

УДК 532.542

ОБОБЩЕНИЕ ФОРМУЛЫ КОЛБРУКА – УАЙТА НА ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ТРУБЕ С ПРОИЗВОЛЬНОЙ ПЕСОЧНОЙ ШЕРОХОВАТОСТЬЮ СТЕНКИ

Кондратьев А.С., Нья Т.Л., Швыдько П.П.

Московский политехнический университет, Москва, e-mail: ask41@mail.ru

Проведенный анализ инженерных методов расчета коэффициентов гидравлического сопротивления в круглой трубе и профиля скорости показал, что все рассмотренные методы расчета течения при переходном режиме направлены на сопряжение расчетных зависимостей для гидравлически гладкой и предельно шероховатой поверхности. В получаемых расчетных зависимостях не учитывалось наблюдаемое в опытах минимальное значение коэффициента гидравлического сопротивления, величина которого зависела от числа Рейнольдса и относительной шероховатости поверхности. В данной работе на основе анализа известных опытных данных Никурадзе и формулы Колбрука – Уайта предложена новая эмпирическая зависимость, которая достаточно хорошо согласуется с опытными данными, в том числе в области минимальных значений коэффициента гидравлического сопротивления. Получена простая зависимость, аппроксимирующая результаты численных расчетов, позволяющая определить профиль скорости при произвольной степени шероховатости стенки трубы.

Ключевые слова: турбулентный режим течения, гладкая стенка, песочная шероховатость, гидравлическое сопротивление, профиль скорости

THE COLEBROOK-WHITE GENERAL FORMULA IN PIPE FLOW FOR ARBITRARY SAND ROUGHNESS OF PIPE WALL

Kondratev A.S., Nha T.L., Shvydtko P.P.

Moscow Polytechnic University, Moscow, e-mail: ask41@mail.ru

The analysis of calculation engineering methods of hydraulic resistance coefficients in a circular pipe and the velocity profile showed that all the above calculating methods for the flow at the transition regime aimed at pairing calculated dependencies for hydraulically smooth and extremely rough surfaces. The obtained calculated dependencies was not considered observed in the experiments, the minimum value of the hydraulic resistance coefficient, which depended on the Reynolds number and the relative surface roughness. In this paper, based on analysis of the known experimental data of .Nikuradse and Colebrook-White formula, proposed a new empirical correlation, which is in a good agreement with the experimental data, in particular, in the region of minimum values of the hydraulic resistance coefficient. resistance the simple dependence, approximating the results of numerical calculations to determine the velocity profile for arbitrary sand roughness of pipe wall.

Keywords: turbulent flow regime, smooth wall, sand roughness, hydraulic resistance, the velocity profile

Необходимость повышения точности расчета коэффициентов гидравлического сопротивления при течении жидкостей в трубах с различной степенью песочной шероховатости внутренней поверхности стенки трубы требует дальнейшего обобщения опытных данных и, на их основе, совершенствования инженерных методов расчета. Основой для анализа являются опытные данные Никурадзе по движению ньютоновской жидкости в гладких и шероховатых трубах, приведенные, например, в работе [9]. На основании анализа этих опытных данных, с привлечением гипотез Прандтля, Кармана и других исследователей о физической природе турбулентного движения жидкости, получены достаточно простые аналитические выражения, позволяющие определить коэффициенты гидравлического сопротивления и профиля скорости в двух предельных случаях: гидравлически гладкой стенки ($0 \leq v_* k_s / \nu \leq 5; \lambda = \lambda(\text{Re})$) и режима течения с полным проявлением шероховатости ($v_* k_s / \nu \geq 70; \lambda = \lambda(k_s / \text{Re})$).

Здесь λ – коэффициент гидравлического сопротивления; v_* – динамическая скорость; ν – кинематическая вязкость жидкости; k_s – величина песочной (эквивалентной) шероховатости стенки; R – радиус трубы; $\text{Re} = 2U_m R / \nu$ – число Рейнольдса, определенное по средней скорости U_m и диаметру ($2R$).

