирования расписания занятий вуза является задачей распределения трех ресурсов – студенческого контингента, преподавателей и аудиторий при проведении трех видов занятий: занятие одной группы с одним преподавателем; занятие нескольких групп с одним преподавателем – занятие потока; занятие одной группы с несколькими преподавателями – занятия подгрупп группы.

Расписание занятий составляется, прежде всего, для студентов, наиболее удобным для которых является расписание, занятия в котором проводятся в разные дни недели в одно и то же время. То есть качество расписания должно определяться такими факторами, как идентичность учебных дней каждой группы по количеству и времени проведения занятий, равное количество проводимых в один день занятий и т.п. Эти факторы применяются как оценки равномерности занятий в расписаниях групп [1].

Исходными данными для формирования расписания занятий являются заявки групп, в которых указывается студенческий контингент, преподаватель, дисциплина, вид занятия и требуемые или желаемые аудитории с набором признаков. Основной признак аудитории – вместимость. Дополнительные признаки могут быть требуемое оборудование – лабораторное, компьютерное, мультимедийное и т.п. Аудитория в заявке группы может иметь «пустое» значение – Null, заменяемое конкретным значением при формировании расписания. Студенческий контингент в заявке группы представлен группой, потоком и подгруппой. В зависимости от вида занятия поток и подгруппа могут иметь значения Null. Заявки групп формируются для каждой «пары» занятий каждой группы для двух недель расписания. На основе заявок групп перед началом формирования расписания формируются заявки занятий, далее заявки, структура которых в зависимости от типа занятия имеет различный характер.

Для формирования расписания занятий высшего учебного заведения использованы две последовательно применяемые схемы генерации расписаний [2]:

– конструктивная эвристика SGS_1 – стратегия формирования начального расписания;

– оптимизационная эвристика SGS_2 – стратегия оптимизация расписания.

Введем необходимые в математическом моделировании расписания обозначения.

Исходные данные задачи:

$G = \{g_i, i = \overline{1, I}\}$ – множество академических групп;

P, R – множества потоков и подгрупп академических групп;

$L = \{l_i, i = \overline{1, J}\}$ – множество преподавателей;

$A = \{a_i, i = \overline{1, K}\}$ – множество аудиторий;

$U = \{u(g, p, r, l, a)_i, i = \overline{1, M}\}$ – множество заявок групп, где:

– p – конкретный поток или – NULL;

– r – конкретная подгруппа или – NULL;

– l – конкретный преподаватель или – NULL;

– a – конкретная аудитория или NULL.

$T = \{t_i, i = \overline{1, n_i}\}$ – множество таймслотов – временных интервалов проведения занятий, однозначно определяющих номер «пары» – tn , день недели – td и ее признак – ts ;
 n_i – общее число таймслотов интервала расписания.

Исходные расчетные данные задачи:

N – количество занятий расписания;

$D = \{d_i, i = \overline{1, N}\}$ – множество заявок на проведение занятий;

$G_i = \{g_{i,j}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, n_{i,g}}\}$, $G_i \in G$ – подмножество групп i -ой заявки;

$ng_i, i = \overline{1, I}$ – количество заявок i -ой группы;

$np_i, i = \overline{1, J}$ – количество заявок i -ого преподавателя;

$na_i, i = \overline{1, K}$ – количество заявок i -ой аудитории.

Переменные задачи:

$E = \{e_i(g, p, r, l, a, tn, td, tf), i = \overline{1, N}\}$ – множество занятий расписания;

индекс занятия $i = \overline{1, N}$ – порядковый номер включения занятия в начальное расписание;

ni, nr – количества включенных и не включенных в начальное расписание занятий;

$ng_i^{sh}, i = \overline{1, I}$ – количество занятий i -ой группы, включенных в начальное расписание;

$np_i^{sh}, i = \overline{1, J}$ – количество занятий i -ого преподавателя, включенных в начальное расписание;

$na_i^{sh}, i = \overline{1, K}$ – количество занятий i -ой аудитории, включенных в начальное расписание;

Таблица 1

Оценки загруженности

i -ой группы	i -го преподавателя	i -ой аудитории
$c1_i = \frac{ng_i - ng_i^{sh}}{n_i - ng_i^{sh}} \quad (1)$	$c2_i = \frac{np_i - np_i^{sh}}{n_i - np_i^{sh}} \quad (2)$	$c3_i = \frac{na_i - na_i^{sh}}{n_i - na_i^{sh}} \quad (3)$

nt – количество таймслотов для включения заявки в начальное расписание занятий;
 w_k – количество занятий k -ой группы в интервале расписания;
 w_k^i – количество занятий k -ой группы на i -ой «паре» в интервале расписания;
 n_k^d – количество фактических учебных дней k -ой группы в интервале расписания;
 w_k^j – количество занятий k -ой группы j -ого учебного дня расписания;
 wd_k^j, wu_k^j – количество повторяющихся и не повторяющихся по времени занятий k -ой группы в j -ом и $(j + 7)$ -ом учебных днях интервала расписания.

