

УДК 629.01

## СТРУКТУРНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ КОНСТРУКЦИЙ УСТРОЙСТВ ЗАЩИТЫ ОПЕРАТОРОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН

Питухин А.В., Скобцов И.Г.

ФГБОУ ВО «Петрозаводский государственный университет»,  
Петрозаводск, e-mail: iskobtsov@mail.ru

Работа посвящена решению задачи оптимального проектирования устройства защиты оператора при опрокидывании лесной машины с применением методов теории катастроф. В первой части статьи представлено введение в теорию катастроф, приведена катастрофа сборки, при этом переменные управления рассмотрены как случайные величины, распределенные по нормальному закону. Вторая часть статьи посвящена постановке задачи оптимального проектирования, включающей выбор целевой функции и параметров проектирования, определение системных ограничений. Целевая функция определена в виде средних суммарных ожидаемых затрат, включающих затраты на производство конструкции и стоимость ее отказа с учетом вероятности катастрофы сборки. В третьей части статьи приведен алгоритм поиска оптимального решения, в основу которого положен метод случайного поиска с уменьшением интервала при учете областных и функциональных ограничений. В заключительной части статьи представлен пример решения оптимизационной задачи при выборе рациональных параметров защитного устройства, позволяющий повысить безопасность труда и снизить затраты при изготовлении и эксплуатации конструкции.

**Ключевые слова:** оптимальное проектирование, катастрофа сборки, случайная величина, вероятность безотказной работы, устройство защиты при опрокидывании

## STRUCTURAL OPTIMIZATION OF TECHNOLOGICAL MACHINE OPERATOR PROTECTIVE STRUCTURE CONSTRUCTIONS

Pitukhin A.V., Skobtsov I.G.

Petrozavodsk State University, Petrozavodsk, e-mail: iskobtsov@mail.ru

This paper deals with the optimal design problem solution for logging machine operator roll-over protective structure (ROPS) in terms of the catastrophe theory. A brief description of the catastrophe theory is presented, the cusp catastrophe is considered, control parameters are viewed as Gaussian stochastic quantities in the first part of the paper. The statement of optimal design problem is given in the second part of the paper. It includes choice of the objective function and independent design variables, establishment of system limits. The objective function is determined as mean total cost, that includes initial cost and cost of failure according to the cusp catastrophe probability. Algorithm of random search method with an interval reduction subject to side and functional constraints is given in the third part of the paper. The example of optimal design problem solution is presented in the last part of the paper. This approach can be applied to choose rational ROPS parameters, which will increase safety and reduce production and exploitation expenses.

**Keywords:** optimal design, cusp catastrophe, stochastic quantity, reliability function, roll-over protective structure

На сегодняшний день в России по способу трелевки можно выделить три вида технологий заготовки древесины: в деревьях, хлыстах и сортиментах. Работа по любой из них в условиях лесной пересеченной местности связана с риском возникновения таких аварийных ситуаций, как опрокидывание машины в результате потери устойчивости, падение на ее кабину массивных предметов – деревьев, сучьев и др., что влечет за собой опасность нанесения травм оператору. Стандартом ИСО 8082, регламентирующим требования к безопасности операторов лесных машин, предписывается оснащать кабины устройствами защиты при опрокидывании (ROPS – Roll-over protective structures) для снижения риска травмирования оператора в случае возникновения аварийной ситуации.

В процессе проектирования, когда разработчиком рассматривается большое коли-

чество возможных вариантов исполнения ROPS, приходится решать двоякую задачу: с одной стороны, необходимо создавать новые, более эффективные и менее дорогостоящие конструкции; с другой – разрабатывать методы повышения качества их функционирования и конкурентоспособности. Таким образом, возникает задача оптимизации параметров ROPS, решение которой, во-первых, позволит обеспечить соответствие значений характеристик безопасности требованиям действующих стандартов при проектировании, во-вторых, снизить затраты при изготовлении и эксплуатации конструкции.

Теория катастроф, интенсивно развивающаяся со второй половины XX века, основоположниками которой являются французский математик Р. Том [6] и российский математик В.И. Арнольд [1], дает возможность описания качественных (скачкообразных) изменений моделируемой

системы при плавных изменениях параметров управления. Одной из семи элементарных катастроф по Р. Тома [6] является катастрофа сборки, потенциальная функция которой определяется

$$V_{ab}(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}ax^2 + bx,$$

где  $x$  – переменная состояния;  $a, b$  – переменные управления.

