

УДК 656.02: 351.811.12

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЙ В МАТРИЦЕ КОРРЕСПОНДЕНЦИЙ В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

Наумова Н.А.*ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет»,
Краснодар, e-mail: Nataly_Naumova@mail.ru*

Способность контролировать в режиме реального времени распределение корреспонденций по сети и изменения в интенсивности транспортных потоков позволяет прогнозировать возникновение заторов, предотвращать нежелательные последствия резкого роста интенсивности на отдельных участках сети. Для обеспечения точности и надежности оценки регрессионную модель изменений в транспортных потоках уточняют с помощью полученных от датчиков показаний. В данной работе предлагается метод оценки динамических изменений в матрице корреспонденций, базирующийся на мезоскопической математической модели распределения транспортных потоков по сети, разработанной автором. С этой целью разработан алгоритм оценки изменений в матрице пропорциональных отношений в режиме реального времени. Разработан и приведен метод формирования матрицы корреспонденций по известной матрице пропорциональных изменений. Разработаны и приведены методы уточнения прогнозируемых элементов матриц с помощью фильтрации Кальмана.

Ключевые слова: динамические изменения в транспортном потоке, матрица корреспонденций, матрица пропорциональных отношений, фильтр Кальмана

PREDICTION OF CHANGES IN MATRIX OF ORIGIN-DESTINATION DEMAND IN REAL TIME

Naumova N.A.*Kuban State Technological University, Krasnodar, e-mail: Nataly_Naumova@mail.ru*

The ability to monitor the real-time distribution of correspondence on the network and changes in the intensity of traffic allows to predict the occurrence of traffic congestion and prevent unwanted effects of rapid growth rate in some parts of the network. Regression models of changes in traffic flows normally specify by means measurements obtained from the sensors to ensure the accuracy and reliability of the estimation. In this paper we propose a method for estimating the dynamic changes in the origin-destination matrix, based on the mathematical model of the distribution of traffic flows on the network. This mesoscopic mathematical model has been developed earlier by the author. To this end, the algorithm for real-time estimating changes in link proportion matrix has been developed. The method of forming origin-destination matrix using known link proportion matrix was developed by the author. It is shown in this paper. Methods to refine the projected matrix elements using Kalman filtering have been developed. They are also given in the article.

Keywords: real-time traffic, origin-destination matrix, link proportion matrix, the Kalman filter

Целью внедрения Интеллектуальных транспортных систем является получение возможности быстро реагировать на изменяющиеся условия в системе и оптимизировать ее функционирование. Способность контролировать в режиме реального времени распределение корреспонденций по сети и изменения в интенсивности транспортных потоков позволяет прогнозировать возникновение заторов, предотвращать нежелательные последствия резкого роста интенсивности на отдельных участках сети. Значительные усилия ученых в течение последних двадцати лет были направлены на решение задачи прогнозирования матрицы корреспонденций в режиме реального времени, на оценку спроса на перевозки внутри транспортной сети с учетом динамических изменений в интенсивности движения. Данной проблемой занимались Okutani, Stephanedes,

Kang, Chang, Tao, Peeta, Ziliaskopoulos, Ashok, Ben-Akiva, Mahmassani и целый ряд других исследователей.

Строить оценку матрицы корреспонденций только на основании исторических данных невозможно, так как поток корреспонденций зависит от большого числа случайных факторов. Даже если прогноз требуется на краткосрочный период. Для обеспечения точности и надежности оценки регрессионную модель изменений в транспортных потоках уточняют с помощью полученных от датчиков показаний. Часто с этой целью применяют фильтрацию Кальмана.

В данной работе предлагается метод оценки динамических изменений в матрице корреспонденций, базирующийся на мезоскопической математической модели распределения транспортных потоков по сети, разработанной автором [5].

Расчет LP-матрицы (матрицы пропорциональных отношений) в динамическом режиме

Матрица корреспонденций (OD-матрица) содержит информацию о числе транспортных средств, проходящих от «источника» к «стоку» в течение времени t :

$$OD = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где $a_{j_1 j_2}$ – число транспортных средств, проходящих от «источника» j_1 к «стоку» j_2 ; $a_{j_2 j_1}$ – число транспортных средств, проходящих в обратную сторону от j_2 к j_1 .

