

УДК 677.054

## ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ БРУСА БАТАНА НА ФАЗЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ БЕРДА С ОПУШКОЙ ВЫРАБАТЫВАЕМОЙ СЕТКИ

Тувин А.А., Максимов А.А.

ФГБОУ ВО «Ивановский государственный политехнический университет»,  
Иваново, e-mail: [tuvin@ivgpu.com](mailto:tuvin@ivgpu.com)

Разработана математическая и динамические модели задачи вынужденных колебаний батанного механизма с учетом упругой системы заправки станка, необходимой для анализа конструктивных и технологических возможностей батанного механизма при выработке сетки заданных технических характеристик. Решение задачи о вынужденных колебаниях бруса показало, что на фазе движения батана в процессе формирования сетки (взаимодействие берда с опушкой ткани) проявляются вынужденные, свободные (вызванные ненулевыми начальными условиями) и свободные сопровождающие колебания. Полученные зависимости позволяют определить не только напряжения, возникающие в элементах конструкции, но и форму бруса в интересующий момент времени, например, в момент отхода берда от опушки. При проектировании цикловой диаграммы работы батана, например, с выстоем в переднем положении, возникает необходимость определения времени затухания свободных и свободных сопровождающих колебаний бруса. Для этого необходимо решение задачи о собственных колебаниях бруса по начальным условиям, определяемым при решении задачи о вынужденных колебаниях на фазе движения батана в процессе формирования сетки.

**Ключевые слова:** ткацкий станок, батан, брус, форма бруса, опушка ткани, модель, частота колебаний

## THE COMPELLED FLUCTUATIONS OF A BAR OF THE NERD ON A PHASE OF INTERACTION BYRD WITH AN FELL OF THE DEVELOPED GRID

Tuvin A.A., Maximov A.A.

Ivanovo state polytechnical university, Ivanovo, e-mail: [tuvin@ivgpu.com](mailto:tuvin@ivgpu.com)

It is developed mathematical and dynamic models of a problem of the compelled fluctuations of nerd of mechanisms taking into account elastic system of gas station of the machine, necessary for the analysis of constructive and technological capabilities of batanny of mechanisms at development of a grid of the set technical characteristics. The solution of a task on the compelled fluctuations of a bar has shown that on a phase of the movement of the nerd in the course of formation of a grid (Byrd's interaction with a fabric edge) are shown compelled, free (caused by nonzero entry conditions) and free attendants of fluctuation. The received dependences allow to define not only tension arising in design elements but also a bar form in a required time point, for example, system in the front position, becomes necessary to determine the decay time of free and free accompanying vibrations of the beam. At design of the cyclic chart of work of the nerd, for example, with we will stand in forward situation, there is a need of definition of time of attenuation of free and free attendants of fluctuations of a bar. For this purpose the solution of a task on own fluctuations of a bar on the entry conditions defined at the solution of a task on the compelled fluctuations on a phase of the movement of the nerd in the course of formation of a grid is necessary.

**Keywords:** weaving loom, nerd, bar, form of a bar, fell of the cloth, model, oscillation frequency

Постановка и решение динамической задачи требует соответствующего представления модели батанного механизма. Обратимся к схеме (рисунок). Брус 1 батана жестко закреплен в  $n$  лопастях 2, неподвижно соединенных с подшипниковым валом 3. Вал 3 расположен в подшипниковых опорах (подшипники качения). Батан получает возвратно-качательное движение от кулачкового

привода посредством коромысла 4 и шатуна 5. Соединения вал коромысла – станина, коромысло-шатун и шатун-лопасть выполнены также на подшипниках качения, обладающих радиальной податливостью.

В простейшем случае (техническая теория) уравнение вынужденных колебаний бруса во время движения батана в процессе формирования сетки имеет вид

$$\left. \begin{aligned} EI_z \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + k_n y &= -k_n y_0(t_1) - \mu \dot{y}_0(t_1); \\ GI_p \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \mu \frac{I_0}{F} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + k_n a^2 \theta + k_n a y &= -a k_n y_{01}(t) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $y(t_1) = y_0(t) - y_0(t=t_n)$  – перемещение (кинематическое) бруса на рассматриваемой фазе движения батана (в дальнейшем индекс 1 будем опускать, предполагая начало отсчета времени  $t$  с момента подхода берда к опушке сетки).