В значительно меньшей степени исследованы режимы течения жидкости при переходном режиме

$$(5 \leq v_* k_s / \nu \leq 70; \lambda = \lambda(\text{Re}, k_s / R)).$$

Проанализируем работы, выполненные в последние годы. В работах [2, 3], используя формулы Прандтля и Кармана для коэффициентов гидравлического сопротивления гидравлически гладкой и предельно шероховатой поверхности

$$1/\sqrt{\lambda} = 2 \lg(\text{Re} \sqrt{\lambda}) - 0,8; \quad (1)$$

$$1/\sqrt{\lambda} = 2 \lg(R/k_s) + 1,74; \quad (2)$$

и известные логарифмические зависимости распределения скоростей для гидравлически гладких и предельно шероховатых труб, с использованием выражений (1) и (2) приведены к близким зависимостям

$$U / v_{\tau} = 2,5 \times \ln(y / R) + 2,88 / \sqrt{\lambda} + 3,5, \quad (3)$$

$$U / v_{\tau} = 2,5 \times \ln(y / R) + 2,828 / \sqrt{\lambda} + 3,75. \quad (3^1)$$

Обе зависимости практически идентичны и получены без приведения, каких-либо выражений для расчета λ при переходном режиме течения и даже обсуждения этого вопроса.

Автор не приводит выражения для расчета коэффициента гидравлического сопротивления, а, видимо, использует их опытные значения, получает удовлетворительное соответствие для ограниченного числа опытных данных по профилю скорости.

В работе [7] расчетная схема включает прилегающий к стенке вязкий подслои, переходящий в турбулентную зону смешения с постоянной длиной смешения. В области выше элементов шероховатости реализуется турбулентный режим течения с длиной пути смешения, зависящий от расстояния от поверхности. Заметим, что такая схематизация течения жидкости вдоль шероховатой поверхности ранее использовалась в работе [6] для расчета течения не только в ньютоновской жидкости, но и для неньютоновских жидкостей. Автор сравнивал результаты расчетов не с опытными данными Никурадзе, а с расчетом по формуле Колбрука – Уайта, которая, как известно [10], применима не к песочной, а к технической шероховатости. Кроме того, сравнение расчетных данных проводилось при больших числах Рейнольдса от области минимального значения коэффициента гидравлического сопротивления до максимального, соответствующего режиму с предельным проявлением шероховатости. Например, выпал из рассмотрения диапазон чисел Рейнольдса $4 \times 10^3 \leq Re < 10^4$ для частиц с максимальной песочной шероховатостью $R/k_s = 15$, а для частиц с минимальной шероховатостью $R/k_s = 507$ не рассмотрен диапазон чисел Рейнольдса $4 \times 10^3 \leq Re \leq 2 \times 10^5$.

В работе [4] автор предлагает рассчитывать коэффициент гидравлического сопротивления при переходном λ_r , гладком λ и квадратичном λ_s режимах сопротивления по формуле, выражающей принцип суперпозиции:

$$\lambda_r = \lambda (1 - \gamma) + \gamma \lambda_s, \quad (4)$$

где γ – коэффициент перемежаемости, равный отношению времени существования

турбулентного течения у стенки к общему времени наблюдения. Именно такая зависимость ранее использовалась в [6], где величина γ физически толковалась как доля поверхности, течение над которой соответствует режиму течения над гидравлически гладкой поверхностью, а $(1 - \gamma)$ течению над поверхностью с предельным проявлением шероховатости. Затем, не имея достаточных оснований, выражение (2) записывается в виде [4]

$$(\lambda_r)^{-1/2} = \lambda^{-1/2} (1 - \gamma) + \gamma \lambda_s^{-1/2}. \quad (4^1)$$

Полученные результаты вызывают сомнение, поскольку с равным успехом можно было подобрать эмпирическую зависимость, соответствующую выражению (4).