Традиционно (например, в работе [6]) LP-матрица несет информацию о доле транспортных средств, проходящих по дуге i в течение обследуемого времени t и относящихся к паре «источник – сток» № j . Она должна быть составлена для каждой дуги i транспортной сети. Ее размерность совпадает с размерностью матрицы корреспонденций. В данной работе предполагается хранить в LP-матрице два параметра: количество транспортных средств, соответствующих данной паре и дуге N_{ij} , и долю LP_{ij} этих транспортных средств.

Если есть заинтересованность в потоке только между отдельными парами j «источник – сток», то OD- и LP-матрицы формируем только для них.

Предполагается, что для начального этапа off-line составлены OD- и LP-матрицы. Дальнейшая их корректировка на каждом k -м шаге проводится в соответствии с данными об интенсивности движения транспортных потоков по полосам, поступающими с датчиков в режиме on-line. Кроме того, перед началом перераспределения корреспонденций на k -м шаге уже получены матрицы $A_{STREETS}$ и $B_{INTERSECTION}$ с новыми значениями параметров распределения Эрланга, скорректированными с помощью Фильтра Кальмана [3].

Алгоритм 1 прогнозирования доли транспортных средств, проходящих по каждой дуге и относящихся к конкретной паре «источник – сток», представлен ниже:

- 1) выбираем пару j «источник – сток»;
- 2) формируем для пары j множество оптимальных маршрутов (как множество дуг, по которым он проходит) и число транспортных средств, использующих этот

маршрут, исходя из принципа равновесия на следующий такт времени;

3) рассчитываем долю транспортных средств, относящихся к паре j на дуге i , она равна отношению интенсивности $(N_{ij})_k$, соответствующей паре j , к полной интенсивности $(N_i)_k$ потока по дуге: $(LP_{ij})_k = \frac{(N_{ij})_k}{(N_i)_k}$,

если дуга относится к оптимальному маршруту (если дуга не относится к оптимальному маршруту, то доля транспортных средств равна нулю);

4) составляем LP-матрицы для каждой из дуг, учитывая расчеты шага 3, на следующий такт времени;

5) корректируем интенсивность по дугам в матрицах $A_{STREETS}$ и $B_{INTERSECTION}$ с помощью фильтра Кальмана;

6) переходим к пункту 1.

Второй пункт Алгоритма 1 требует отдельного пояснения. Изменения в интенсивности движения происходят между несколькими парами «источник – сток» (точнее, мы контролируем все пары, входящие в матрицу корреспонденций). Поэтому следует использовать Алгоритм 2 из работы автора [2], в котором на каждом шаге определяются оптимальные маршруты для каждой пары. Расчеты проводятся аналитическим методом с помощью авторской модели TlMeR_Mod. Аналитический метод позволяет повысить скорость расчетов.

Так как временная ось разбита на промежутки малой величины, то можно считать, что оптимальный маршрут, вычисленный в пункте 2 для отдельного требования, соответствующего паре j , остается таковым для всех $\Delta(N_{ij})_k$ требований. Поэтому число корреспонденций для пары j на каждом шаге изменяется только за счет изменений по одному маршруту (оптимальному для данного шага).

В пункте 3 следует учитывать следующий факт: если дуга не относится к оптимальному маршруту, то доля транспортных средств равна нулю, пересчитывать ее не надо. Пересчитывать следует только долю тех дуг, для которых наблюдается ненулевое изменение интенсивности $\Delta(N_{ij})_k$ для данной пары «источник – сток».

Формирование матрицы корреспонденций по известной матрице пропорциональных изменений в динамическом режиме

Зная матрицу пропорциональных отношений на текущем и предыдущем периодах

времени, можно найти процентное изменение числа транспортных средств, относящихся к каждой паре j «источник – сток» для каждой дуги i :

$$(\Delta_{ij})_k = (LP_{ij})_k - (LP_{ij})_{k-1} \text{ – для всех дуг } i. \quad (2)$$

Тогда среднее процентное изменение $(\bar{\Delta}_j)_k$ для пары j на k -м шаге является точечной оценкой истинного изменения числа транспортных средств, относящихся к каждой паре j в текущий момент времени:

$$(\bar{\Delta}_j)_k = \frac{\sum_i (\Delta_{ij})_k}{m}. \quad (3)$$

Здесь m – количество дуг, по которым прошел оптимальный маршрут на данном шаге для данной пары j (дуги, процентное изменение для которых в LP -матрице равно нулю, не учитываются).