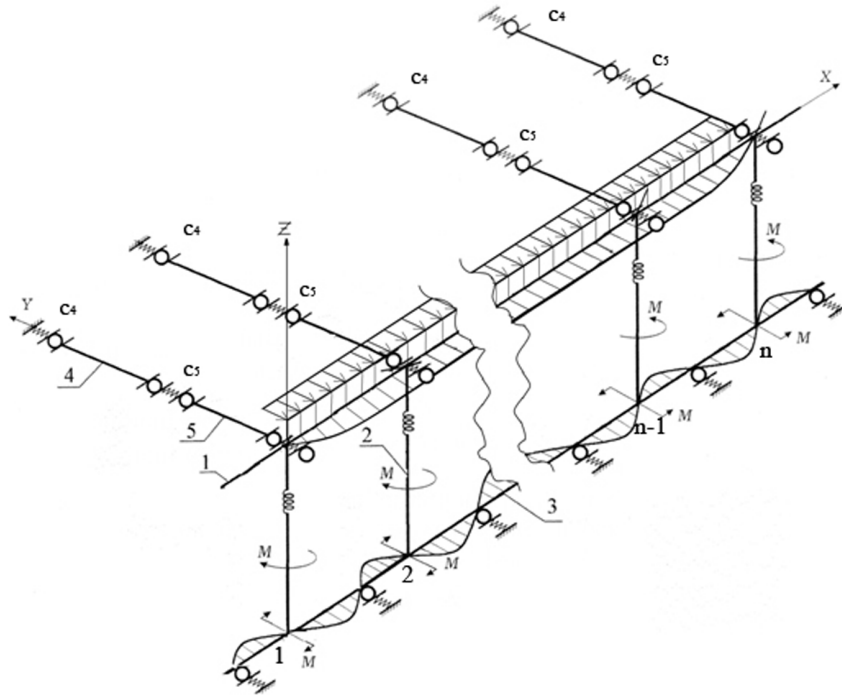


Схема упругих связей батанного механизма металлорежущего станка типа СТР

Решение уравнения (1) ищется в виде суммы

$$\left. \begin{aligned} y(x,t) &= y^*(x,t) + \bar{y}(x,t) \\ \theta(x,t) &= \theta^*(x,t) + \bar{\theta}(x,t) \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где  $y^*$  – решение однородного уравнения;  $\bar{y}$  – частное решение, соответствующее виду правой части.

Решение  $y^*$ , согласно [5], можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} y^*(x_j,t) &= \sum_i X_{ji}(x) (A_i^* \sin p_i t + B_i^* \cos p_i t) \\ \dot{y}^*(x_j,t) &= \sum_i p_i X_{ji}(x) (A_i^* \cos p_i t - B_i^* \sin p_i t) \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

где  $X_{ji}(x)$  – собственные формы;  $j$  – номер участка бруса ( $1 \dots n-1$ );  $p_i$  – собственные частоты изгибаемых колебаний бруса в рассматриваемой фазе его движения;  $A_i^*, B_i^*$  – постоянные.

На основании (3) можно записать (номер участка бруса опускаем):

$$\left. \begin{aligned} y(x,t=t_n) &= y^*(x,t=0), \\ \dot{y}(x,t=t_n) &= \dot{y}^*(x,t=0), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

или

$$\left. \begin{aligned} \sum \psi_i(x) \sin i\omega t_n &= \sum X_i(x) B_i^* \\ \sum i\omega \psi_i(x) \cos i\omega t_n &= \sum p_i X_i(x) A_i^* \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

Учитывая свойство ортогональности нормальных форм колебаний из (5.20) найдем

$$\left. \begin{aligned} A_i^* &= \frac{\sum_i i\omega \cos i\omega t_n \int_0^l \psi_i(x) X_i(x) dx}{p_i \int_0^l X_i^2(x) dx}, \\ B_i^* &= \frac{\sum_i \sin i\omega t_n \int_0^l \psi_i(x) X_i(x) dx}{\int_0^l X_i^2(x) dx}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

то есть решение (3) определено. Решение  $\bar{y}(x,t)$  ищется также в виде разложения в ряд по собственным формам:

$$\bar{y}(x, t) = \sum_i X_i(x) T_i(t)$$

и

$$\bar{\theta}(x, t) = \sum_i \phi_i(x) \cdot T_i(t),$$

где  $T_i(t)$  – искомые функции времени.

