

УДК 681.5.62-6:51-74

ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДА ФОРМИРОВАНИЯ ВЕСОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ КРИТЕРИЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ КОМПОЗИТОВ

Бормотов А.Н.

*ФГБОУ ВО «Пензенский государственный технологический университет»,
Пенза, e-mail: aleks21618@yandex.ru*

Статья посвящена разработке и обоснованию метода формирования весовых коэффициентов критерия практической оптимальности по результатам математического моделирования и многокритериального синтеза композитов с применением принципов системного анализа. Обосновывается выбор весовых коэффициентов критериев оптимальности в методах многокритериального синтеза композитов и выбор обобщенного критерия эффективности при математическом моделировании структуры и свойств композитов. Результаты исследований нашли свое отражение в методике определения обобщенного критерия практической оптимальности при многокритериальном синтезе композитов и обосновании математической модели эффективности композита на примере математического моделирования структуры и свойств эффективных композитов специального назначения для защиты от агрессивных факторов. Разработанный математический метод формирования весовых коэффициентов критерия практической оптимальности использовался в процессе компьютерно-имитационного моделирования структуры и свойств композиционных материалов при формировании критерия оптимальности и функции качества композитов на минеральной и полимерной основах для защиты от агрессивных факторов.

Ключевые слова: математическое моделирование, многокритериальный синтез, критерии оптимальности, весовые коэффициенты, композиционные материалы, системный анализ

SUBSTANTIATION OF THE METHOD OF FORMATION OF THE WEIGHTING FACTORS OF THE CRITERION FOR PRACTICAL OPTIMALITY FOR THE RESULTS OF MATHEMATICAL MODELING OF COMPOSITES

Bormotov A.N.

Penza State Technological University, Penza, e-mail: aleks21618@yandex.ru

The article is devoted to the development and substantiation of the method of forming weight coefficients of criterion practical optimality according to the results of mathematical modeling and multicriteria synthesis of composites with the application of the principles of system analysis. Justify the choice of the weighting factors of the optimality criteria methods multi-criteria synthesis of the composites and the choice of the generalized criterion of efficiency for mathematical modeling of the structure and properties of composites. The research results are reflected in the method of determining the generalized criterion for practical optimality for multicriteria synthesis of composites and justification of the mathematical model of the efficiency of the composite on the example of mathematical simulation of structure and properties of composites effective special purpose for protection from aggressive factors. Developed mathematical method for forming weight coefficients of criterion for practical optimality was used in the process of computer simulation of structure and properties of composite materials in the formation of the optimality criterion and the function of the quality of composites based on mineral and polymer bases for protection from aggressive factors.

Keywords: mathematical modeling, multicriteria synthesis, optimality criteria, weight coefficient, composite materials, systems analysis

Знание весовых коэффициентов, умение их правильно находить и оперировать ими при моделировании в значительной степени определяет правильный выбор системы критериев качества композиционных материалов (КМ). При этом значение правильного выбора весовых коэффициентов возрастает, когда рассматривается большое количество конкурирующих систем качества КМ со многими параметрами. Поэтому весовые коэффициенты для частных показателей должны определяться *не субъективно* (хотя и с определенной достоверностью), а с *математическим* обоснованием. В каждом конкретном случае необходимо четко представлять, для

какого класса КМ определяются весовые коэффициенты, так как математическая модель, построенная для одного класса КМ, будет иной для другого [1, 2, 6, 9].

Если параметры, определяющие эффективность, являются функцией времени, то и значения весовых коэффициентов также являются функцией времени. Например, стоимость и надежность материала изменяются в зависимости от времени изготовления. В начале выпуска продукции её стоимость велика, а надежность мала. По мере увеличения выпуска продукции и отработки технологии стоимость уменьшается, а надежность растёт.

Для определения весовых коэффициентов кроме построения математической модели КМ необходимо также получить информацию о возможных значениях параметров и частных показателей качества конкурирующих вариантов компонентов КМ.