Тогда прогнозное значение для числа корреспонденций на следующий шаг:

$$D_{j,k+1} = D_{j,k} \times \left(1 + (\bar{\Delta}_j)_k\right). \quad (4)$$

Из элементов $D_{j,k+1}$ формируется OD-матрица для следующего шага.

Для формирования LP -матрицы на $(k+1)$ -й шаг рассчитываем:

– изменение интенсивности для пары j на дуге i :

$$\Delta(N_{ij})_{k+1} = D_{j,k} \times (\bar{\Delta}_j)_k;$$

– интенсивность для пары j на дуге i :

$$(N_{ij})_{k+1} = (N_{ij})_k + \Delta(N_{ij})_{k+1};$$

– долю транспортных средств на дуге i , соответствующую паре j :

$$(LP_{ij})_{k+1} = \frac{(N_{ij})_{k+1}}{(N_i)_{k+1}}.$$

Уточнение LP-матрицы с применением фильтра Кальмана в случае, если известна матрица корреспонденций для всех пар «источник – сток»

При прогнозировании матрицы пропорциональных отношений и матрицы корреспонденций неизбежно возникают ошибки вычислений. Желательно на каждом этапе уточнять одну или другую матрицу, сравнивая вычисленные с помощью модели

$$(N_i)_{k+1}^{opt} = K \cdot (\tilde{N}_i)_{k+1} + (1-K) \cdot \left((N_i)_k^{opt} + u_k\right). \quad (8)$$

Чтобы найти значение коэффициента Кальмана K , надо минимизировать ошибку:

$$\varepsilon_{k+1} = (N_i)_{k+1} - (N_i)_{k+1}^{opt}; \quad \varepsilon_{k+1} = (N_i)_k + u_k + \xi_k - K \cdot (\tilde{N}_i)_{k+1} - (1-K) \cdot \left((N_i)_k^{opt} + u_k\right).$$

значения с некоторыми эмпирическими значениями. В данной работе с этой целью используется фильтр Кальмана [3].

Если OD-матрица построена для всех возможных пар j «источник – сток», то справедливо равенство

$$\sum_j (N_{ij})_k = (N_i)_k. \quad (5)$$

То есть для каждой дуги на каждом шаге сумма интенсивностей, соответствующих интенсивности для пары j на дуге i , равна интенсивности по дуге i . Интенсивность $(N_i)_k$ на каждом шаге измеряется с помощью датчиков. Здесь возможны ошибки измерения:

$$(\tilde{N}_i)_k = (N_i)_k + \eta_k, \quad (6)$$

где $(\tilde{N}_i)_{kk}$ – измеряемое значение интенсивности на дуге; $(N_i)_k$ – истинное значение, η_k – ошибка измерения.

$$(N_{ij})_{k+1} = (N_{ij})_k + D_{j,k} \times (\bar{\Delta}_j)_k + \xi_{j,k}, \quad (7)$$

где $\xi_{j,k}$ – ошибка модели.

Просуммируем (7) по j с учетом (5):

$$(N_i)_{k+1} = (N_i)_k + \sum_j D_{j,k} \times (\bar{\Delta}_j)_k + \sum_j \xi_{j,k}. \quad (8)$$

Обозначим

$$u_k = \sum_j D_{j,k} \times (\bar{\Delta}_j)_k; \quad \xi_k = \sum_j \xi_{j,k}.$$

Тогда

$$(N_i)_{k+1} = (N_i)_k + u_k + \xi_k. \quad (9)$$

Ошибка модели ξ_k и ошибка сенсора η_k – случайные величины. Их законы распределения не зависят от времени (от номера итерации k). Средние значения $M(\xi_k) = 0$, $M(\eta_k) = 0$. Оценку дисперсии случайных величин $\xi_k = (N_i)_{k+1}^{real} - ((N_i)_k + u_k)$ и $\eta_k = (\tilde{N}_i)_k - (N_i)_k = \frac{1}{x_B} - N_i^{real}$ надо вычислять непосредственно перед началом online процесса (см., например, [1]).

