

УДК 656.02: 351.811.12

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ В ДИНАМИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ ДЛЯ МОДЕЛИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ ПО СЕТИ

Данович Л.М., Наумова Н.А.

ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет»,  
Краснодар, e-mail: Nataly\_Naumova@mail.ru

В настоящее время актуальной проблемой при решении задач эффективной организации движения является возможность прогнозирования распределения транспортных потоков по сети в режиме реального времени. Уровень оперативности и эффективности управленческих решений напрямую зависит от точности прогнозируемых параметров управления транспортными потоками. При применении с этой целью фильтра Кальмана на каждом этапе прогнозируемые данные корректируются с помощью данных, полученных путем непосредственных измерений. В работе предложен метод прогнозирования исходных данных для авторской модели распределения транспортных потоков по сети. Модель базируется на гипотезе о распределении временных интервалов между транспортными средствами по обобщенному закону Эрланга. Параметры Эрланга рассчитываются на основе натурных измерений с помощью датчиков. Разработан метод рекурсивного определения параметров Эрланга с помощью фильтра Кальмана. Предложен алгоритм автоматизированного расчета параметров.

**Ключевые слова:** транспортные потоки, математическая модель, прогнозирование, фильтр Кальмана

## PREDICTION OF BASIC DATA FOR THE MODEL OF DISTRIBUTION OF NETWORK TRAFFIC FLOW IN DYNAMIC MODE

Danovich L.M., Naumova N.A.

Kuban State Technological University, Krasnodar, e-mail: Nataly\_Naumova@mail.ru

Currently, the ability to predict the distribution of traffic flows on the network in real-time is an actual problem in solving problems of effective traffic management. The level of efficiency and effectiveness of management decisions is directly dependent on the accuracy of the predicted traffic management parameters. In applying this purpose Kalman filter at each stage, the projected data is corrected using the obtained data by direct measurement. The paper presents a method for predicting the original data for the author's model of the distribution of traffic flows across the network. The model is based on the hypothesis that the time intervals between vehicles are distributed by the generalized Erlang law. Erlang parameters are calculated on the basis of field measurements by sensors. The method of recursive completions Erlang parameters using the Kalman filter was developed. Algorithm for automated calculation of the parameters proposed in the article.

**Keywords:** traffic flow, mathematical model, prediction, Kalman filter

В настоящее время актуальной проблемой при решении задач эффективной организации движения является возможность прогнозирования распределения транспортных потоков по сети в режиме реального времени. Имея аппарат для определения в режиме on-line параметров распределения транспортных средств по улично-дорожной сети, возможно рассчитывать задержки транспортных средств при различной схеме организации движения на подходах к перекрестку, определять целесообразность введения или отмены светофорного регулирования при той или иной схеме организации движения, определять оптимальные параметры светофорного регулирования с краткосрочной задержкой реагирования на изменения в интенсивности движения транспортных средств по различным направлениям, вы-

бирать оптимальные маршруты для отдельных транспортных средств.

Разработанная авторами мезоскопическая модель TIMeR\_Mod дает возможность решать как задачи, требующие выдачи результатов в режиме реального времени, что особенно важно для Интеллектуальных транспортных систем, так как позволит динамично информировать участников дорожного движения, так и прогнозные задачи.

Точность выдаваемых результатов зависит от того, насколько точно предсказаны исходные данные для модели. При применении с этой целью фильтра Кальмана на каждом этапе прогнозируемые данные корректируются с помощью данных, полученных с помощью непосредственных измерений. Это позволяет увеличить эффективность принятия решений по организации движения.

**Структура матриц  $A_{STREETS}$  и  $B_{INTERSECTION}$  содержащих информацию о распределении транспортных потоков по сети**

Исходными данными для решения различных транспортных задач с помощью модели TIMeR\_Mod является текущая схема организации движения на улично-дорожной сети и параметры распределения транспортных потоков по полосам. Ключевой гипотезой модели является предположение, что временные интервалы в потоках распределены по обобщенному закону Эрланга [5]. Поэтому для модели TIMeR\_Mod описать транспортный поток – значит указать для него параметры обобщенного закона Эрланга. Все необходимые данные для модели содержатся в матрицах  $A_{STREETS}$  и  $B_{INTERSECTION}$ . Ниже приведена их структура.