Таблица 2

Оценки равномерности занятий k -ой группы

i -ой «пары»	j -ого учебного дня	по идентичности занятий в j -ом и $(j + 7)$ -ом учебных днях
$k1_k^i = 1 - \frac{w_k^i}{n_k^d}$ (4)	$k2_k^j = \begin{cases} 0, \text{int}\left(w_k^j - \frac{w_k}{n_k^d}\right) < 1 \\ 1, \text{ в противном случае} \end{cases}$ (5)	$k3_k^j = \frac{wu_k^j}{wd_k^j + wu_k^j}$ (6)

Значение оценки $k1_k^i$ присваивается всем занятиям i -ой «пары» k -ой группы. Значение оценки $k2_k^j$ присваивается всем занятиям j -ого учебного дня k -ой группы. Значение оценки $k3_k^j$ присваивается всем занятиям j -ого и $(j + 7)$ -ого учебных дней k -ой группы.

Критерий равномерности i -ого занятия расписания:

$$KT_i(g, p, r, l, a, tn, td, ts) = (\{k1_k^m\}, \{k2_k^{td}\}, \{k3_k^{td}\}, i = \overline{1, N}, k = \overline{1, n_{i,g}}). \quad (7)$$

Критерий равномерности расписания k -ой группы:

$$KG_k = (\{k1_k^i, i = \overline{1, n_d}\}, \{k2_k^j, j = \overline{1, 12}\}, \{k3_k^l, l = \overline{1, 6}\}), \quad (8)$$

где n_d – количество «пар» в день.

Введем булевы обозначения занятости группы $q_g \in Q_g$, занятости преподавателя $q_l \in Q_l$ и занятости аудитории $q_a \in Q_a$.

$$q_g(g, t) = \begin{cases} 1, \text{ если у группы } g \in G \text{ есть} \\ \text{занятие в таймслоте } t \in T; \\ 0 - \text{ в противном случае} \end{cases}$$

$$q_l(l, t) = \begin{cases} 1, \text{ если у преподавателя } l \in L \\ \text{есть занятие в таймслоте } t \in T; \\ 0 - \text{ в противном случае} \end{cases}$$

$$q_a(a, t) = \begin{cases} 1, \text{ если в аудитории } a \in A \\ \text{есть занятие в таймслоте } t \in T; \\ 0 - \text{ в противном случае} \end{cases}$$

Стратегия SGS_1 (**формирование начального расписания занятий**) состоит в циклическом выборе очередной заявки d_{ni+1} и ее включении в расписание $S = \{e_i, i = \overline{1, ni+1}\}$ так, чтобы минимизировать критерии равномерности групп последнего включаемого занятия

$$\min \{KG_k, k = \overline{1, n_{ni+1,g}}\} \quad (9)$$

при обязательных ограничениях

$$\sum_{g=1}^I \sum_{t=1}^{n_t} q_g(g, t) = N, \quad (10)$$

$$\forall t, \forall g \quad \sum q_g(g, t) \leq 1,$$

$$\forall t, \forall l \quad \sum q_l(l, t) \leq 1,$$

$$\forall t, \forall a \quad \sum q_a(a, t) \leq 1. \quad (11)$$

Целевая функция (9) обеспечивает наибольшую возможную равномерность занятий групп последней заявки, что достаточно для формирования начального расписания при включении очередного занятия. Условие (10) гарантирует включение всех заявок в начальное расписание. Неравенства ограничений (11) исключают возможность участия любых группы, преподавателя или аудитории более чем в одном занятии формируемого расписания.

SGS_1 содержит два правила приоритетов PR_{11} и PR_{12} , а в каждом цикле осуществляется:

– подготовка исходных данных для правила PR₁₁ – переопределение оценок загрузки групп, преподавателей и аудиторий, а также критериев загрузки заявок занятий, не включенных в начальное расписание;

– в правиле PR₁₁ осуществляется выбор наиболее загруженной заявки занятия среди занятий, не включенных в начальное расписание;

– подготовка исходных данных для правила PR₁₂ – определение критериев равномерности начального расписания в таймслотах для включения выбранной правилом PR₁₁ заявки в начальное расписание занятий;

– в правиле PR₁₂ определяется таймслот для включения выбранной правилом PR₁₁ заявки с обеспечением наибольшей равномерности потребления ресурсов системы.