Учитывая, что

$$X_i^{IV}(x) = k_i^4 X_i(x),$$

$$k_i^4 = \frac{\mu p_i^2 - k_n}{EI_z},$$

получим

$$\sum_i X_i(x) (\ddot{T}_i(t) + p_i^2 T_i(t)) = -\frac{k_n}{\mu} y_0(t) - \ddot{y}_0(t).$$

При учете сил неупругого сопротивления уравнение вынужденных колебаний бруса примет вид

$$EI_z \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + EI_z \alpha_2 \frac{\partial^5 y}{\partial x^4 \partial t} + \mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \alpha_3 \frac{\partial y}{\partial t} + k_n y = -k_n y_0(t) - \mu \ddot{y}_0(t). \quad (7)$$

Уравнение решается аналогично предыдущему. Решение  $y^*$  принимается в виде

$$y_{x,t}^* = \sum_i e^{-n_i t} X_i(x) (A_i^* \sin q_i t + B_i^* \cos q_i t),$$

$$\dot{y}_{x,t}^* = \sum_i X_i(x) e^{-n_i t} [A_i^* (q_i \cos_i t - n_i \sin q_i t) - B_i^* (n_i \cos q_i t + q_i \sin q_i t)], \quad (8)$$

где

$$q_i = \sqrt{p_i^2 + \frac{k_n}{\mu} - \left( \alpha_2 p_i^2 + \frac{\alpha_3}{\mu} \right) / 4}, \quad n_i = \left( \alpha_2 p_i^2 + \frac{\alpha_3}{\mu} \right) / 2.$$

$X_i(x), p_i$  – формы и частоты собственных колебаний системы без сопротивлений, рассчитываемые в соответствии с методикой, изложенной в [4]. Частное решение  $\bar{y}$  ищется в той же форме (2). Подставляя (2) в уравнение (7) и учитывая, что

$$X_i^{IV}(x) = k_i^4 X_i(x), \quad k_i^4 = \mu p_i^2 / EI,$$

получим

$$\sum_i X_i(x) \left( \ddot{T}_i + \left( p_i^2 \alpha_2 + \frac{\alpha_3}{\mu} \right) \dot{T}_i + \left( p_i^2 + \frac{k_n}{\mu} \right) T_i \right) = -\frac{k_n}{\mu} y_0(t) - \ddot{y}_0(t),$$

следовательно,

$$T_i(t) = \frac{\int_0^l X_i(x) dx}{q_i \int_0^l X_i^2(x) dx} \int_0^t \left( \frac{k_n}{\mu} y_0(\tau) + \ddot{y}_0(\tau) \right) e^{-n_i(t-\tau)} \sin q_i(t-\tau) d\tau. \quad (9)$$

Обозначив

$$C_i^* = -\frac{\int_0^l X_i(x) dx}{q_i \int_0^l X_i^2(x) dx},$$

будем иметь

$$y(x, t) = \sum_i X_i(x) \left\{ e^{-n_i t} (A_i^* \sin q_i t + B_i^* \cos q_i t) + C_i^* \int_0^t \left( \frac{k_n}{\mu} y_0(\tau) + \ddot{y}_0(\tau) \right) e^{-n_i(t-\tau)} \sin q_i(t-\tau) d\tau \right\}.$$

Общее решение ищется в виде суммы (2), решение  $y^*$  однородного уравнения – в виде

$$\left. \begin{aligned} y^*(x, t) &= \sum_i X_{2i}(x) (A_i^* \sin p_i t + B_i^* \cos p_i t), \\ \dot{y}^*(x, t) &= \sum_i X_{2i}(x) p_i (A_i^* \cos p_i t - B_i^* \sin p_i t) \end{aligned} \right\}. \quad (10)$$

Здесь  $p_i, X_{2i}(x)$  – собственные частоты и формы, а коэффициенты  $A_i^*$  и  $B_i^*$  определяются из начальных условий. Тогда имеем

$$y(x, t = t_n) = \sum_i X_{1i}(x) \sin i\omega t_n, \quad \dot{y}(x, t = t_n) = \sum_i i\omega X_{1i}(x) \cos i\omega t_n.$$