**I.  $A_{STREETS} = (S_1 \ S_2 \ S_3 \ S_4 \ Contr \ Pr \ Len \ Col \ AL \ AS \ AR \ \lambda A1 \ kA1 \dots \ BL \ BS \ BR \ \lambda B1 \ kB1 \dots)$**

- 1) № – номер строки матрицы  $A_{STREETS}$  соответствует номеру дуги графа, соединяющей узловые точки I и II; количество строк соответствует количеству дуг графа;
- 2)  $S_1$  и  $S_2$  – пересекающиеся магистрали, образующие вершину I графа;
- 3)  $S_3$  и  $S_4$  – пересекающиеся магистрали, образующие вершину II графа;
- 4) *Contr* – тип узловой точки (регулируемый или нерегулируемый перекресток);
- 5) *Pr* – наличие приоритета (главная или второстепенная магистраль);
- 6) *Len* – длина дуги между узловыми точками;
- 7) *Col* – количество потоков на дуге;
- 8) *AL* – допустимость поворота налево из направления *A* в вершине II;
- 9) *AS* – допустимость движения прямо из направления *A* в вершине II;
- 10) *AR* – допустимость поворота направо из направления *A* в вершине II;
- 11)  $\lambda A1, \lambda A2$  и т.д. – параметры  $\lambda$  в направлении *A*;
- 12)  $kA1, kA2$  и т.д. – параметры  $k$  в направлении *A*;
- 13) *BL* – допустимость поворота налево из направления *B* в вершине I;
- 14) *BS* – допустимость движения прямо из направления *B* в вершине I;
- 15) *BR* – допустимость поворота налево из направления *B* в вершине I;
- 16)  $\lambda B1, \lambda B2$  и т.д. – параметры  $\lambda$  в направлении *B*;
- 17)  $kB1, kB2$  и т.д. – параметры  $k$  в направлении *B*.

**II.  $B_{INTERSECTION} = (S_1 \ S_2 \ \lambda Cline1 \ kCline1 \dots \ \lambda Dline1 \ kDline1)$**

- 1) № строки совпадает с номером дуги графа, соединяющей узловые точки I и II в матрице  $A_{STREETS}$ ;
- 2)  $S1$  и  $S2$  – пересекающиеся магистрали, образующие вершину I графа;
- 3)  $\lambda Cline1, \lambda Cline2$  и т.д. – параметры  $\lambda$  потоков, входящих в вершину I в направлении *C* магистрали, пересекающей данную дугу графа в узловой точке I;
- 4)  $kCline1, kCline2$  и т.д. – параметры  $k$  потоков, входящих в вершину I в направлении *C* магистрали, пересекающей данную дугу графа в узловой точке I;
- 5)  $\lambda Dline1, \lambda Dline2$  и т.д. – параметры  $\lambda$  потоков, входящих в вершину I в направлении *D* магистрали, пересекающей данную дугу графа в узловой точке I;
- 6)  $kDline2$  и т.д. – параметры  $k$  потоков, входящих в вершину I в направлении *D* магистрали, пересекающей данную дугу графа в узловой точке I.

Количество строк матриц равно количеству дуг графа. Параметры  $\lambda$  и  $k$  для каждого из направлений движения формируются в порядке следования потоков справа налево (от обочины к середине дороги). Матрица  $A_{STREETS}$  уже содержит информацию обо всех потоках сети и организации движения на перекрестках. Матрица  $B_{INTERSECTION}$  введена для удобства получения необходимой для расчетов информации и удобства идентификации перекрестка при его моделировании.

**Метод прогнозирования и корректировки параметров распределения Эрланга**

Для прогнозирования матрицы корреспонденций, интенсивности движения между отдельными пунктами «источник – сток» используют наблюдения в предыдущие промежутки времени. При этом возможны и ошибки измерений, проведенных с помощью разнообразных измерительных приборов, и ошибки, вызванные упрощениями при составлении математической модели. И те, и другие ошибки неизбежны. Фильтр Кальмана [3] позволяет оптимизировать прогнозы за счет минимизации квадрата отклонения ошибок.

Для модели TIMeR\_Mod необходимо с помощью датчиков видеонаблюдения измерять временные интервалы между подряд идущими автомобилями в потоке по отдельной полосе движения. С помощью этих измерений получают следующие статистические точечные оценки параметров:

$\bar{x}_B$  – выборочная средняя случайной величины  $T$  – интервала между следующими подряд по одной полосе автомобилями;

$\sigma_B^2$  – выборочная дисперсия случайной величины.

Затем с их помощью рассчитывают параметры обобщенного закона Эрланга, необходимые для проведения всех остальных расчетов и решения транспортных задач. Подробно метод определения указанных параметров можно посмотреть в работе [2]. В настоящий момент важно, что параметр Эрланга  $\lambda_0$  определяется следующим образом:

$$\lambda_0 = S(k^*) \cdot \frac{1}{\bar{x}_B} = S(k^*) \cdot N, \quad (1)$$

где  $k^* = \frac{\bar{x}_B^2}{\hat{\sigma}^2}$ ;  $N$  – интенсивность движения по данной полосе. Функция  $S(k^*)$  для различных значений параметра  $k = [k^*] + 1$  различна.

