

УДК 004.9

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИНЦИПОВ ПОСТРОЕНИЯ И КОРРЕКЦИИ ОШИБОК ЭЛЕМЕНТАМИ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ, РЕАЛИЗУЮЩИМИ КОД РИДА-СОЛОМОНА

Фрейман В.И.

ФГБОУ ВО «Пермский национальный исследовательский политехнический университет»,
Пермь, e-mail: vfrey@mail.ru

Настоящая статья посвящена исследованию принципов построения и коррекции ошибок элементами и устройствами систем управления, реализующими код Рида – Соломона, с использованием аналитических и программных моделей. Показана важность и значимость использования эффективных помехоустойчивых кодов для обеспечения достоверной передачи информации между элементами и устройствами современных систем управления. Проанализированы аналитические способы построения кодов Рида – Соломона, а также процедуры их кодирования и декодирования. Разработаны программные модули на языке программирования m-script для реализации процедур кодирования и декодирования, а также модель системы управления, использующей код Рида-Соломона, в среде моделирования MathWorks Matlab. В результате разработана основа для программной реализации процедур кодирования и декодирования кодов Рида – Соломона в выбранном аппаратно-программном базисе современных систем управления.

Ключевые слова: помехоустойчивое кодирование, код Рида – Соломона, коррекция ошибок, полином, синдром, модель, MatLab

RESEARCHING OF CONSTRUCTION AND ERROR CORRECTION PRINCIPLES BY CONTROL SYSTEMS DEVICES REALIZING REED-SOLOMON CODE

Freyman V.I.

Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Professional Education Perm National
Research Polytechnic University, Perm, e-mail: vfrey@mail.ru

This article is described to research of construction and errors correction principles by control systems elements and devices, realizing Reed-Solomon code, with using analytic and program models. Importance and significance of effective noise stability codes using for providing reliable information transfer between elements and devised of control systems. An analytic methods of codes Reed-Solomon construction, encoding and decoding procedures are analyzed. A program modules for encoding and decoding procedures realization on m-script programming language, and also control system model with Reed-Solomon code in the system MathWorks MatLab, are offered. As a result the basic of Reed-Solomon code encoding and decoding procedures realization in the modern control systems selected hardware and software, is developed.

Keywords: noise stability coding, Reed – Solomon code, errors correction, polynomial, syndrome, model, MatLab

Одной из важнейших задач современных систем управления является обеспечение гарантированного качества передачи информации с требуемой высокой скоростью [2]. Качество передачи характеризуется *достоверностью* – степенью соответствия переданных и принятых сообщений. Для цифровых систем передачи достоверность, оцениваемая вероятностью правильной передачи сообщения, должна быть достаточно близка к 1 [3].

Возможность обеспечения высокой достоверности обеспечивается несколькими составляющими [5]. Важную роль среди них играет *помехоустойчивость* – способность системы сохранять высокую достоверность при наличии помех в канале связи. Одним из основных способов обеспечения высокой помехоустойчивости является применение *избыточных (корректирующих)* кодов, способных корректировать ошибки на приемной стороне [6–9].

В современных системах управления применяются различные избыточные коды [3]: комбинаторные, алгебраические (групповые, циклические), арифметические и т.д. Большинство из них относятся к *двоичным* кодам и совпадают по размерности алфавита с первичными кодами, непосредственно кодирующими сообщения. Однако *недвоичные* коды показали более высокую эффективность применения по отношению к двоичным избыточным кодам. Одним из таких кодов является код *Рида – Соломона*, получивший широкое применение в системах передачи и хранения информации. Оно обусловлено высокой эффективностью (соотношением корректирующей способности и избыточности), превышающей соответствующие показатели аналогичных по размерности избыточных двоичных кодов (например, групповых или циклических). Поэтому исследование свойств кодов Рида – Соломона и возможностей их применения

для помехоустойчивого кодирования информации в системах управления представляется важным и своевременным.