В большинстве из рассмотренных работ [2–4, 7] использовались логарифмические профили скорости для гидравлически гладкой и предельно шероховатой стенки трубы и соответствующие им зависимости коэффициентов гидравлических сопротивлений, а затем они обобщались на случай переходной режим. В работе [8], в рамках традиционной схемы течения над шероховатой поверхностью [9], выражение для скорости с произвольной степенью песочной шероховатости поверхности записывается в виде

$$U / v_{\tau} = 2,5 \times \ln(y / k_s) + B, \quad (5)$$

где величина B зависит от режима обтекания поверхности.

При переходном режиме используется известная зависимость

$$B = \sqrt{8 / \lambda} + 3,75 - 2,5 \times \ln(R / k_s);$$

$$\text{при } 0,025 < k_s / \delta < 5 \text{ и } 3 < v_{\tau} k_s / \nu < 70. \quad (6)$$

Также как в работе [7] закон сопротивления при переходном режиме задается формулой Колбрука – Уайта

$$1 / \sqrt{\lambda} = 1,74 - 2 \times \lg[k_s / R + 18,7 / (Re \sqrt{\lambda})], \quad (7)$$

что, как отмечалось выше, физически некорректно [9]. Поэтому расчеты течения в круглой трубе приведут к тем же ограниченным результатам, которые были получены в работе [7].

Следует отметить, что при использовании выражения (7) и подобной, наиболее простой в части процедуры вычислений, формуле Альтшуля [1]

$$\lambda = 0,11 \times [k_s / (2R) + 68 / Re]^{1/4} \quad (8)$$

величина λ плавно уменьшается с ростом числа Рейнольдса, то есть полностью игнорируется наличие минимума величины λ , зависящее от обеих величин $k_s / (2R)$ и Re .

Игнорирование этого опытного факта представляется весьма существенным, в связи с чем все конкретные рекомендации по расчету профиля скорости в этой зоне представляются недостаточно обоснованными.

В работе [10] автор показывает, что формулы Прандтля и Колбрука – Уайта, соответственно, могут быть выражены в виде функции Ламберта, зависящей только от величин $k_s/(2R)$ и Re . Использование функции Ламберта в чисто вычислительном аспекте не имеет никакого преимущества перед использованием классических выражений в области их применимости.

Покажем, что имеющихся опытных данных вполне достаточно для определения профилей скорости и коэффициентов гидравлического сопротивления при течении жидкости в круглых трубах. Основываясь на предварительном анализе, обобщим выражение для коэффициента гидравлического сопротивления (7), записывая его в виде

$$\lambda = \{-2 \lg[k_s / (R \times 7,413) + 2,5226 \times f / (Re \sqrt{\lambda})]\}^{-2}. \quad (9)$$

где f – поправочная функция, зависящая от безразмерного комплекса $(k_s \nu / \nu)$. Основанием для такого предположения является то, что, согласно опытным данным [9], ве-

личина B зависит от безразмерной переменной величины $\lg(k_s \nu / \nu)$.

Проведенные расчеты показали, что удовлетворительное соответствие с опытными данными по коэффициенту гидравлического сопротивления имеет место при следующем виде поправочной функции

$$f = 1 - 2,2 \times \lg(k_s \nu / \nu). \quad (10)$$

На рис. 1 показано сравнение опытных и расчетных величин λ по формулам (9), (10). В диапазоне чисел Рейнольдса $4 \times 10^3 \leq Re \leq 10^6$, расчетные значения λ хорошо согласуются с опытными данными в трубах с песочной шероховатостью стенки трубы, причем это относится и к положению минимального значения величины λ при величине относительной шероховатости в пределах $30,6 \leq R/k_s \leq 507$. Расчетные значения величины λ для технической шероховатости $R/k_s = 1300$ также удовлетворительно согласуются с опытными данными.