Остальные параметры обобщенного закона Эрланга:

$$\lambda_i = x^{i+1} \cdot \lambda_0,$$

$i \in \{1, \dots, k-1\}$ ;  $k = [k^*] + 1$  – целое число, большее  $k^*$ .

При изменении интенсивности параметр распределения Эрланга  $\lambda_0$  меняется. Если известен закон изменения интенсивности, есть возможность предсказать значение параметра  $\lambda_0$ , и, соответственно, решать прогнозные задачи о матрице корреспонденций, эффективности организации движения и т.п.

Пусть для изменения интенсивности построена регрессионная модель:

$$N(t) = N_0 + nt.$$

Или, разбив всю временную ось на отдельные промежутки:

$$N_{k+1} = N_k + n \cdot \Delta t.$$

Обозначим:

$(\lambda_0)_k$  – значение параметра в  $k$ -й промежуток времени.

$$\text{Тогда } (\lambda_0)_k = S(k^*) \cdot N_k.$$

$$\begin{aligned} (\lambda_0)_{k+1} &= S(k^*) \cdot N_{k+1} = \\ &= S(k^*) \cdot (N_k + n \cdot \Delta t) = \\ &= S(k^*) \cdot N_k + S(k^*) \cdot n \cdot \Delta t. \end{aligned} \quad (2)$$

Так как при составлении регрессионной модели для интенсивности, естественно, воз-

никли случайные ошибки, следует преобразовать формулу (2) следующим образом:

$$(\lambda_0)_{k+1} = S(k^*) \cdot N_k + S(k^*) \cdot n \cdot \Delta t + \xi_k. \quad (3)$$

При этом рассчитанное по данным видеорегистратора значение  $(\Lambda_0)_k$  отличается от его истинного значения  $(\lambda_0)_k$ :

$$(\Lambda_0)_k = (\lambda_0)_k + \eta_k. \quad (4)$$

Ошибка модели  $\xi_k$  и ошибка сенсора  $\eta_k$  – случайные величины. И их законы распределения не зависят от времени (от номера итерации  $k$ ). Средние значения  $M(\xi_k) = 0$ ,  $M(\eta_k) = 0$ .

Предполагается, что все случайные ошибки независимы друг от друга.

Необходимо знать дисперсии случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ . Точечную оценку дисперсии случайной величины  $\xi$  можно вычислить off-line по непосредственным измерениям, выразив ее наблюдаемые значения из модели (3) и применив соответствующую формулу математической статистики [1].

Определим теперь способ получения оценки дисперсии случайной величины  $\eta$ .

$$\begin{aligned} \eta_k &= (\Lambda_0)_k - (\lambda_0)_k = S(k^*) \cdot \left( \frac{1}{\bar{x}_B} - \frac{1}{(\bar{x}_B)_{real}} \right) = \\ &= S(k^*) \cdot \left( \frac{1}{\bar{x}_B} - N_{red} \right). \end{aligned}$$

$$\text{Тогда } D(\eta) = (S(k^*))^2 \cdot D\left( \frac{1}{\bar{x}_B} - N_{red} \right).$$

Наша задача – найти наилучшее приближение к истинному значению параметра  $\lambda_0$  на  $(k+1)$ -м шаге (обозначим  $(\lambda_0)_{k+1}$ ). Для этого требуется выбрать нечто среднее между показанием датчиков и предсказанием того, что ожидается от них увидеть. Если показанию датчика присвоить вес  $K$ , тогда на предсказанное значение останется вес  $(1-K)$ :

$$\begin{aligned} (\lambda_0)_{k+1}^{opt} &= K \cdot (\Lambda_0)_{k+1} + \\ &+ (1-K) \cdot ((\lambda_0)_k^{opt} + S(k^*) \cdot n \cdot \Delta t). \end{aligned} \quad (5)$$

Число  $K$  – это коэффициент Кальмана. Он зависит от шага итерации. В общем случае, чтобы найти точное значение коэффициента Кальмана  $K$ , нужно минимизировать ошибку:

$$\varepsilon_{k+1} = (\lambda_0)_{k+1} - (\lambda_0)_{k+1}^{opt};$$

$$\varepsilon_{k+1} = (\lambda_k + S(k^*) \cdot n \cdot \Delta t + \xi_k) - K \cdot ((\lambda_0)_{k+1} + \eta_{k+1}) - (1-K) \cdot ((\lambda_0)_k^{opt} + S(k^*) \cdot n \cdot \Delta t);$$