Краткая теория: принципы построения, кодирования и декодирования кодов Рида – Соломона

Коды Рида – Соломона [5] являются недвоичными кодами и представляют собой разновидность БЧХ-кодов, которые построены в поле Галуа по модулю $q > 2$ ($GF(q)$). Для иллюстрации формирования кода рассмотрим двоичную последовательность V длины M . Разобьем ее на блоки двоичных символов длины l . Количество блоков определяется как

$$N = \left[\frac{M}{l} \right],$$

где $[]$ – операция округления в большую сторону. Последовательность двоичных символов можно представить в виде полинома, коэффициентами E_i при переменной x^i в котором будут символы недвоичного кода, отображающие блоки длины l :

$$V(x) = \sum_{i=0}^{N-1} E_i x^i. \quad (1)$$

Как известно, последовательность, состоящая из l двоичных символов, позволяет закодировать $q = 2^l$. Таким образом, каждый блок представляет собой символ недвоичного кода Рида – Соломона (Р-С) и может быть представлен в виде полинома степени не выше $m - 1$ некоторой формальной переменной α :

$$E_i(\alpha) = \sum_{j=0}^{l-1} b_j \alpha^j.$$

Полином, соответствующий символу кода Р-С, в поле Галуа $GF(q)$ формируется по модулю некоторого полинома степени l , который должен быть *неприводимым* (делиться нацело только на 1 и самого себя) и *примитивным* (на него должен делиться нацело только полином степени не менее $x^{q-1} + 1$).

Код Р-С может быть записан в традиционной (n, m, d) -форме, параметры которой в большинстве случаев определяются следующим образом:

$n = 2^l - 1$: общее количество символов кода,

$k = 2s$: количество дополнительных (избыточных) символов, s – кратность исправляемых ошибок,

$m = n - k = 2^l - 1 - 2s$: количество информационных символов,

$d = n - m + 1 = 2s + 1$: минимальное кодовое расстояние.

Коды Р-С могут быть *укорочены* за счет уменьшения количества информационных символов или *расширены*, но не более чем до $n = 2^l + 1$. Отметим, что при увеличении корректирующей способности s длина кода Р-С растет значительно медленнее, чем длина аналогичного БЧХ-кода, что позволит увеличить информационную скорость передачи (m/n).

Кодирование осуществляется аналогично двоичным БЧХ-кодам. Для этого необходимо построить *порождающий полином* $g(x)$:

$$g(x) = \prod_{i=1}^{2s} (x \oplus \alpha^i). \quad (3)$$

Полином кода Р-С $V(x)$ определяется как

$$V(x) = u(x) \cdot x^k \oplus r(x), \quad (4)$$

где $u(x)$ – информационный полином кода; $r(x)$ – избыточный полином кода, $r(x) = u(x) \cdot x^k \bmod g(x)$. Деление может осуществляться либо в полиномиальном виде, либо в векторном виде по обычному алгоритму. Как известно, полином $V(x)$ должен делиться на порождающий полином $g(x)$ без остатка, что может быть использовано для проверки правильности вычислений.

Декодирование кодов Р-С, в отличие от двоичных БЧХ-кодов, имеет более сложный алгоритм. Это объясняется тем, что необходимо не только определить место ошибки, но и ее значение (в двоичных кодах для исправления достаточно инвертировать ошибочный символ). Незыблемым остается общий принцип – *синдромное* декодирование, основанное на вычислении полинома синдрома $S(x)$ по принятому полиному $V'(x) = V(x) \oplus e(x)$:

$$S_i = V'(x) \Big|_{x=\alpha^i} = V'(\alpha^i) = e(x) \Big|_{x=\alpha^i} = e(\alpha^i), \quad (5)$$

$$i = \overline{1, k}.$$

Полином ошибки $e(x)$ можно представить в виде

$$e(x) = \sum_{i=0}^{n-1} e_i(\alpha) \cdot x^i,$$

где коэффициент $e_i(\alpha)$ показывает величину (вид) ошибки в i -м разряде.