Число Рейнольдса, при котором шероховатую поверхность надо считать гидравлически гладкой, определим из условия равенства величин λ , рассчитываемых по формулам (1) и (9) [5]. В таблице приведены значения чисел Рейнольдса при различной степени песочной шероховатости стенки трубы.

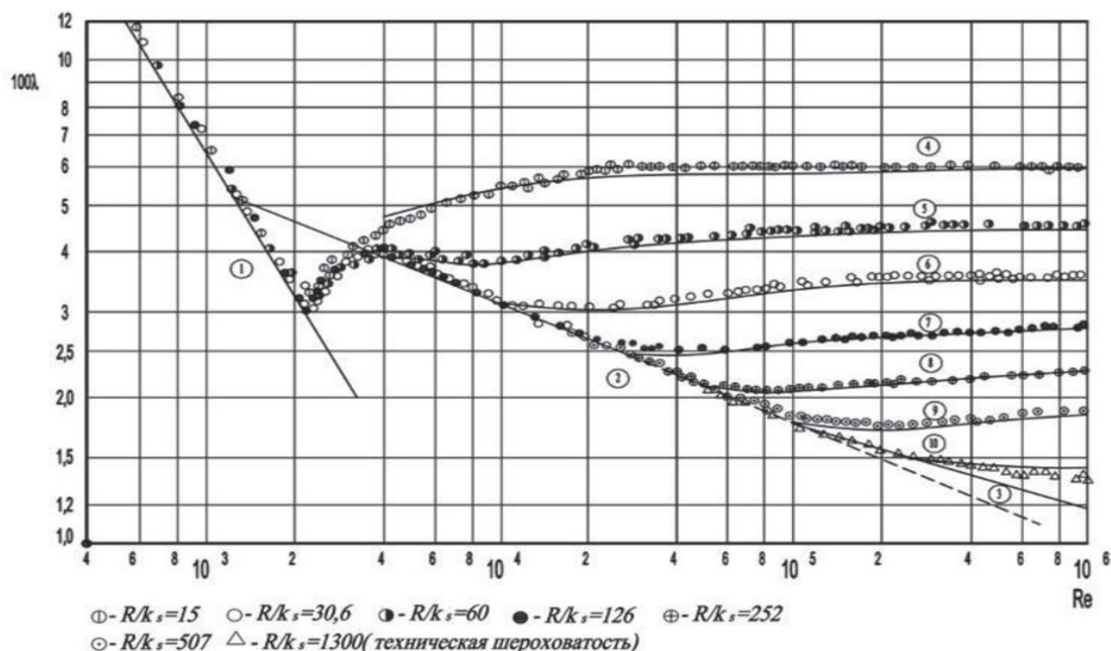


Рис. 1. Закон сопротивления для гладких и шероховатых труб. Кривая 1 соответствует ламинарному режиму течения. Кривая 2 соответствует формуле Блазиуса. Кривая 3 соответствует формуле Прандтля. Кривые 4–10 расчет по формуле (9)

Граница перехода течения с гидравлически гладкого на переходной режим

R/k_s	15	30,6	60	126	252	507	1300
Re	—	$4,58 \times 10^3$	10^4	$2,32 \times 10^4$	$5,15 \times 10^4$	$1,12 \times 10^5$	$9,5 \times 10^4$