Из (10), учитывая (4), получим

$$A_i^* = \frac{\sum_i i\omega \cos(i\omega t_n) \int_0^l X_{2i}(x) X_{1i}(x) dx}{p_i \int_0^l X_{2i}^2(x) dx}, \quad B_i^* = \frac{\sum_i \sin i\omega t_n \int_0^l X_{2i}(x) X_{1i}(x) dx}{\int_0^l X_{2i}^2(x) dx}.$$

Для отыскания частного решения  $\bar{y}(x, t)$ , возмущающую функцию разложим в гармонический ряд

$$-k_n y_0 - \mu \left( 1 + \frac{I_z}{\chi G F^2} k_n \right) \ddot{y}_0 - \frac{\mu^2 I_z}{\chi G F^2} y_0^{IV} = -\sum_i a_i \sin i\omega t,$$

где

$$a_i = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n \left( k_n y_{0k} + \mu \left( 1 + \frac{I_z}{\chi G F^2} k_n \right) \ddot{y}_{0k} - \frac{\mu^2 I_z}{\chi G F^2} y_{0k}^{IV} \right) \sin i\omega t_k.$$

Решение  $\bar{y}$  ищется в виде  $\bar{y} = \sum_i X_{3i}(x) \sin i\omega t$ . Подставляя эти выражения в исходное уравнение, будем иметь

$$\begin{aligned} EI_z X_{3i}^{IV} + \frac{\mu}{EF} \left( 1 + \frac{E}{\chi G} \right) i^2 \omega^2 X_{3i}'' - \mu \left( 1 + \frac{I_z k_n}{\chi G F^2} \right) i^2 \omega^2 X_{3i} - \\ - \frac{EI_z}{\chi G F} k_n X_{3i} + k_n X_{3i} + \frac{\mu^2 I_z}{\chi G F^2} i^4 \omega^4 X_{3i} = -a_i, \end{aligned}$$

или

$$X_{3i}^{IV} + b_1 X_{3i}'' + b_2 X_{3i} + \frac{a_i}{EI_z} = 0, \quad (11)$$

где

$$b_1 = \frac{\mu}{EF} \left( 1 + \frac{E}{\chi G} \right) i^2 \omega^2; \quad b_2 = k_n \left( 1 - \frac{EI_z}{\chi G F} \right) - \mu \left( 1 + \frac{I_z k_n}{\chi G F^2} \right) i^2 \omega^2 + \frac{\mu^2 I_z}{\chi G F^2} i^4 \omega^4.$$

Введем новую переменную  $U_i = b_2 X_{3i} + \frac{a_i}{EI_z}$ . Тогда уравнение (5.39) можно представить в виде

$$U_i^{IV} + b_1 U_i'' + b_2 U_i = 0. \quad (12)$$

Полагая  $U_i = A_i e^{k_i x}$ , получим характеристическое уравнение

$$k_i^4 + b_1 k_i^2 + b_2 = 0,$$

откуда

$$k_i = \pm \sqrt{\frac{b_1}{2} \pm \sqrt{\frac{b_1^2}{4} - b_2}},$$

так как в данном случае  $b_2 > 0$  и  $|b_2| > \left| \frac{b_1^2}{4} \right|$ , то  $k_{1i} = a_1 + ia_2$ ,  $k_{2i} = -a_1 - ia_2$ ,  $k_{3i} = a_1 - ia_2$ ,  $k_{4i} = -a_1 + ia_2$ , где

$$a_1 = \sqrt{\frac{b_1^2}{4} + |b_2|} \cos \left( \frac{1}{2} \arctg \frac{\sqrt{|b_2|}}{b_1/2} \right), \quad a_2 = \sqrt{\frac{b_1^2}{4} + |b_2|} \sin \left( \frac{1}{2} \arctg \frac{\sqrt{|b_2|}}{b_1/2} \right). \quad (13)$$

Тогда

$$U_i = A_{1i} cha_{1i} x \cos a_{2i} x + A_{2i} cha_{1i} x \sin a_{2i} x + A_{3i} sha_{1i} x \cos a_{2i} x + A_{4i} sha_{1i} x \sin a_{2i} x,$$

и будем иметь

$$X_{3i}(x) = A_{1i} cha_{1i} x \cos a_{2i} x + B_{1i} cha_{1i} x \sin a_{2i} x + C_{1i} sha_{1i} x \cos a_{2i} x + D_{1i} sha_{1i} x \sin a_{2i} x - \frac{a_i}{(b_{2i} EI_z)}. \quad (14)$$