Многообразие  $M$  катастрофы задается уравнением

$$0 = \frac{d}{dx}V_{ab}(x) = x^3 + ax + b,$$

которое имеет от одного до трех вещественных корней. Природа этих корней зависит от дискриминанта

$$D = 4a^3 + 27b^2.$$

Катастрофа происходит, когда дискриминант  $D$  меняет знак с отрицательного на положительный [2]. В работе [3] для оценки вероятности катастрофы сборки предложен метод статистической линеаризации для варианта, при котором переменные управления являются случайными величинами. В данном случае оценки математического ожидания и дисперсии дискриминанта  $D$  определяются

$$\begin{aligned} \bar{D} &= 4\bar{a}^3 + 27\bar{b}^2; \\ \sigma_D^2 &= \left(\frac{\partial \bar{D}}{\partial \bar{a}}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial \bar{D}}{\partial \bar{b}}\right)^2 \sigma_b^2 = \\ &= 144\bar{a}^4 \sigma_a^2 + 2916\bar{b}^2 \sigma_b^2, \end{aligned}$$

где  $\bar{a}, \bar{b}$  – математические ожидания переменных управления;  $\sigma_a^2, \sigma_b^2$  – дисперсии переменных управления.

Методы оценки вероятности безотказной работы применительно к устройству защиты оператора при опрокидывании лесной машины представлены в работах [2, 5], и следующим шагом является постановка и решение задачи оптимизации параметров ROPS путем поиска оптимальных значений переменных управления катастрофы сборки.

#### Постановка задачи оптимального проектирования с применением статистической катастрофы сборки

Постановка задачи оптимального проектирования включает: выбор целевой функции, определение системных ограничений, выбор оптимизируемых параметров. Как правило, невозможно обеспечить макси-

мальную надежность и минимальную стоимость изготовления машины или отдельных ее частей. Следовательно, целесообразно выбирать такой показатель эффективности, который бы учитывал как надежность в период эксплуатации, так и стоимость изготовления.

Монокритериальная задача условной оптимизации может быть сформулирована в виде: минимизировать суммарные затраты, включающие стоимость производства металлоконструкции устройства защиты и потери от простоя лесозаготовительной машины в случае отказа ROPS [3, 4]

$$C_T(X^*) = \min_{X \in \Omega} C_T(X)$$

при условиях  $X_{\min} \leq X \leq X_{\max}$  – областные ограничения;  $F(X) \leq 0$  – функциональные ограничения.

Здесь  $C_T$  – общие (суммарные) ожидаемые затраты;  $X = X_{<n>}^T = (x_1, \dots, x_n)$  – вектор параметров проектирования;  $X^*$  – оптимальное значение вектора параметров проектирования, доставляющее минимальное значение целевой функции;  $\Omega$  – область допустимых значений вектора  $X$ .

В качестве параметров проектирования могут выступать размеры конструкции, механические свойства материалов, допуски на изготовление, величина дефектов и т.д.

Среднее значение суммарных ожидаемых затрат в общем виде может быть выражено как

$$C_T(X) = C_{1T}(X) + \sum_{i=1}^m Q_i \cdot C_i,$$

где  $C_{1T}(X)$  – затраты на изготовление;  $C_i, Q_i$  – соответственно стоимость и вероятность отказа  $i$ -го вида;  $m$  – общее число возможных видов отказов.

Переменные управления катастрофы сборки зависят от параметров проектирования

$$a = f_a(X); \quad b = f_b(X).$$

В свою очередь, вероятность безотказной работы конструкции также может быть выражена через переменные управления катастрофы сборки

$$R(a, b) = 1 - Q(a, b),$$

где  $Q(a, b)$  – вероятность отказа (вероятность катастрофы сборки).