Рассмотрим применение стратегии SGS₁ и правил приоритетов PR₁₁ и PR₁₂.

В начале каждого цикла формирования начального расписания (схема SGS₁) пересчитываются оценки загрузки ресурсов – групп, преподавателей и аудиторий (1–3), на основании которых формируются множества первых, вторых и третьих векторных компонент критериев загрузки заявок.

$$\left\{ (c1_{i,k}, i = \overline{1, n_g}), k = \overline{1, nr} \right\}, \quad (12)$$

$$\left\{ (c2_{i,k}, i = \overline{1, n_l}), k = \overline{1, nr} \right\}, \quad (13)$$

$$\left\{ (c3_{i,k}, i = \overline{1, n_a}), k = \overline{1, nr} \right\}. \quad (14)$$

Для определения самой загруженной заявки в правиле PR₁₁ применяется многовекторное ранжирование, заключающееся в следующем [2, 4]. Обратное многокритериальное ранжирование векторов (12–14) порождает множества рангов заявок по загрузке групп, преподавателей и аудиторий, формирующие множество векторов рангов заявок

$$\left\{ (rank1_k, rank2_k, rank3_k), k = \overline{1, nr} \right\}. \quad (15)$$

Старшая по рангу заявка, полученная прямым многокритериальным ранжированием векторов (15), является самой загруженной при принятых оценках и критериях загрузки. Она становится очередным кандидатом d_{ni+1} на включение в начальное расписание.

Для заявки d_{ni+1} определяется множество всех возможных в соответствии с обязательными ограничениями таймслотов расписания $\{t_i, i = \overline{1, nt}\}$. Оценки равномерности (4–6) групп заявки d_{ni+1} для каждого из таймслотов формируют три множества

множеств первых, вторых и третьих многовекторных компонент критериев равномерности.

$$\left\{ \{k1_k^i, i = \overline{1, n_g}\}, k = \overline{1, nt} \right\}, \quad (16)$$

$$\left\{ \{k2_k^i, i = \overline{1, n_g}\}, k = \overline{1, nt} \right\}, \quad (17)$$

$$\left\{ \{k3_k^i, i = \overline{1, n_g}\}, k = \overline{1, nt} \right\}. \quad (18)$$

Для нахождения таймслота t_k , обеспечивающего наибольшую равномерность расписаний групп заявки d_{ni+1} , правило PR₁₂ должно реализовать гипервекторное ранжирование критериев равномерности (16–18) заключающееся в следующем.

Прямое многокритериальное ранжирование каждого из множеств векторов (16–18) порождает три множества рангов критериев расписаний каждой группы.

$$\left\{ (rank4_{i,k}, i = \overline{1, n_g}), k = \overline{1, nt} \right\}, \quad (19)$$

$$\left\{ (rank5_{i,k}, i = \overline{1, n_g}), k = \overline{1, nt} \right\}, \quad (20)$$

$$\left\{ (rank6_{i,k}, i = \overline{1, n_g}), k = \overline{1, nt} \right\}. \quad (21)$$

Прямое многокритериальное ранжирование каждого из множеств векторов (19–21) порождает три множества рангов занятий для разных таймслотов $\{t_i, i = \overline{1, nt}\}$, формирующие множество векторов рангов занятий

$$\left\{ (rank7_k, rank8_k, rank9_k), k = \overline{1, nt} \right\}. \quad (22)$$

Прямое многокритериальное ранжирование векторов (22) определяет доминирующий вектор, индекс k которого определяет искомый таймслот, в котором будет проводиться занятие заявки d_{ni+1} . Если $nr > 0$, то переход к следующему шагу формирования начального расписания.

Стратегия SGS₂ (**оптимизация расписания занятий**) состоит в циклическом выборе очередного занятия и изменении расписания $S = \{e_i, i = \overline{1, N}\}$, которое минимизирует критерии равномерности групп последнего переставляемого занятия (9) при обязательных ограничениях (11).