Постоянные коэффициенты  $A_i, B_i, C_i, D_i$  определяются из граничных условий. Подставляя (14) в граничные условия, приходим к системе линейных алгебраических уравнений вида

$$\left. \begin{aligned} a_{11}A_i + a_{12}B_i + a_{13}C_i + a_{14}D_i &= 0, \\ a_{21}A_i + a_{22}B_i + a_{23}C_i + a_{24}D_i &= r_2, \\ a_{31}A_i + a_{32}B_i + a_{33}C_i + a_{34}D_i &= 0, \\ a_{41}A_i + a_{42}B_i + a_{43}C_i + a_{44}D_i &= r_4, \end{aligned} \right\}. \quad (15)$$

Тогда

$$A_i = \frac{\Delta a}{\Delta}; \quad B_i = \frac{\Delta b}{\Delta}; \quad C_i = \frac{\Delta c}{\Delta}; \quad D_i = \frac{\Delta d}{\Delta}, \quad (16)$$

где  $\Delta, \Delta a, \Delta b, \Delta c, \Delta d$  – соответствующие определители системы (5.44).

Исключая угол  $\beta$  сдвига, получим

$$\begin{aligned} & k_n y + \alpha_3 \frac{\partial y}{\partial t} + \mu \left( 1 + \frac{I_z k_n}{\chi GF^2} \right) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\mu I_z \alpha_3}{\chi GF^2} \frac{\partial^3 y}{\partial t^3} + \frac{\mu^2 I_z}{\chi GF^2} \frac{\partial^4 y}{\partial t^4} + \\ & + EI_z \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - \frac{EI_z k_n}{\chi GF} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + EI_z \alpha_2 \frac{\partial^5 y}{\partial x^4 \partial t} - \frac{\mu I_z}{F} \left( 1 + \frac{E}{\chi G} \right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} - \\ & - \frac{EI_z \alpha_3}{\chi GF} \frac{\partial^3 y}{\partial x^2 \partial t} - \frac{EI_z^2 \mu}{\chi GF^2} \alpha_2 \frac{\partial^7 y}{\partial x^4 \partial t^3} - \frac{(EI_z)^2 \alpha_2}{\chi GF} \frac{\partial^7 y}{\partial x^6 \partial t} = \\ & = k_n y_0 - \alpha_3 \dot{y}_0 - \mu \ddot{y}_0 - \frac{\mu I_z}{\chi GF^2} \left( k_n \ddot{y}_0 + \alpha_3 \ddot{y}_0 + \mu y_0^{IV} \right). \end{aligned} \quad (17)$$

Пренебрегая двумя последними членами в левой части данного уравнения, будем искать его решение в форме (2). Решение  $y^*$  однородного уравнения можно представить в виде разложения в ряд по собственным формам:

$$y^* = \sum_i X_i(x) e^{-n_i t} (A_i^* \sin q_i t + B_i^* \cos q_i t),$$

$$\dot{y}^* = \sum_i X_i(x) e^{-n_i t} [A_i^* (q_i \cos q_i t - n_i \sin q_i t) - B_i^* (n_i \cos q_i t + q_i \sin q_i t)].$$

где  $X_i(x)$  – собственные формы колебаний бруса на второй фазе движения батана.

Величины  $q_i$  и  $n_i$  определены в работе [4]. Для определения коэффициентов  $A_i^*$  и  $B_i^*$  воспользуемся начальными условиями. Будем иметь

$$\left. \begin{aligned} \sum_i X_{li} T_i(t=t_n) &= \sum_i X_i B_i^*, \\ \sum_i X_{li} T_i(t=t_n) &= \sum_i X_i (A_i^* q_i - B_i^* n_i), \end{aligned} \right\} \text{ откуда получаем } B_i^* = \frac{\sum_i T_i(t=t_n) \int_0^l X_{li}(x) X_i(x) dx}{\int_0^l X_i^2(x) dx}.$$

$$A_i^* = \frac{\sum_i (\dot{T}_i(t=t_n) + n_i T_i(t=t_n)) \int_0^l X_{li}(x) X_i(x) dx}{q_i \int_0^l X_i^2(x) dx},$$

где  $X_{li}$  – собственные формы колебаний бруса на первой фазе движения батана;

$T_i, \dot{T}_i(t=t_n)$  – постоянные, определяемые по методике, изложенной в работе [3].