Для определения мест возникновения ошибок, т.е. номера разрядов с $e_i(\alpha) \neq 0$, строится *полином локатора ошибок*:

$$\sigma(x) = \prod_{i=1}^s (1 \oplus \beta_i x) = 1 \oplus \sigma_1 x \oplus \sigma_2 x^2 \oplus \dots \oplus \sigma_s x^s, \quad (6)$$

где β_i – номер локатора ошибки (номер ошибочного разряда i). Корнями полинома локатора ошибок будут величины $1/\beta_i$. Величины, обратные корням, будут показывать номера ошибочных разрядов. Для их определения можно построить следующее матричное уравнение:

$$\begin{bmatrix} S_1 & S_2 & \dots & S_{t-1} & S_t \\ S_2 & S_3 & \dots & S_t & S_{t+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{t-1} & S_{t-1} & \dots & S_{2t-3} & S_{2t-2} \\ S_t & S_{t+1} & \dots & S_{2t-2} & S_{2t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_t \\ \sigma_{t-1} \\ \dots \\ \sigma_2 \\ \sigma_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S_{t+1} \\ -S_{t+2} \\ \dots \\ -S_{2t-1} \\ -S_{2t} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

В данном уравнении представим кратность исправляемых ошибок символом t . Все коэффициенты с индексами больше t равны 0.

Для определения коэффициентов σ_i левая и правая части уравнения умножаются на обратную матрицу. Определив коэффициенты σ_i , расположение ошибок определяется из n уравнений следующего вида:

$\sigma(x) \Big|_{x=\alpha^i} = \sigma(\alpha^i)$, $i = \overline{0, n-1}$. Если уравнение для α^i обращается в ноль, значит, значение $\beta_i = 1/\alpha^i$ и покажет место ошибки.

По значениям степеней коэффициентов β_j определяются номера ошибочных разрядов. Для определения значения ошибки $e_i(\alpha)$ тоже строится матричное уравнение вида

$$\begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 & \dots & \beta_t \\ \beta_1^2 & \beta_2^2 & \dots & \beta_t^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \beta_1' & \beta_2' & \dots & \beta_t' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_0 \\ e_1 \\ \dots \\ e_{t-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \dots \\ S_t \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Для определения коэффициентов e_i левая и правая части уравнения умножаются на обратную матрицу.

Реализация лабораторного стенда по исследованию кодов Рида – Соломона в среде моделирования MATLAB

Изучение вопросов построения и реализации кодов Рида – Соломона предлагается осуществить в рамках лабораторного практикума. Для этого разработан