Предполагается, что все случайные ошибки независимы друг от друга: какая ошибка будет в момент времени k , совершенно не зависит от ошибки в другой момент времени k' .

$$(N_i)_{k+1}^{opt} = K \cdot (\tilde{N}_i)_{k+1} + (1-K) \cdot \left((N_i)_k^{opt} + u_k\right). \quad (10)$$

Чтобы найти значение коэффициента Кальмана K , надо минимизировать ошибку:

$$\varepsilon_{k+1} = (N_i)_{k+1} - (N_i)_{k+1}^{opt}; \quad \varepsilon_{k+1} = (N_i)_k + u_k + \xi_k - K \cdot (\tilde{N}_i)_{k+1} - (1-K) \cdot \left((N_i)_k^{opt} + u_k\right).$$

После упрощений получим

$$\varepsilon_{k+1} = (1 - K) \cdot (e_k + \xi_k) - K \cdot \eta_{k+1}. \quad (11)$$

Математическое ожидание квадрата ошибки:

$$M((\varepsilon_{k+1})^2) = (1 - K)^2 \cdot (M((\varepsilon_k)^2) + D(\xi)) + K^2 \cdot D((\eta)^2). \quad (12)$$

Найдем производную по переменной K , приравняем к нулю. Тогда получим коэффициент Кальмана на шаге $(k + 1)$:

$$K_{k+1} = \frac{M((\varepsilon_k)^2) + D(\xi)}{M((\varepsilon_k)^2) + D(\xi) + D(\eta)}. \quad (13)$$

А следовательно,

$$M((\varepsilon_{k+1})^2) = D(\eta) \cdot \frac{M((\varepsilon_k)^2) + D(\xi)}{M((\varepsilon_k)^2) + D(\xi) + D(\eta)}.$$

Тогда элементы LP -матрицы уточняем по рекурсивной формуле:

$$(N_{ij})_{k+1}^{opt} = K_{k+1} \cdot (\tilde{N}_{ij})_{k+1} + (1 - K_{k+1}) \cdot \left((N_{ij})_k^{opt} + D_{j,k} \times (\bar{\Delta}_j)_k \right). \quad (14)$$

Для начального этапа можно принять

$$K_1 = 0,5; \quad \varepsilon_1 = (N_i)_1 - (N_i)_1^{opt}; \quad M((\varepsilon_1)^2) = (\varepsilon_1)^2.$$

Уточнение OD-матрицы в случае, если требуется контролировать число корреспондентий только между отдельными пунктами «источник – сток»

Если матрица корреспондентий составлена не для всех возможных пар «источник – сток», то равенство (5) не выполняется, а следовательно, контролировать расчетные значения по измерениям интенсивности так, как указано в предыдущем пункте, не представляется возможным.

Если возможно контролировать число убывающих корреспондентий из каждого пункта, указанного в OD-матрице, то возможно корректировать и прогнозные значе-

ния матрицы корреспондентий также с помощью фильтра Кальмана.

$$\tilde{D}_{j,k} = D_{j,k} + \eta_k, \quad (15)$$

где $\tilde{D}_{j,k}$ – измеряемое значение числа корреспондентий на шаге k , соответствующее паре j ; $D_{j,k}$ – истинное значение, η_k – ошибка измерения.

$$D_{j,k+1} = D_{j,k} \times \left(1 + (\bar{\Delta}_j)_k \right) + \xi_k; \quad (16)$$

$$D_{j,k+1} = D_{j,k} + D_{j,k} \times (\bar{\Delta}_j)_k + \xi_k,$$

где ξ_k – ошибка модели.