Далее остановимся на учете только первой гармоники. В предлагаемой постановке это основное допущение при приближенном решении задачи, позволяющее существенно упростить математическую модель. Принимая такое допущение, мы имеем в виду, что амплитуды колебаний системы с неупругим сопротивлением на низшей частоте являются наиболее значимыми. Кроме того, вследствие симметричности конструкции, следовательно, и ее динамической модели, четные формы колебаний не реализуются, поскольку эти формы являются кососимметричными и входящий в выражение интеграл  $\int_0^l X_i(x) dx$  для этих форм будет равен нулю. Умножив уравнение (17) на  $X_i(x)$  и проинтегрировав результат по всей длине бруса, с учетом принятого допущения это уравнение можно представить в виде

$$a_1 \ddot{T}_1 + a_2 \ddot{T}_1 + a_3 \ddot{T}_1 + a_4 \dot{T}_1 + a_5 T_1 = b_1(t), \quad (18)$$

где  $a_i$  – постоянные коэффициенты, определяемые по методике, изложенной в работе [3].

Для решения уравнения (18) рассмотрим однородное уравнение

$$\ddot{T}_1^* + b_1 \ddot{T}_1^* + b_2 \ddot{T}_1^* + b_3 \dot{T}_1^* + b_4 T_1^* = 0,$$

где  $b_i = \frac{a_{i+1}}{a_1}$ .

Представляя решение данного уравнения в виде  $T_1^* = Ae^{kt}$ , получим характеристическое уравнение  $k^4 + b_1 k^3 + b_2 k^2 + b_3 k + b_4 = 0$ . Решение этого уравнения можно получить либо по методу Феррари, либо по методу Н.И. Лобачевского [2]. Окончательный вид функции  $T_i^*(t)$  будет зависеть от вида четырех корней  $k_i$  характеристического уравнения [2, 5]. После нахождения функции  $T_i^*(t)$  решение уравнения (18) ищется методом вариации произвольных постоянных [2], при этом

$$T_1(t) = \sum_{i=1}^4 C_i(t) T_{li}^*,$$

где  $C_i(t) = \int_0^t C_i'(\tau) d\tau$ , а функции  $C_i'(\tau)$  находят по формуле Крамера [2] из следующей системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} C_1'(\tau) T_{11}^* + C_2'(\tau) T_{12}^* + C_3'(\tau) T_{13}^* + C_4'(\tau) T_{14}^* &= 0 \\ C_1'(\tau) \dot{T}_{11}^* + C_2'(\tau) \dot{T}_{12}^* + C_3'(\tau) \dot{T}_{13}^* + C_4'(\tau) \dot{T}_{14}^* &= 0 \\ C_1'(\tau) \ddot{T}_{11}^* + C_2'(\tau) \ddot{T}_{12}^* + C_3'(\tau) \ddot{T}_{13}^* + C_4'(\tau) \ddot{T}_{14}^* &= 0 \\ C_1'(\tau) \ddot{T}_{11}^* + C_2'(\tau) \ddot{T}_{12}^* + C_3'(\tau) \ddot{T}_{13}^* + C_4'(\tau) \ddot{T}_{14}^* &= b_1(\tau) \end{aligned} \right\}. \quad (19)$$

Уравнение вынужденных чисто крутильных колебаний бруса имеет вид

$$-GI_k \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \mu \frac{I_0}{F} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + k_n a^2 \theta - \alpha_4 \frac{\partial^3 \theta}{\partial x^2 \partial t} + \alpha_5 \frac{\partial \theta}{\partial t} = -k_n a y_0(t). \quad (20)$$

Имея в виду, что начальные условия в данном случае нулевые, поскольку в принятой постановке задачи крутильные колебания до данной фазы движения батана не возникают, решение уравнения (20) можно представить в виде

$$\theta(x, t) = \sum_i \phi_i(x) T_i(t),$$

где  $\phi_i(x)$  – собственные формы, определяемые по методике [4]. Для определения функции  $T_i(t)$  аналогично предыдущему представим возмущающую функцию в виде разложения в ряд по собственным формам:

$$-k_n a y_0(t) = \sum_i \phi_i(x) b_i(t),$$

$$b_i(t) = -k_n a y_0(t) \frac{\int_0^l \phi_i(x) dx}{\int_0^l \phi_i^2(x) dx}.$$