Таким образом, переменные управления  $(a, b)$  могут выступать в качестве оптимизируемых параметров. В качестве областных ограничений принимаются ограничения на размеры деталей; в качестве функциональных – ограничения на площадь поперечного

сечения профиля, используемого при изготовлении ROPS. При допущении о нормальном распределении параметров управления вероятность катастрофы сборки выразится

$$Q = \frac{1}{2} + \Phi(t),$$

$$\text{где } t = \frac{\bar{D}}{\sigma_D} = \frac{4\bar{a}^3 + 27\bar{b}^2}{\sqrt{144\bar{a}^4\sigma_a^2 + 2916\bar{b}^2\sigma_b^2}} - \text{значение}$$

переменной в функции Лапласа.

Тогда

$$Q(a, b) = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{4\bar{a}^3 + 27\bar{b}^2}{\sqrt{144\bar{a}^4\sigma_a^2 + 2916\bar{b}^2\sigma_b^2}}\right). \quad (1)$$

### Построение целевой функции

В случае, если преобладающим видом отказа является разрушение конструкции (когда имеет место катастрофа сборки), суммарные ожидаемые затраты, выступающие в роли целевой функции, могут быть выражены как сумма затрат на производство конструкции устройства защиты и стоимости ее отказа с учетом вероятности катастрофы сборки

$$C_{1T}(a, b) = C_{1T} + Q(a, b) \cdot C_{2T} \quad (2)$$

Здесь  $C_{1T}$  – затраты на производство устройства защиты;  $C_{2T}$  – стоимость отказа.

Затраты на производство ROPS определяются как

$$C_{1T} = C_{11} + C_{12}, \quad (3)$$

где  $C_{11}$  – стоимость материала;  $C_{12}$  – стоимость изготовления.

Как первая, так и вторая составляющая затрат на производство могут быть выражены через массу металлоконструкции. Как правило, в прайс-листах, размещенных на сайтах заводов-производителей металлопроката, цены на изготовление металлоконструкций и цены на металлопрокат указаны в рублях за 1 тонну. Таким образом, суммарные затраты на производство можно определить, зная массу ROPS  $m_{ROPS}$  (кг), а также цену 1 т металлопроката  $C_{1тмп}$  и цену изготовления 1 т металлоконструкции ROPS  $C_{1тизг}$

$$C_{1T} = (C_{1тмп} + C_{1тизг}) \cdot m_{ROPS} / 1000.$$

Зависимость затрат на производство от управляющих переменных применительно к ROPS колесного скиддера ТЛК 4-01 (рисунки) может быть представлена в виде

$$C_{1T}(a, b) = \left[ -\frac{a \cdot C_1 \cdot R^2}{b \cdot C_1 \cdot F_{\min} + R^2} - k_2 \right] \cdot \frac{C_{1кг} \cdot l \cdot \rho}{k_1}, \quad (4)$$

где  $k_1, k_2$  – коэффициенты в уравнении регрессии  $A_1 = k_1 \cdot S + k_2$ ;  $A_1, C_1$  – характеристики жесткости ROPS [5];  $F_{\min}$  – минимальная нагрузка (по ИСО 8082);  $R$  – опорная реакция;  $l$  – суммарная длина стержней, составляющих конструкцию;  $S$  – площадь поперечного сечения стержня;  $C_{1кг}$  – стоимость изготовления 1 кг ROPS,  $C_{1кг} = (C_{1тмп} + C_{1тизг}) / 1000$ ;  $\rho$  – плотность стали.

Стоимость отказа  $C_{2T}$  может быть выражена как сумма потерь от простоя лесозаготовительной машины в течение  $k$  машиномен, затрат на перевозку лесозаготовительной машины в мастерскую  $C_{2T2}$ , затрат на монтаж (демонтаж) кабины  $C_{2T3}$  и затрат на производство нового устройства защиты оператора  $C_{2T4}$

$$C_{2T} = k \cdot C_{2T1} + C_{2T2} + C_{2T3} + C_{2T4}, \quad (5)$$

где  $C_{2T1}$  – потери от простоя лесозаготовительной машины в течение одной машиномены.

Таким образом, необходимо найти оптимальное значение вектора параметров проектирования  $X^*$ , которому при заданных ограничениях соответствует наименьшее значение суммарных ожидаемых затрат. Поскольку переменные управления катастрофы сборки (а следовательно, и параметры проектирования) выступают как случайные величины, то в качестве метода поиска оптимального решения может быть использован один из методов случайного поиска – например, метод случайного поиска с уменьшением интервала.