Пусть задана модель эффективности композита, описываемая функцией от частных показателей качества $E = F(y_1, y_2, \dots, y_n)$, причем все частные показатели являются независимыми переменными. Влияние частного показателя качества на главный показатель определим, взяв полный дифференциал функции:

$$dE = \frac{\partial E}{\partial y_1} dy_1 + \frac{\partial E}{\partial y_2} dy_2 + \dots + \frac{\partial E}{\partial y_n} dy_n. \quad (1)$$

Частные производные представляют весовые коэффициенты частных показателей качества y_1, y_2, \dots, y_n , связанных функциональной зависимостью с главным показателем E , так как $\partial E / \partial y_i$ показывает (при фиксированных значениях остальных показателей), как изменяется E при изменении y_i , т.е. $b_i = \partial E / \partial y_i$. Уравнение (1) запишем в виде

$$dE = b_1 dy_1 + b_2 dy_2 + \dots + b_n dy_n. \quad (2)$$

Из (1) и (2) следует, что коэффициенты веса b_i , определенные из $b_i = \partial E / \partial y_i$, являются функциями многих переменных частных показателей качества y_i , поскольку последние при определении b_i принимались вполне определенными, т.е. $b_i = f(y_1, y_2, \dots, y_n)$ [4].

Если рассматривается модель КМ, для которой заданы значения y_i , то b_i можно получить подстановкой конкретных значений частных показателей качества. Для упрощения решения задачи определения эффективности КМ полагаем, что весовые коэффициенты не связаны между собой и не зависят от значений самих частных показателей качества.

Таким образом, чтобы приступить к определению b_i , надо построить **математическую модель эффективности** как функцию частных показателей качества и стоимости в виде $E = F(y_1, y_2, \dots, y_n, C)$.

Общий алгоритм её построения зададим следующими этапами [2]:

1) на основании анализа исследуемого класса КМ разрабатываем математическую модель работы системы в функции ее параметров и частных показателей качества;

2) составляем математическую модель стоимостных характеристик композита с учетом проектирования, внедрения, модернизации и эксплуатации;

3) производим выбор показателя эффективности, отражающего назначение композита;

4) анализируем характер частных показателей качества;

5) на основе результатов п. 1–4 формируем математическую модель эффективности композита.

Характер частных показателей качества определяет вид полученной модели эффективности. Она может быть *детерминированной* или *статистической*. Это существенно влияет на дальнейшее определение их числовых значений.

Если частные показатели качества являются детерминированными величинами, то по уравнениям $E = F(y_1, y_2, \dots, y_n, C)$ и $b_i = f(y_1, y_2, \dots, y_n, C)$ можно рассчитать детерминированные числовые значения эффективности и весовых коэффициентов, на чем и заканчивается определение эффективности для данного КМ.

В том случае, когда частные показатели качества являются случайными величинами, модель эффективности представляется как статистическая модель. Весовые коэффициенты в этом случае являются случайными величинами, так как случайны сами значения частных показателей качества. Для получения b_i в виде постоянных значений находят *математическое ожидание* $M(b_i)$ и *дисперсию* $D(b_i)$. Последняя характеризует разброс значений данного весового коэффициента, а следовательно, и разброс значений коэффициента эффективности системы:

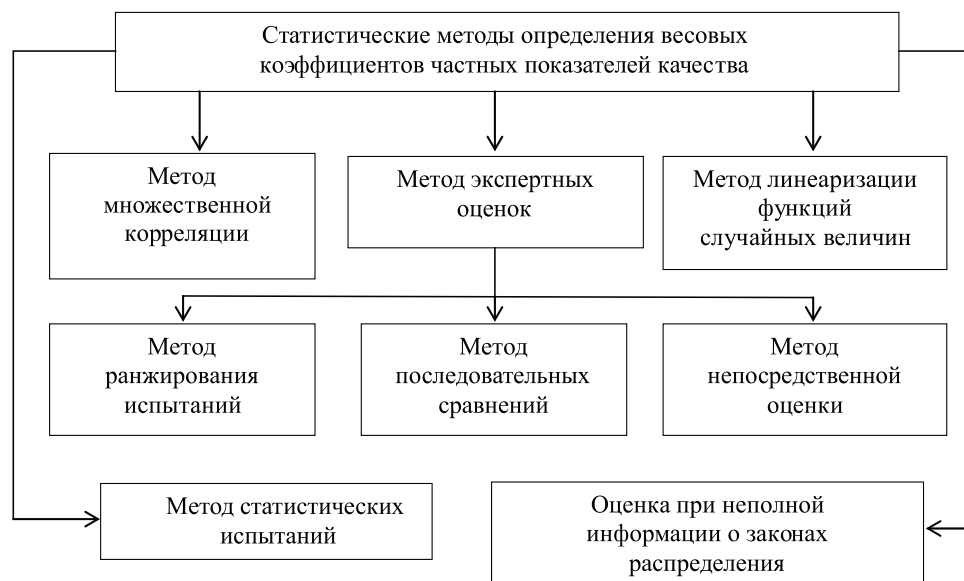
$$M(b_i) = \int_{-\infty}^{\infty} b_i \cdot g(b_i) db_i;$$

$$D(b_i) = \int_{-\infty}^{\infty} [b_i - M(b_i)]^2 \cdot g(b_i) db_i, \quad (3)$$

где $g(b_i)$ – закон распределения величины b_i .

Классификация методов определения весовых коэффициентов частных показателей качества КМ, используемых при математико-статистических исследованиях, представлена на рисунке. В каждом конкретном случае выбор метода определяется характером имеющейся информации о частных показателях качества КМ [1, 2, 3, 7].

Определение экономической эффективности КМ связано со значительными трудностями, особенно на стадии проектирования или изготовления, так как к этому времени имеется мало данных для моделирования.



Классификация статистических методов определения весовых коэффициентов частных показателей качества

Однако, имея даже неточные исходные данные, можно прийти к правильным выводам, если известны пределы и направления изменения стоимости и последствия ошибок, возникшие в результате допущенных неточностей. При выборе вариантов на стадии моделирования вариантов речь идет о сравнительном анализе технико-экономической эффективности. В этом случае представляет интерес не сама стоимость, а относительная составляющая разности стоимости вариантов [5, 10, 8].

Основу при определении экономической эффективности составляет расчет стоимости КМ. Рассмотрим некоторые методы расчета стоимости КМ на стадии разработки и моделирования. Их рассмотрение необходимо для сравнительной оценки и выбора наилучшего метода учета стоимости при моделировании и многокритериальном синтезе эффективных композитов специального назначения [5, 10, 8].

Метод удельных весов основан на определении себестоимости КМ по удельному весу отдельных составляющих в общей себестоимости. При этом используются следующие принципы сопоставимости:

- технологические (назначение, удобоукладываемость, одинаковость технологических процессов изготовления и т.п.);
- эксплуатационные (плотность, прочность, морозостойкость и т.п.).

Себестоимость проектируемого материала определяется на основе данных о структуре и себестоимости аналогичных материалов:

$$C = 100 \cdot \frac{\mathcal{E}_n}{y'_3}, \quad (4)$$

где y'_3 – удельный вес (в процентах) определенного элемента затрат в себестоимости аналогичного материала; \mathcal{E}_n – сумма затрат на данный элемент во вновь проектируемом материале.

Этот метод целесообразно использовать для случаев, когда вновь проектируемый материал изготавливается на том же предприятии, что и аналог.

Метод аналогий близок к методу удельных весов. Стоимость подсчитывается как произведение $C = \alpha_c C_a$, где C_a – стоимость материала-аналога; α_c – коэффициент сопоставимости, который в зависимости от сложности аналога имеет пределы $0,5 \leq \alpha_c \leq 1,5$. Аналогично, метод используется для случаев, когда вновь проектируемый материал улучшает свойства аналога.