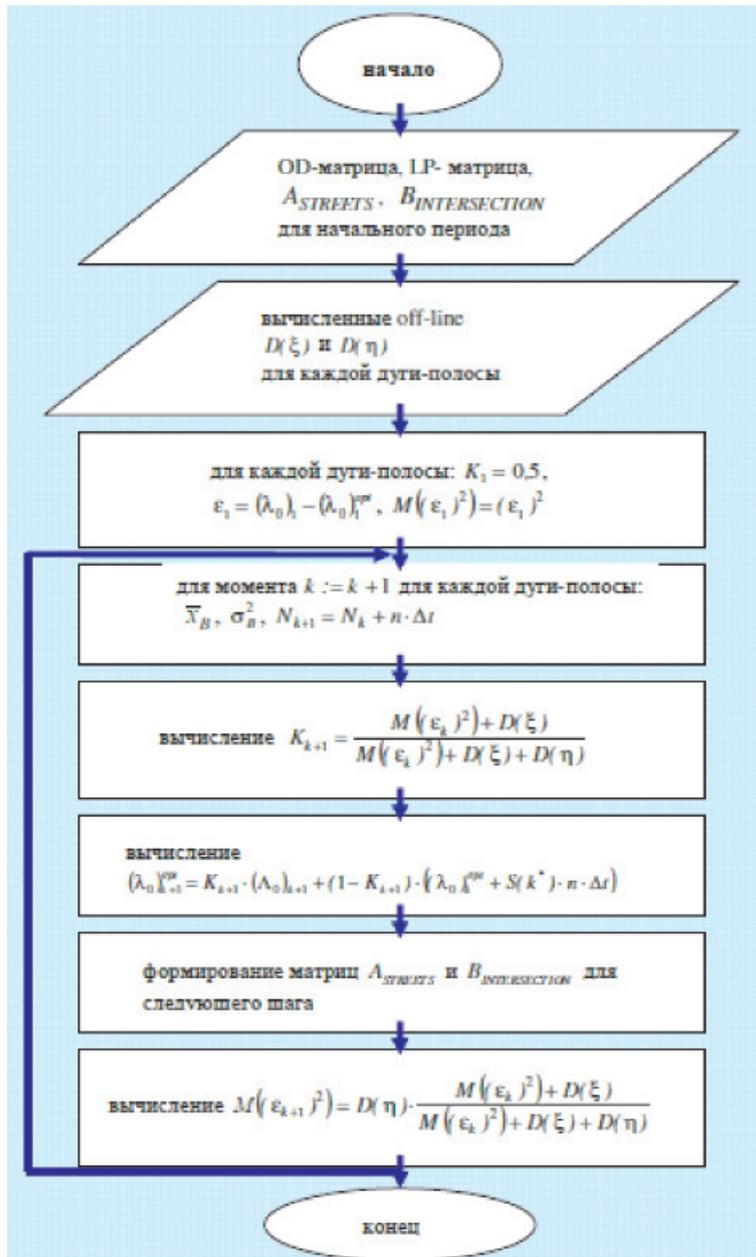
$$\varepsilon_{k+1} = (1-K) \cdot ((\lambda_0)_k - (\lambda_0)_k^{opt}) - K \cdot S(k^*) \cdot n \cdot \Delta t - K \cdot \xi_k + S(k^*) \cdot n \cdot \Delta t + \xi_k - K \cdot \eta_{k+1} - (1-K) \cdot S(k^*) \cdot n \cdot \Delta t = (1-K) \cdot \varepsilon_k + (1-K) \cdot \xi_k - K \cdot \eta_{k+1}.$$

Итак, выражение для ошибки:

$$\varepsilon_{k+1} = (1-K) \cdot (\varepsilon_k + \xi_k) - K \cdot \eta_{k+1}. \tag{6}$$

Математическое ожидание квадрата ошибки:

$$M((\varepsilon_{k+1})^2) = (1-K)^2 \cdot (M((\varepsilon_k)^2) + D(\xi)) + K^2 \cdot D((\eta)^2). \tag{7}$$



Алгоритм формирования матриц  $A_{STREETS}$  и  $B_{INTERSECTION}$  при автоматизированном решении задач эффективной организации движения транспортных средств

Если найти производную по переменной  $K$  и приравнять ее к нулю, то

$$K_{k+1} = \frac{M((\epsilon_k)^2) + D(\xi)}{M((\epsilon_k)^2) + D(\xi) + D(\eta)}, \quad (8)$$

где  $K_{k+1}$  – коэффициент Кальмана на шаге  $(k+1)$ .