В схеме SGS₂ используются два правила приоритетов PR₂₁ и PR₂₂. Правило PR₂₂ эквивалентно правилу PR₁₂, поэтому в каждом цикле SGS₂ осуществляется:

– подготовка исходных данных для правила PR₂₁ – переопределение оценок равномерности расписаний групп, а также критериев равномерности занятий расписания;

– в правиле PR_{21} осуществляется выбор наиболее неравномерного занятия расписания;
– дальнейшие действия совпадают с действиями схемы SGS_1 .

Рассмотрим применение стратегии SGS_2 и правила приоритетов PR_{21} .

В начале каждого цикла оптимизации расписания перерасчитываются оценки равномерности групп, на основании которых формируются множества первых, вторых и третьих векторных компонент критериев равномерности занятий.

$$\left\{ \left(k1_k^i, i = \overline{1, n_g} \right), k = \overline{1, N} \right\}, \quad (23)$$

$$\left\{ \left(k2_k^i, i = \overline{1, n_g} \right), k = \overline{1, N} \right\}, \quad (24)$$

$$\left\{ \left(k3_k^i, i = \overline{1, n_g} \right), k = \overline{1, N} \right\}. \quad (25)$$

Для определения самого неравномерного занятия в правиле PR_{21} применяется многовекторное ранжирование, заключающееся в следующем. Многокритериальное ранжирование векторов (23–25) порождает множества рангов занятий, формирующие множество векторов рангов

$$\left\{ \left(rank10_k, rank11_k, rank12_k \right), k = \overline{1, N} \right\}. \quad (26)$$

Старшее по рангу занятие, полученное многокритериальным ранжированием векторов (26), является самым неравномерным при принятых оценках и критериях равномерности и становится очередным кандидатом на перестановку в расписании. Далее, как и в схеме SGS_1 , для множества всех возможных в соответствии с обязательными ограничениями таймслотов расписания определяется искомым таймслот для перестановки.

Заключение

Автор считает новыми следующие положения и результаты:

– введены многовекторные критерии загрузки заявок и равномерности занятий расписания;

– разработан общий подход к формированию расписания занятий вуза на основе двух последовательно применяемых схем генерации расписаний;

– использование правил приоритетов базируется на методах ранжирования теории принятия решений.

Список литературы

1. Клеванский Н.Н. Формирование расписания занятий высших учебных заведений // Образовательные ресурсы и технологии. – 2015. – № 1. – С. 34–44.
2. Клеванский Н.Н. Метаэвристики формирования расписаний // Мехатроника, автоматика и робототехника. – 2017. – № 1. – С. 85–88.
3. Клеванский Н.Н., Кашин С.С. Формирование расписания занятий университета с использованием методов ранжирования // Вестник Саратовского государственного технического университета. – 2010. – № 4 (49). – С. 143–150.
4. Сафронов В.В. Основы системного анализа: методы многовекторной оптимизации и многовекторного ранжирования: монография. – Саратов: Научная книга, 2009. – 329 с.
5. Bello G.S., Rangel M.C., Boeres M.C.S. An approach for the class/teacher timetabling problem, in: Proceedings of the 7th International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling (PATAT'08), 2008. – P. 1–6.
6. Browning T.R., Yassine A.A. Resource-Constrained Multi-Project Scheduling: Priority Rule Performance Revisited. International Journal of Production Economics. – 2010. – № 126 (2). – P. 212–228.
7. da Fonseca G.H.G., Santos H.G., Toffolo T.A.M., Brito S.S., Souza M.J.F. GOAL solver: a hybrid local search based solver for high school timetabling // Annals of Operations Research. – 2014. – P. 1–21.
8. Luca Di Gaspero, Andrea Schaerf., Hybrid Local Search Techniques for the Generalized Balanced Academic Curriculum, In Proceedings of HM. – Berlin: Springer-Verlag, 2008. – P. 146–157.
9. Post G., Ahmadi S., Daskalaki S., Kingston J.H., Kyngas J., Nurmi C., Ranson D. An XML format for benchmarks in High School Timetabling // Annals of Operations Research. – 2012. – № 194(1). – P. 385–397.
10. Raghavjee R., Pillay N. A comparison of genetic algorithms and genetic programming in solving the school timetabling problem, in: Fourth World Congress on Nature and Biologically Inspired Computing (NaBIC 2012), IEEE. P. 98–103.
11. Shambour M.K.Y., Khader A.T., Kheiri A., Ozcan E. A two stage approach for high school timetabling, in: Lee, M., Hirose, A., Hou, Z.G., Kil, R.M. (Eds.), Neural Information Processing. Springer Berlin Heidelberg. volume 8226 of Lecture Notes in Computer Science, 2013. – P. 66–73.