Графоаналитический метод используется тогда, когда нет данных по материалу-аналогу. Реализация его требует предварительного исследования по группе КМ, к которой может быть отнесен моделируемый КМ. Он основан на построении математической модели стоимостной характеристики $C_3 = f(C_m + C_k)$ – зависимости основной заработной платы

от стоимости материалов и технологической оснастки. Эта зависимость может быть представлена в виде

$$C_3 = C'_0 (C_M + C_K)^{y''}, \quad (5)$$

где C_0 , y'' – коэффициенты, определяемые в результате предварительных исследований различных групп КМ.

Тогда заводская себестоимость

$$C_{\text{зав}} = C_M + C_K + C''_0 (C_M + C_K)^{y''}, \quad (6)$$

где

$$C''_0 = C'_0 \left(1 + \frac{\alpha + \beta}{100} \right); \quad (7)$$

α – процент цеховых расходов; β – процент общезаводских расходов.

Метод основан на том, что стоимость материалов и технологической оснастки на стадии проектирования уже может быть ориентировочно определена. Метод применим на стадии производства КМ и совершенно неприменим при стадии поисковых научных исследований.

Метод сметной калькуляции является наиболее точным, однако он применим только на стадии освоения опытной партии, когда вопрос о выборе рецептурно-технологических параметров КМ уже решен. Применять этот метод на стадии моделирования невозможно, так как нет достоверных данных о норме расхода основных материалов, не известна трудоемкость изготовления КМ по видам работ.

Определение стоимости систем по средней стоимости основных компонентов КМ основано на построении подробной иконографической модели рецептурно-технологических параметров КМ в виде блок-схемы и оценки стоимости отдельных блоков и элементов, количество которых ограничено.

Разбив систему на классы по элементам и определив стоимость элементов C_i i -го класса, находим стоимость системы суммированием

$$C = \sum_{i=1}^m n_i \cdot C_i, \quad (8)$$

где n_i и m чаще всего известны или могут быть определены уже на стадии предварительного проектирования. Стоимость C_i определяется по стоимости блоков системы, выпускаемых промышленностью композиционных материалов.

Этот метод наиболее прост в применении, так как при известных $C_{\text{иср}}$ надо знать только количество элементов, в то время как остальные методы требуют подробного расчета одной из составляющих основных материальных трудовых затрат, что не всегда возможно сделать. При использовании достоверных данных средних стоимостей компонентов КМ погрешность метода не превышает 10% [2, 4, 5].

Именно метод определения стоимости систем по средней стоимости основных компонентов КМ использовался для оценки экономической эффективности разрабатываемых композитов.

Разработанный математический метод формирования весовых коэффициентов критерия практической оптимальности в дальнейшем использовался в процессе компьютерно-имитационного моделирования структуры и свойств композиционных материалов при формировании критерия оптимальности и функции качества композитов на минеральной и полимерной основах для защиты от агрессивных факторов.

Статья публикуется при поддержке гранта № 3018 базовой части Госзадания вузам на 2016 год.

Список литературы

1. Бормотов А.Н. Математическое моделирование и многокритериальный синтез композиционных материалов / А.Н. Бормотов, И.А. Прошин, Е.В. Королёв. – Пенза: Изд-во ПГТА, 2011. – 352 с.
2. Бормотов А.Н. Математическое моделирование и многокритериальный синтез композиционных материалов специального назначения: дис... доктора техн. наук. – Пенза, 2011. – С. 316.
3. Бормотов А.Н. Многокритериальный синтез сверхтяжелого композита / А.Н. Бормотов, И.А. Прошин // Вестник Брянского государственного технического университета. – 2009. – № 4. – С. 29–36.
4. Бормотов А.Н. Система управления качеством при математическом моделировании и многокритериальном синтезе наномодифицированных композитов специального назначения / А.Н. Бормотов, И.А. Прошин, М.В. Кузнецова // Труды Института системного анализа Российской академии наук. – 2014. – Т. 64. – № 2. – С. 110–118.
5. Бормотов А.Н. Системный подход при математическом моделировании и многокритериальном синтезе наномодифицированных композитов специального назначения // Нанотехнология в теории и практике. – Казань, 2014. – С. 25–35.
6. Коновалов В.В. Аналитическое определение параметров лопастных смесителей для турбулентного перемешивания сухих смесей / В.В. Коновалов, А.В. Чупшев, В.П. Терюшков, Г.В. Шабурова // Вестник Ульяновской государственной сельскохозяйственной академии. – 2012. – № 1. – С. 135–136.
7. Коновалов В.В. Аналитическое определение параметров лопастных смесителей для турбулентного перемешивания сухих смесей / В.В. Коновалов, А.В. Чупшев, В.П. Терюшков, Г.В. Шабурова // Вестник Алтайского государственного аграрного университета. – 2012. – № 3 (89). – С. 88–91.