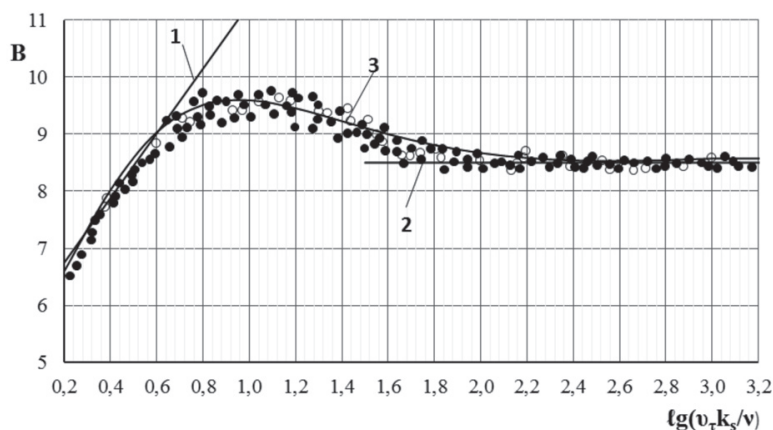


Рис. 2. Зависимость величины B от $\lg(v\tau k_s/v)$. Кривая 1 соответствует режиму без проявления шероховатости. Кривая 2 соответствует режиму с полным проявлением шероховатости. Кривая 3 – расчет по формуле (6)

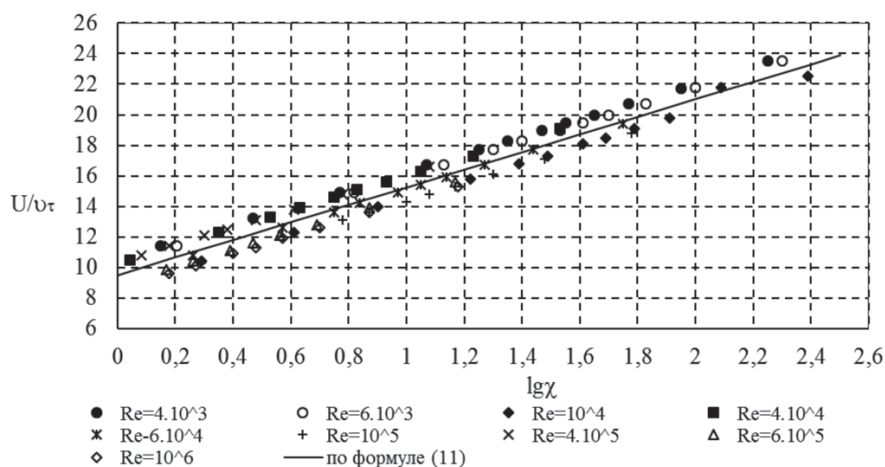


Рис. 3. Расчетные значения относительной скорости U/v_τ , определенные по формуле (5), и их аппроксимация по формуле (11)

Используя расчетные значения λ можно рассчитать величину B по формуле (6). На рис. 2 представлены результаты расчетов величины B по (8) при различной степени песочной шероховатости.

Профиль относительной расчетной скорости U/v_τ в трубе с произвольной песочной шероховатостью стенки трубы определяется по формуле (5), в которой величина B рассчитывалась по (6), а величина λ по

(9), (10). В качестве абсциссы использовался предложенный в [1] безразмерный параметр $\chi = [2,5v / (v_\tau y) + k_s / y]^{-1}$.

Расчет профиля скорости является важной задачей, но конечной практической целью расчетных исследований, как правило, является определение коэффициентов гидравлического сопротивления, при которых использование инженерных аналитических зависимостей представляется предпочтительным.

Результаты численных расчетов с погрешностью 10% аппроксимируются зависимостью

$$U / v_{\tau} = 9,5 + 5,75 \times \lg \chi. \quad (11)$$

Отметим, что ранее нами была рассмотрена эта же задача [5], при решении которой вначале была предложена эмпирическая зависимость для расчета величины B , а затем рассчитывался коэффициент гидравлического сопротивления и профиль относительной скорости. В вычислительном плане предложенная аппроксимация (10) значительно упрощает процедуру расчета.