### Алгоритм поиска оптимального решения

Поиск оптимального решения при проектировании устройства защиты оператора может быть произведен в следующей последовательности:

1) этап постановки задачи: выбор целевой функции, ввод областных и функциональных ограничений, определение управляемых переменных;

2) оценка напряженно-деформированного состояния ROPS методом конечных элементов, построение уравнений линейной регрессии – зависимости жесткости ROPS от площади поперечного сечения профиля  $A_1 = k_1 \cdot S + k_2$ ;

3) оценка вероятности катастрофы сборки и выражение стоимости производства устройства защиты  $C_{1T}$  и стоимости отказа  $C_{2T}$  в зависимости от параметров управления;

4) построение целевой функции – суммарных затрат с учетом вероятности отказа (катастрофы сборки);

5) поиск оптимального решения – значений параметров управления, соответствующих минимуму целевой функции при заданных ограничениях методом случайного поиска с уменьшением интервала.

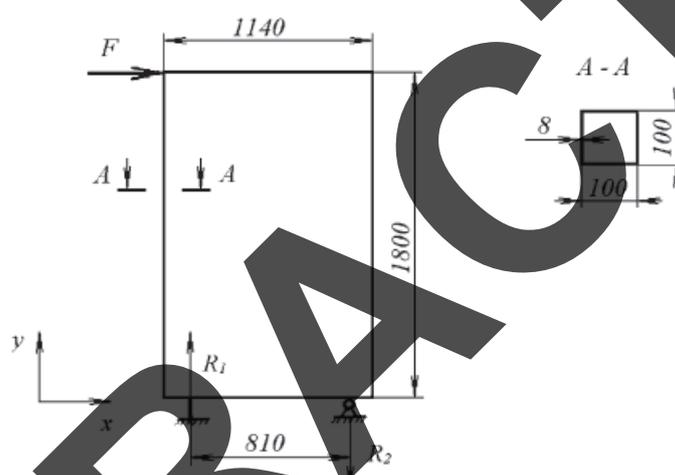
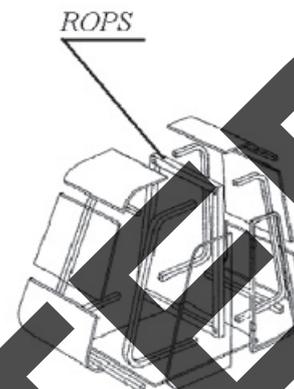


Схема ROPS ТЛК 4-01

### Пример решения задачи оптимального проектирования ROPS трелевочного трактора ТЛК-4-01

Ввод исходных данных для оценки затрат на производство устройства защиты (сечение профиля – полый квадрат по ГОСТ 12336):

$$F_{\min} = 10^5 \text{ Н}; R = 2,22 F_{\min}; l = 5,88 \text{ м}; \rho = 7800 \text{ кг/м}^3;$$

$$C_{1\text{ТМ/П}} = 30000 \text{ руб./т}; C_{1\text{Тизг}} = 50000 \text{ руб./т};$$

$$C_{1\text{кг}} = (C_{1\text{ТМ/П}} + C_{1\text{Тизг}})/1000 = (30000 + 50000)/1000 = 80 \text{ руб./кг};$$

$$k = 2; C_{2\text{T1}} = 20000 \text{ руб}; C_{2\text{T2}} = 0,5 C_{2\text{T1}}; C_{2\text{T3}} = 0,5 C_{2\text{T1}}; C_{2\text{T4}} = C_{1\text{T}}$$

Определение коэффициентов в уравнении регрессии  $A_1 = k_1 \cdot S + k_2$  производилось на основании величин жесткости  $A_1$ , вычисленных с применением ППП «Зенит» для различных вариантов сечений профиля.

Оценка вероятности катастрофы сборки – по формуле (1), оценка стоимости производства устройства защиты  $C_{1\text{T}}$  и стоимо-

сти отказа  $C_{2\text{T}}$  в зависимости от параметров управления – по формулам (2)–(5).

Поиск оптимального решения осуществлен методом случайного поиска с уменьшением интервала, при этом наименьшему значению целевой функции соответствует жесткость системы ROPS  $A_1 = 11510 \text{ Н/мм}$  и площадь поперечного сечения квадратного профиля

$S = 3,191 \cdot 10^3 \text{ мм}^2$ , которые наиболее близки к значениям, соответствующим квадратному профилю  $110 \times 110 \times 8$  с характеристиками  $A_1 = 12020 \text{ Н/мм}$  и  $S = 3,264 \cdot 10^3 \text{ мм}^2$ .