Подставляя найденные выражения в исходное уравнение (20) и учитывая свойство ортогональности нормальных форм, а также то, что  $\phi_i''(x) = -p_i^2 \phi_i(x)$ , получим

$$\ddot{T}_i(t) + 2n_i \dot{T}_i(t) + p_{li}^2 T_i(t) = -\frac{k_n a y_0(t)}{\mu I/F} \frac{\int_0^l \phi_i(x) dx}{\int_0^l \phi_i^2(x) dx},$$

где  $2n_i$  и  $p_{li}^2$  определяются по методике, изложенной в [3]. Следовательно,

$$T_i(t) = \frac{-1}{q_i} \frac{k_n a F}{\mu I_0} \frac{\int_0^l \phi_i(x) dx}{\int_0^l \phi_i^2(x) dx} \int_0^t y_0(\tau) e^{-n_i(t-\tau)} \sin q_i(t-\tau) d\tau, \quad q_i = \sqrt{p_{li}^2 - n_i^2},$$

$$\dot{T}_i(t) = \frac{-k_n a F}{\mu I} \frac{\int_0^l \phi_i(x) dx}{\int_0^l \phi_i^2(x) dx} \int_0^t y_0(\tau) e^{-n_i(t-\tau)} \left( \cos q_i(t-\tau) - \frac{n_i}{q_i} \sin q_i(t-\tau) \right) d\tau.$$

Полученные выше зависимости позволяют определить не только напряжения, возникающие в элементах конструкции, но и форму бруса в интересующий момент времени, например, в момент отхода берда от опушки. При проектировании цикловой диаграммы работы батана, например, с выстоем в переднем положении, возникает необходимость определения времени затухания свободных и свободных сопровождающих колебаний бруса. Для этого необходимо решение задачи о собственных колебаниях бруса по начальным условиям, определяемым при решении задачи о вынужденных колебаниях на второй фазе движения батана.

### Выводы

Разработана математическая модель расчета вынужденных колебаний бруса батана широких металлорежущих станков с  $n$  лопастями, соответствующая его уточненной динамической модели на фазе взаимодействия берда с опушкой вырабатываемой сетки.

### Список литературы

1. Вульфсон И.И. Колебания машин с механизмами циклового действия / И.И. Вульфсон. – Л.: Машиностроение. – 1990. – 309 с.

2. Смирнов В.И. Курс высшей математики: Учебное пособие для вузов: В 6 т. Т. 1. / В.И. Смирнов. – М.: Наука. – 1965. – 480 с.

3. Суров В.А. Динамика упругих систем батанных механизмов металлорежущих станков. / В.А. Суров, А.А. Тувин. – Иваново: ИГТА. – 2004. – 188 с.

4. Тувин А.А. Расчет собственных частот и форм изгибных и крутильных колебаний бруса батана широких металлорежущих станков / А.А. Тувин, А.А. Максимов // Фундаментальные исследования. – 2016. – № 8-1. – С. 65–70.

5. Филиппов А.П. Колебания деформируемых систем / А.П. Филиппов. – М.: Машиностроение. – 1970. – 736 с.

### References

1. Vulfson I.I. Kolebanija mashin s mehanizmami ciklovogo dejstvija / I.I. Vulfson. L.: Mashinostroenie. 1990. 309 p.

2. Smirnov V.I. Kurs vysshej matematiki: Uchebnoe posobie dlja vtuzov: V 6 t. T. 1. / V.I. Smirnov. M.: Nauka. 1965. 480 p.

3. Surov V.A. Dinamika uprugih sistem batannyh mehanizmov metallo-tkackih stankov. / V.A. Surov, A.A. Tuvin. Ivanovo: IGTA. 2004. 188 p.

4. Tuvin A.A. Raschet sobstvennyh chastot i form izgibnyh i krutilnyh kolebanij brusa batana shirokih metallotkackih stankov / A.A. Tuvin, A.A. Maksimov // Fundamentalnye issledovaniya. 2016. no. 8-1. pp. 65–70.

5. Filippov A.P. Kolebanija deformiruemyh sistem / A.P. Filippov. M.: Mashinostroenie. 1970. 736 p.