$$(D_{j,k+1})^{opt} = K_{k+1} \cdot \tilde{D}_{j,k+1} + (1 - K_{k+1}) \cdot \left(D_{j,k}^{opt} + D_{j,k} \times (\bar{\Delta}_j)_k \right). \quad (17)$$

Аналогично предыдущему получим рекурсивные формулы:

$$K_{k+1} = \frac{M((\varepsilon_k)^2) + D(\xi)}{M((\varepsilon_k)^2) + D(\xi) + D(\eta)} - \text{коэффициент Кальмана на шаге } (k + 1).$$

$$M((\varepsilon_{k+1})^2) = D(\eta) \cdot \frac{M((\varepsilon_k)^2) + D(\xi)}{M((\varepsilon_k)^2) + D(\xi) + D(\eta)}.$$

Дисперсии $D(\xi)$ и $D(\eta)$ должны быть вычислены заранее off-line.

Формула (17) – прогнозное значение элементов матрицы корреспондентий для следующего шага.

Заключение

Оценка и прогнозирование в динамическом режиме матрицы корреспонденций – одна из важнейших задач в транспортной сфере. Метод, предложенный автором в данной работе, учитывает как регрессионную зависимость в изменении распределения интенсивностей потоков транспортных средств, так и случайные факторы, неизбежно влияющие на эти значения. С целью уточнения прогнозируемых данных используется фильтр Кальмана – лучший среди линейных фильтров [4]. Расчеты базируются на идее равновесного распределения потоков по сети и корректируются при каждой итерации. Все это позволяет повысить качество прогнозируемых параметров.

Работа выполнена при поддержке РФФИ и администрации Краснодарского края, проект р-юг-а -16-48-230720.

Список литературы

1. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения: учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 2000. – 480 с.
2. Наумова Н.А., Данович Л.М., Данович Ю.И. Алгоритм определения базы данных распределения интенсивностей транспортных потоков при введении в эксплуатацию новых потокообразующих объектов // *Фундаментальные исследования*. – 2014. – № 9–2. – С. 273–276.
3. Kalman R.E. A new approach to liner filtering and prediction problems. *Transactions of the ASME // Journal of Basic Engineering*. – 1960. – № 82 (Series D). – P. 35–45.

4. Nanne J. van der Zipp, Rudi Hamerslag. Improved Kalman filtering approach for estimating Origing-Destination matrices for freeway corridors // *Transportation Research Record*. – 1994. – № 1443. – P. 54–64.

5. Naumova N., Danovich L. A model of flows distribution in the network // *Life Science Journal*. – 2014. – № 11(6). – P. 591–597.

6. Zhou X., Qin X., Mahmassani H.S. Dynamic origin–destination demand estimation using multi-day link traffic counts for planning applications // *Transportation Research Record*. – 2003. – № 1831. – P. 30–38.

References

1. Ventcel E.S., Ovcharov L.A. Teorija verojatnostej i ee inzhenernye prilozhenija [Theory of Probability and its engineering applications]: ucheb. posobie dlja vtuzov. M.: Vyssh. shk., 2000. 480 p.
2. Naumova N.A., Danovich L.M., Danovich YU.I. Algoritm opredelenija bazy dannyh raspredelenija intensivnostej transportnyh potokov pri vvedenii v jekspluataciju novyh potokoobrazujushhij obektov [The algorithm for calculating the database of distribution traffic flows after the commissioning of new objects] // *Fundamentalnye issledovanija. Fundamental research*. 2014. no 9–2. pp. 273–276.
3. Kalman R.E., 1960. A new approach to liner filtering and prediction problems. *Transactions of the ASME–Journal of Basic Engineering*, 82 (Series D): 35–45.
4. Nanne J. van der Zipp, Rudi Hamerslag, 1994. Improved Kalman filtering approach for estimating Origing-Destination matrices for freeway corridors. *Transportation Research Record* 1443, 54–64.
5. Naumova N., Danovich L. A model of flows distribution in the network // *Life Science Journal*. 2014. no. 11(6). pp. 591–597.
6. Zhou X., Qin X., Mahmassani H.S. 2003. Dynamic origin–destination demand estimation using multi-day link traffic counts for planning applications. *Transportation Research Record* 1831, 30–38.