### Выводы

Базовый вариант ROPS в виде каркаса из стержней квадратного сечения  $100 \times 100 \times 8$ , имеющий место на серийном колесном трелевочном тракторе «Онежец ТЛК 4-01», не является оптимальным вариантом конструкции. В свою очередь, наиболее близким к оптимальному является профиль с жесткостью  $A_1 = 11510 \text{ Н/мм}$  и площадью поперечного сечения  $S = 3191 \text{ мм}^2$ , что соответствует полому квадрату  $110 \times 110 \times 8$ . Также рассмотрены такие варианты формы поперечного сечения стержней устройства защиты оператора, как полый прямоугольник, двутавр и швеллер. В случае прямоугольного сечения оптимальным является профиль с жесткостью  $A_1 = 11080 \text{ Н/мм}$  и площадью поперечного сечения  $S = 2160 \text{ мм}^2$ , что соответствует полному прямоугольнику  $140 \times 100 \times 5$ ; для двутавра – профиль с жесткостью  $A_1 = 9003 \text{ Н/мм}$  и площадью поперечного сечения  $S = 1524 \text{ мм}^2$ , что соответствует двутавру № 12 по ГОСТ 8239–89; для швеллера – профиль с жесткостью  $A_1 = 10520 \text{ Н/мм}$  и площадью поперечного сечения  $S = 1556 \text{ мм}^2$ , что соответствует швеллеру № 14 по ГОСТ 8240–89.

*Работа выполнена при поддержке Программы стратегического развития (ПСР) Петрозаводского государственного университета в рамках реализации комплекса мероприятий по развитию научно-исследовательской деятельности на 2012–2016 гг.*

### Список литературы

1. Арнольд В.И. Теория катастроф. – М.: Наука, 1990. – 128 с.
2. Pitukhin A.V., Skobtsov I.G. The Estimation of Reliability Function in Terms of the Catastrophe Theory // Applied Mechanics and Materials. – 2014. – Vol. 607. – P. 817–820.
3. Pitukhin A.V., Skobtsov I.G. The Statement of Optimal Design Problem with the Cusp Catastrophe Theory Application // Applied Mechanics and Materials. – 2015. – Vol. 709. – P. 530–533.
4. Pitukhin A.V., Skobtsov I.G. The Statistical Catastrophe Theory and Optimal Probability Based Design // Applied Mechanics and Materials. – 2015. – Vol. 741. – P. 283–286.
5. Pitukhin A.V. Stochastic Cusp Catastrophe and Engineering Design // Education, practice and Promotion of Computational methods in Engineering Using Small Computers: proceedings of the Fifth EPMESC Conference (Macao, China, 1–4 august 1995). – Macao, 1995. – Vol. 2. – P. 897–902.
6. Thom R. Structural Stability and Morphogenesis: An Outline of a General Theory of Models. – Reading, MA: Addison-Wesley, 1989.

### References

1. Arnold V.I. Teorija katastrof. M.: Nauka, 1990. 128 p.
2. Pitukhin A.V., Skobtsov I.G. The Estimation of Reliability Function in Terms of the Catastrophe Theory // Applied Mechanics and Materials. 2014. Vol. 607. pp. 817–820.
3. Pitukhin A.V., Skobtsov I.G. The Statement of Optimal Design Problem with the Cusp Catastrophe Theory Application // Applied Mechanics and Materials. 2015. Vol. 709. pp. 530–533.
4. Pitukhin A.V., Skobtsov I.G. The Statistical Catastrophe Theory and Optimal Probability Based Design // Applied Mechanics and Materials. 2015. Vol. 741. pp. 283–286.
5. Pitukhin A.V. Stochastic Cusp Catastrophe and Engineering Design // Education, practice and Promotion of Computational methods in Engineering Using Small Computers: proceedings of the Fifth EPMESC Conference (Macao, China, 1–4 august 1995). Macao, 1995. Vol. 2. pp. 897–902.
6. Thom R. Structural Stability and Morphogenesis: An Outline of a General Theory of Models. Reading, MA: Addison-Wesley, 1989.