8. Таранцева К.Р. Effect of moving medium on the passivation and limiting dimensions of pits / K.R. Tarantseva, V.S. Pakhomov // Физикохимия поверхности и защита материалов. – 2002. – Т. 38. – № 1. – С. 57–64.

9. Таранцева К.Р. Модели и методы прогноза питтинговой коррозии / Физикохимия поверхности и защита материалов. – 2010. – Т. 46. – № 1. – С. 98–106.

10. Таранцева К.Р. Проблемы коррозионной стойкости оборудования в химико-фармацевтической промышленности // Коррозия: материалы, защита. – 2007. – № 3. – С. 15–20.

References

1. Bormotov A.N. Matematicheskoe modelirovanie i mnogokriterialnyj sintez kompozicionnyh materialov / A.N. Bormotov, I.A. Proshin, E.V. Koroljov. Penza: Izd-vo PGTA, 2011. 352 p.

2. Bormotov A.N. Matematicheskoe modelirovanie i mnogokriterialnyj sintez kompozicionnyh materialov specialnogo naznachenija: dis... doktora tehn. nauk. Penza, 2011. pp. 316.

3. Bormotov A.N. Mnogokriterialnyj sintez sverhtjazh-elogo kompozita / A.N. Bormotov, I.A. Proshin // Vestnik Brjanskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta. 2009. no. 4. pp. 29–36.

4. Bormotov A.N. Sistema upravlenija kachestvom pri matematicheskom modelirovanii i mnogokriterialnom sinteze

nanomodificirovannyh kompozitov specialnogo naznachenija / A.N. Bormotov, I.A. Proshin, M.V. Kuznecova // Trudy Instituta sistemnogo analiza Rossijskoj akademii nauk. 2014. T. 64. no. 2. pp. 110–118.

5. Bormotov A.N. Sistemnyj podhod pri matematicheskom modelirovanii i mnogokriterialnom sinteze nanomodificirovannyh kompozitov specialnogo naznachenija / V sbornike: Nanotehnologija v teorii i praktike Kazan, 2014. pp. 25–35.

6. Konovalov V.V. Analiticheskoe opredelenie parametrov lopastnyh smesitelej dlja turbulentnogo peremeshivaniya suhih smesej / V.V. Konovalov, A.V. Chupshev, V.P. Terjushkov, G.V. Shaburova // Vestnik Uljanovskoj gosudarstvennoj sel'skoho-zhajstvennoj akademii. 2012. no. 1. pp. 135–136.

7. Konovalov V.V. Analiticheskoe opredelenie parametrov lopastnyh smesitelej dlja turbulentnogo peremeshivaniya suhih smesej / V.V. Konovalov, A.V. Chupshev, V.P. Terjushkov, G.V. Shaburova // Vestnik Altajskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. 2012. no. 3 (89). pp. 88–91.

8. Taranceva K.R. Effect of moving medium on the passivation and limiting dimensions of pits / K.R. Tarantseva, V.S. Pakhomov // Fizikohimija poverhnosti i zashhita materialov. 2002. T. 38. no. 1. pp. 57–64.

9. Taranceva K.R. Modeli i metody prognoza pittingovoj korrozii / Fizikohimija poverhnosti i zashhita materialov. 2010. T. 46. no. 1. pp. 98–106.

10. Taranceva K.R. Problemy korrozionnoj stojkosti oborudovanija v himiko-farmaceuticheskoj promyshlennosti / Korrozija: materialy, zashhita. 2007. no. 3. pp. 15–20.