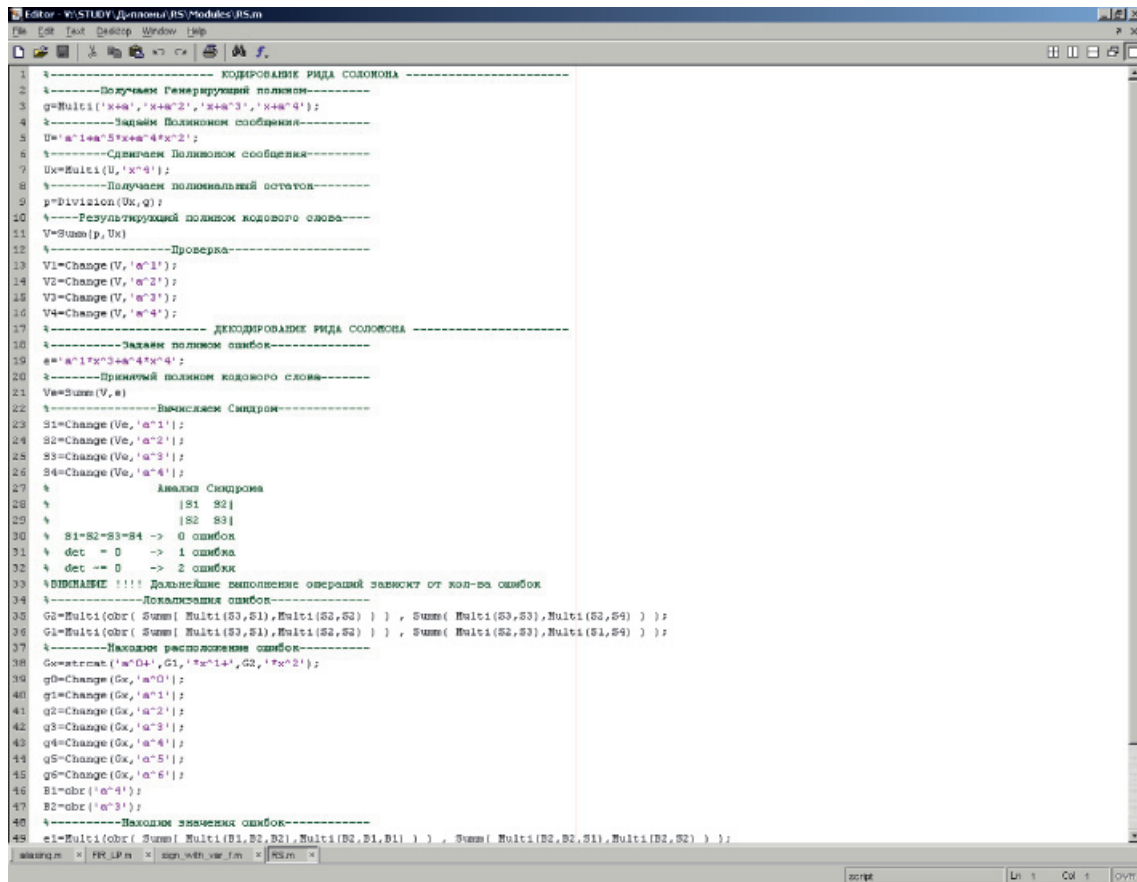


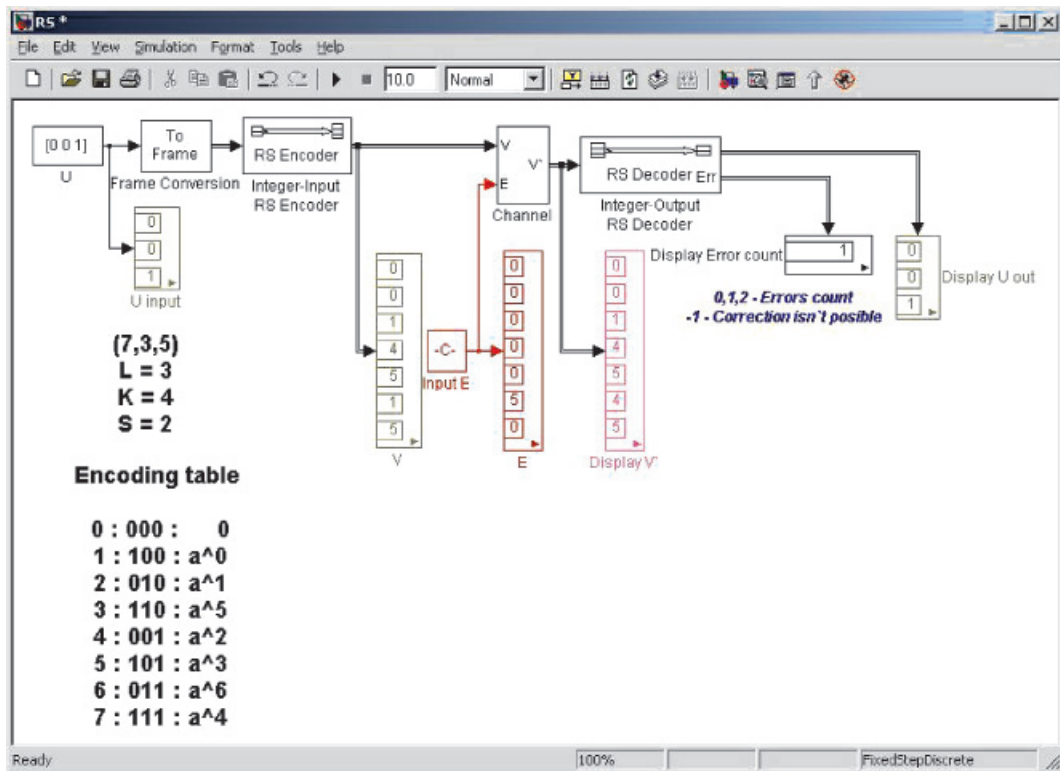
Рис. 1. Программные модули на языке m-script

и подготовлен виртуальный лабораторный стенд, реализованный в среде MatLab 7.0 разработки фирмы MathWorks Inc. Исследование традиционно состоит из двух частей: расчетной и практической (исследовательской).