Список литературы

1. Альтшуль А.Д. Гидравлические сопротивления. – М.: Недра, 1982. – 224 с.
2. Байков В.Н. Универсальное распределение скоростей в водных потоках при различных режимах гидравлического сопротивления // Вест. МГСУ. – 2009. – № 1. – С. 19–184.
3. Брянская Ю.В. Уточнение кинематических характеристик турбулентного течения // Инженерно-строительный журн. – 2013. – № 6. – С. 31–38.
4. Брянская Ю.В. Переमेжаемость течения при переходном режиме гидравлического // Вест. МГСУ. – 2013. – № 1. – С. 177–184.
5. Кондратьев А.С., Нья Л.Т., Швыдко П.П. Инженерный метод расчета коэффициента гидравлического сопротивления и профиля скорости при произвольной песочной шероховатости стенки трубы // Гидравлика. Сетевой журн. – 2016. – № 12. – С. 41–49.
6. Кондратьев А.С., Овсянников В.М., Олофинский Е.П. и др. Транспортирование водоугольных суспензий: гидродинамика и температурный режим. – М.: Недра, 1988. – 213 с.
7. Лобанов И.Е. Теория гидравлического сопротивления в прямых круглых трубах с шероховатыми стенками // Отраслевые аспекты технических наук Науч. – практ. журн. – 2012. – № 4(16). – С. 4–13.

8. Храмов И.В., Бульбович Р.В., Павлоградский В.В. Влияние шероховатости на профиль скорости в трубах квадратного сечения // Приволжский науч. вест. – 2013. – № 6 (22). – С. 5–12.

9. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Физматгиз, 1974. – 712 с.

10. Янышев Д.С. Применение функции Ламберта в теории турбулентного трения // Электр. журн. Труды МАИ. – 2015. – Вып. 50. – 11 с; URL: www.mai.ru/science/trudy.

References

1. Altshul A.D. Gidravlicheskie soprotivleniya. M.: Nedra, 1982. 224 p.
2. Bajkov V.N. Universalnoe raspredelenie skorostej v vodnyh potokah pri razlichnyh re-zhimah gidravlicheskogo soprotivleniya // Vest. MGSU. 2009. no. 1. pp. 19–184.
3. Brjanskaja Ju.V. Utochnenie kinematicheskikh harakteristik turbulentnogo techeniya // Inzhe-nerno-stroitelnyj zhur. 2013. no. 6. pp. 31–38.
4. Brjanskaja Ju.V. Peremezhhaemost techeniya pri perehodnom rezhime gidravlicheskogo // Vest. MGSU. 2013. no. 1. pp. 177–184.
5. Kondratev A.S., Na L.T., Shvydko P.P. Inzhenernyj metod rascheta koefefficienta gid-ravlicheskogo soprotivleniya i profilja skorosti pri proizvolnoj pesochnoj sherohovato-sti stenki truby // Gidravlika. Setevoy zhurn. 2016. no. 12. pp. 41–49.
6. Kondratev A.S., Ovsjannikov V.M., Olofinskij E.P. i dr. Transportirovanie vodougol-nyh suspenzij: gidrodinamika i temperaturnyj rezhim. M.: Nedra, 1988. 213 p.
7. Lobanov I.E. Teorija gidravlicheskogo soprotivleniya v prjamyh kruglyh trubah s sherohovatymi stenkami // Otrasleyve aspekty tehnikeskikh nauk Nauch. prakt. zhurn. 2012. no. 4(16). pp. 4–13.
8. Hramcov I.V., Bulbovich R.V., Pavlogradskij V.V. Vli-jaine sherohovatosti na profil skorosti v trubah kvadratnogo secheniya // Privolzhsckij nauch. vest. 2013. no. 6 (22). pp. 5–12.
9. Shlihting G. Teorija pogranichnogo sloja. M.: Fizmatgiz, 1974. 712 p.
10. Janyshev D.S. Primenenie funkci Lamberta v teorii turbulentnogo treniya // Jelektr. zhurn. Trudy MAI. 2015. Vyp. 50. 11 p; URL: www.mai.ru/science/trudy.