Подставим (8) в (7), получим

$$M((\epsilon_{k+1})^2) = D(\eta) \cdot \frac{M((\epsilon_k)^2) + D(\xi)}{M((\epsilon_k)^2) + D(\xi) + D(\eta)}. \quad (9)$$

Таким образом, мы прогнозируем значение параметров распределения Эрланга, используя данные предыдущих наблюдений и прогноз интенсивности на следующий по времени шаг. Алгоритм формирования матриц  $A_{STREETS}$  и  $B_{INTERSECTION}$  при автоматизированном решении задач эффективной организации движения транспортных средств представлен на рисунке.

Параметры Эрланга – основной элемент при расчетах функции транспортных затрат  $G_p(x) \equiv G_p(x(N_p))$  по маршрутам сети с помощью модели TIMeR\_Mod. То есть получен аппарат для прогнозирования изменений в затратах по маршрутам. А следовательно, можем корректировать матрицу корреспонденций на следующий по времени шаг с учетом текущих изменений в распределении транспортных потоков.

### Заключение

Задача динамического отслеживания изменений в параметрах транспортных потоков стала очень актуальной в связи с повсеместным внедрением интеллектуальных транспортных систем. Получение адекватного математического аппарата, позволяющего в режиме реального времени динамично обрабатывать и преобразовывать в показатели эффективности параметры мониторинга транспортных потоков, является актуальной задачей. Для увеличения точности прогнозируемых параметров применяли фильтрацию Кальмана, например, Xuesong Zhou, Hani S. Mahmassani [6]; Nanne J. van der Zipp и Rudi Hamerslag [4]. Фильтр Калмана – это мощнейший инструмент фильтрации данных. Основной его принцип состоит в том, что при фильтрации используется информация о физике самого явления. Из всех линейных фильтров Кал-

мановский фильтр самый лучший в том смысле, что средний квадрат ошибки фильтра минимален. А уровень оперативности и эффективности управленческих решений напрямую зависит от точности прогнозируемых параметров управления транспортными потоками.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ и администрации Краснодарского края, проект р-юг-а -16-48-230720.*

### Список литературы

1. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения: учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 2000. – 480 с.
2. Наумова Н.А., Данович Л.М., Данович Ю.И. Определение параметров распределения обобщенного закона Эрланга по экспериментальным данным при изучении транспортных потоков // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 5; URL: <http://www.science-education.ru/111-10045>.
3. Kalman R.E. A new approach to liner filtering and prediction problems. Transactions of the ASME // Journal of Basic Engineering. – 1960. – № 82 (Series D). – P. 35–45.
4. Nanne J. van der Zipp, Rudi Hamerslag, Improved Kalman filtering approach for estimating Oringing-Destination matrices for freeway corridors // Transportation Research Record. – 1994. – № 1443. – P. 54–64.
5. Naumova N., Danovich L. A model of flows distribution in the network // Life Science Journal. – 2014. – № 11(6). – P. 591–597.
6. Zhou X., Qin X., Mahmassani, H.S. Dynamic origin–destination demand estimation using multi-day link traffic counts for planning applications // Transportation Research Record. – 2003. – № 1831. – P. 30–38.

### References

1. Ventcel E.S., Ovcharov L.A. Teorija verojatnostej i ee inzhenernye prilozhenija [Theory of Probability and its engineering applications]: ucheb. posobie dlja vtuzov. M.: Vyssh. shk., 2000. 480 p.
2. Naumova N.A., Danovich L.M., Danovich YU.I. Opredeleniye parametrov raspredeleniya obobshchennogo zakona Erlanga po eksperimentalnym dannym pri izuchenii transportnykh potokov [The determination of the parameters of the distribution of a generalized Erlang law on experimental data in the study of transport flows] // Sovremennyye problemy nauki i obrazovaniya Modern problems of science and education. 2013. no 5; URL: <http://www.science-education.ru/111-10045>.
3. Kalman R.E., 1960. A new approach to liner filtering and prediction problems. Transactions of the ASME–Journal of Basic Engineering, 82 (Series D): 35–45.
4. Nanne J. van der Zipp, Rudi Hamerslag, 1994. Improved Kalman filtering approach for estimating Oringing-Destination matrices for freeway corridors. Transportation Research Record 1443, 54–64.
5. Naumova N., Danovich L. A model of flows distribution in the network // Life Science Journal. 2014. no. 11(6). pp. 591–597.
6. Zhou X., Qin X., Mahmassani H.S., 2003. Dynamic origin–destination demand estimation using multi-day link traffic counts for planning applications. Transportation Research Record 1831, 30–38.