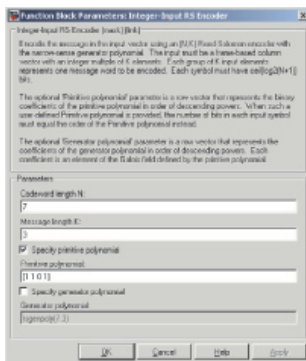
В *расчетной* части необходимо выполнить расчет параметров кода по индивидуальным исходным данным, промоделировать работу кодирующего устройства, а также работу декодера в режиме исправления ошибок различного местоположения и кратности. В качестве исходных данных указываются: длина информационной части m , длина блока l , кратность исправляемых ошибок s , примитивный полином $f(\alpha)$, информационный полином $u(x)$, варианты полинома

ошибок $e(x)$. В результате выполнения расчетной части необходимо рассчитать параметры кода, построить таблицу сложения, вычислить порождающий полином $g(x)$, промоделировать работу кодирующего и декодирующего устройств.

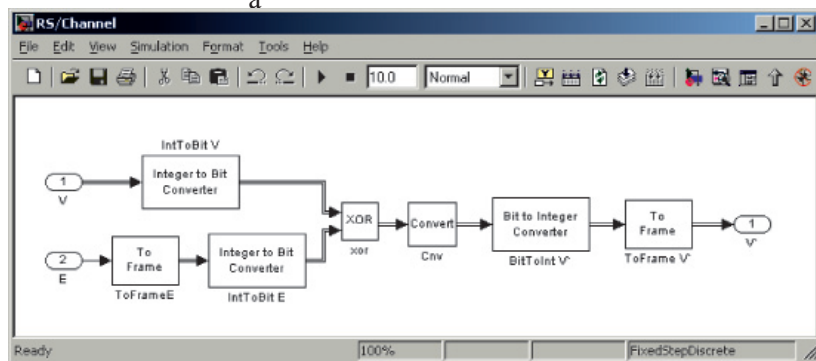
Для облегчения процедур расчета разработаны и апробированы программные модули на встроенном языке программирования m-script [10], которые представляют собой необходимые *макрофункции* (умножения, деления, сложения по модулю и т.п., рис. 1). Они позволяют проверить правильность аналитического расчета и могут быть использованы как основа программной реализации процедур кодирования и декодирования (например, в микроконтроллерах, ПЛИС,



а



б



в

Рис. 2. Модель системы, использующей коды P-C, в среде Simulink

вычислительных устройствах и других элементах систем управления).

В *практической* части сначала необходимо настроить параметры моделей кодирующего и декодирующего устройств (рис. 2, б), канала связи (рис. 2, в) в разработанной автором схмотехнической модели лабораторного стенда в среде моделирования Simulink (рис. 2, а).

В результате выполнения *практической* части будет промоделирована работа кодирующего и декодирующего устройств, а затем выполнено сравнение результатов аналитического, программного и схмотехнического моделирования, а также анализ корректирующих свойств исследуемого кода.

Итогом выполнения предлагаемого исследования является закрепление теоретических знаний и получения практических навыков реализации современных методов помехоустойчивого кодирования, что важно для профессиональной подготовки специалистов в области систем управления [1, 4]. Навык реализации программной модели будет востребован на практике, поскольку разработанные алгоритмы реализации программного обеспечения могут найти применение в решении инженерных задач помехоустойчивого кодирования.

Заключение

Целью настоящей статьи является рассмотрение исследования современных методов помехоустойчивого кодирования информации. Был произведен аналитический обзор кодирования и декодирования избыточных недвоичных кодов Рида-Соломона, рассмотрены примеры основных процедур преобразования. Далее показаны основные подходы к реализации виртуального лабораторного стенда, построенного в среде моделирования MatLab, проиллюстрирована процедура их кодирования и декодирования.

Список литературы

1. Волкова В.Н., Козлов В.Н., Горелова Г.В., Лыпарь Ю.И., Паклин Н.Б., Фирсов А.Н., Черненькая Л.В. Моделирование систем и процессов: учебник. Серия 58. Бакалавр. Академический курс. – 1-е изд. – М.: Изд-во Юрайт, 2016. – 450 с.
2. Гаврилов А.В., Кон Е.Л., Фрейман В.И. К вопросу об управлении распределенными гетерогенными мультисервисными инфокоммуникационными системами // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. – 2011. – № 5. – С. 264–270.
3. Кон Е.Л., Фрейман В.И. Теория электрической связи. Помехоустойчивая передача данных в информационно-управляющих и телекоммуникационных системах: модели, алгоритмы, структуры: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2007. – 317 с.: ил.

4. Никифоров В.И., Речинский А.В., Черненькая Л.В. Понятийно-терминологический аппарат государственных образовательных стандартов системы непрерывного профессионального образования // Alma mater (Вестник высшей школы). – 2013. – № 11. – С. 43–47.

5. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение: пер. с англ. – 2-е изд., испр. – М.: Вильямс, 2003. – 1104 с.: ил.

6. Фрейман В.И., Пирожков А.П. Изучение эффективного (экономного) кодирования данных в телекоммуникационных системах в рамках лабораторного практикума // Энергетика. Инновационные направления в энергетике. CALS-технологии в энергетике. – 2012. – № 1. – С. 308–317.

7. Фрейман В.И., Пирожков А.П. Исследование моделей дискретных каналов с памятью в рамках лабораторного практикума, построенного на базе пакета Matlab // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. – 2013. – Т. 1. – № 7. – С. 26–36.

8. Фрейман В.И., Пирожков А.П. Исследование эффективного кодирования в системах передачи и хранения информации // Научные исследования и инновации. – 2012. – Т. 6. – № 1–4. – С. 214–222.

9. Фрейман В.И., Савиных В.А. Изучение систем передачи с многократным повторением и обратной связью при помощи моделирования в среде Matlab // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. – 2011. – № 5. – С. 271–275.

10. MATLAB Documentation [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.mathworks.com/help/matlab/> (дата обращения: 04.07.2016).

References

1. Volkova V.N., Kozlov V.N., Gorelova G.V., Lypar Yu.I., Paklin N.B., Firsov A.N., Chernenkaja L.V. *Modelirovanie sistem i processov: uchebnik. Serija 58. Bakalavr. Akademicheskij kurs (1-e izd.)* [The modeling of systems and processes: textbook. 58 series. Bachelor. Academic course (1-st rel.)]. Moscow, Youright Publ., 2016, 450 p.
2. Gavrilov A.V., Kon E.L., Frejman V.I. *Vestnik Permskogo nacionalnogo issledovatel'skogo politehnicheskogo universiteta. Jeletrotehnika, informacionnye tehnologii, sistemy upravlenija*, 2011, no. 5, pp. 264–270.
3. Kon E.L., Frejman V.I. *Teorija jelektricheskoj svjazi. Pomehoustojchivaja peredacha dannyh v informacionno-upravljajushhij i telekommunikacionnyh sistemah: modeli, algoritmy, struktury* [The theory of telecommunications. Noise stability data transfer on the information and control systems: models, algorithms, structures]. Perm, Perm state techn. un-ty Publ., 2007, 317 p.
4. Nikiforov V.I., Rechinskij A.V., Chernenkaja L.V. *Alma mater (Vestnik vysshej shkoly)*, 2013, no. 11, pp. 43–47.
5. Skljар B. *Cifrovaja svjaz. Teoreticheskie osnovy i prakticheskoe primenenie* [Digital communications. Fundamentals and Applications]. Moscow, Williams Publ., 2003, 1104 p.
6. Frejman V.I., Pirozhkov A.P. *Jenergetika. Innovacionnye napravlenija v jenergetike. CALS-tehnologii v jenergetike*, 2012, no. 1, pp. 308–317.
7. Frejman V.I., Pirozhkov A.P. *Vestnik Permskogo nacionalnogo issledovatel'skogo politehnicheskogo universiteta. Jeletrotehnika, informacionnye tehnologii, sistemy upravlenija*, 2013, v. 1, no. 7, pp. 26–36.
8. Frejman V.I., Pirozhkov A.P. *Nauchnye issledovanija i innovacii*, 2012, v. 6, no. 1–4, pp. 214–222.
9. Frejman V.I., Savinyh V.A. *Vestnik Permskogo nacionalnogo issledovatel'skogo politehnicheskogo universiteta. Jeletrotehnika, informacionnye tehnologii, sistemy upravlenija*. 2011, no. 5, pp. 271–275.
10. MATLAB Documentation (2016), Available at: <http://www.mathworks.com/help/matlab/> (accessed 4 July 2016).