

УДК 519.862.6

## ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТОИМОСТИ АВТОМОБИЛЕЙ НА ВТОРИЧНОМ РЫНКЕ В ГОРОДЕ НАБЕРЕЖНЫЕ ЧЕЛНЫ

**Валеева З.Ф., Исавнин А.Г.**

*Набережночелнинский институт (филиал) ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет», Набережные Челны, e-mail: ziliya94@mail.ru*

В данной статье построена модель стоимости продажной цены автомобилей на вторичном рынке при помощи методов экономико-математического моделирования. Актуальность изучения в данной работе вытекает из необходимости формализации существующих критериев оценки стоимости продаваемых на вторичном рынке автомобилей, поскольку на практике нет четко обоснованных критериев и моделей для ее определения. В процессе исследования учитывались основные параметры автомобиля, влияющие на его стоимость. Объектом исследования являются автомобили на вторичном рынке в городе Набережные Челны Республики Татарстан, предметом исследования – сложившийся уровень средней стоимости автомобилей. Для проведения эконометрического моделирования рынка на основе предложений о продажах автомобилей построена выборка. Основным методом исследования является регрессионный анализ и метод Брандона.

**Ключевые слова:** статистическая значимость, регрессионный анализ, факторы, оценка критериев, моделирование, метод Брандона

## ECONOMETRIC MODELING OF PRICE CAR IN THE SECONDARY MARKET IN THE CITY OF NABEREZHNYE CHELNY

**Valeeva Z.F., Isavnin A.G.**

*Institute (branch) of federal public autonomous educational institution of higher education the «Kazan (Volga region) Federal University, Naberezhnye Chelny, e-mail: ziliya94@mail.ru*

In this paper, a model of the value of the selling price of cars in the secondary market by means of economic and mathematical modeling. The relevance of the study in this work stems from the necessity of formalizing the existing criteria for assessing the cost of selling cars in the secondary market, since, in practice, there is no well-founded criteria and models to define it. The study took into account the main parameters of the car influencing its value. The object of the study are cars in the secondary market in the city of Naberezhnye Chelny Tatarstan, the subject of investigation – the current level of the average cost of cars. For the econometric modeling based on the market offers a selection of built car sales. The main research method is a regression analysis method and Brandon.

**Keywords:** statistical significance, regressive analysis, factors, estimation of criteria, design, method of Brandon

**Цель данного исследования** – построение математической модели, которая учитывала бы факторы, влияющие на стоимость бывших в употреблении автомобилей в целом.

### **Задачи исследования:**

1. Отобрать достаточные факторы для построения модели стоимости б.у. автомобилей.

2. Построить многофакторное регрессионное уравнение.

3. Оценить модель на адекватность.

4. Произвести оценку влияния факторов на стоимость б.у. автомобиля.

В процессе исследования учитывались основные параметры автомобиля, влияющие на его стоимость на вторичном рынке.

Были отобраны такие факторы, как, пробег, тип кузова, год выпуска, мощность, количество владельцев, коробка передач, тип двигателя, привод, наличие кондиционера, наличие усилителя руля, наличие зимней резины, наличие автомагнитолы, наличие стеклоподъем-

ников, наличие сигнализации, обогрев сидений, обогрев стекол, наличие ковриков, наличие литых дисков. Была построена матрица парных коэффициентов для устранения мультиколлинеарности, если таковая имеется и проведен ее анализ. Для проверки значимости коэффициентов корреляции используем t-критерий Стьюдента. Фактическое значение этого критерия определяем по формулам:

$$t_{\text{pac}} = \frac{|r|}{\sigma_r}; \quad \sigma_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n-1}}. \quad (1)$$

Затем в несколько этапов был проведен регрессионный анализ – заключающийся в исследовании влияния независимых переменных  $X_1, X_2, \dots, X_p$  на зависимую переменную  $Y$  [5]. Зависимые переменные называют критериальными, а независимые переменные – регрессорами. Терминология

этих переменных отражает только математическую зависимость переменных. Уравнение регрессии было применено для построения линии регрессии. Последнее позволило определить среднюю величину  $Y$ , при изменении величин  $X$ . Итак было построено следующее регрессионное уравнение:

$$Y = 417564,5489817 - 0,859745052 \cdot x_1 + 20825,306 \cdot x_2 + 1799,611 \cdot x_3 + 235839,626 \cdot x_4, \quad (2)$$

где  $x_1$  – пробег автомобиля в км;  $x_2$  – год выпуска;  $x_3$  – мощность, л.с.;  $x_4$  – количество владельцев (1 – один владелец, 0 – больше одного).

**Таблица 1**

Критическое значение t-статистики Стьюдента при уровне значимости 0,05 и числе степеней свободы 100:  $t_{кр} \approx 1,984$ .

Фактор	Значение коэффициента	Фактическое значение t-критерия Стьюдента
Пробег ( $X_1$ )	0,061	10,163
Тип кузова ( $X_2$ )	0,045	6,738
Год выпуска ( $X_3$ )	0,087	4,217
Мощность ( $X_4$ )	0,087	3,135
Количество владельцев ( $X_5$ )	0,096	2,220
Коробка передач ( $X_6$ )	0,063	9,650
Тип двигателя ( $X_7$ )	0,099	1,100
Привод ( $X_8$ )	0,100	2,529
Наличие кондиционера ( $X_9$ )	0,100	3,704
Наличие усилителя руля ( $X_{10}$ )	0,100	2,649
Наличие зимней резины ( $X_{11}$ )	0,101	0,045
Наличие автомагнитолы ( $X_{12}$ )	0,100	0,597
Наличие стеклоподъемников ( $X_{13}$ )	0,098	1,644
Наличие сигнализации ( $X_{14}$ )	0,087	2,975
Обогрев сидений ( $X_{15}$ )	0,088	2,476
Обогрев стекол ( $X_{17}$ )	0,100	1,853
Наличие ковриков ( $X_{18}$ )	0,100	1,074
Наличие литых дисков ( $X_{20}$ )	0,061	10,163

Регрессионная статистика								
Множественный R	0,88996131							
R-квадрат	0,792031134							
Нормированный R-квад	0,773748156							
Стандартная ошибка	40243,85748							
Наблюдения	100							
Дисперсионный анализ								
	df	SS	MS	F	Значимость F			
Регрессия	8	5,61286E+11	70160801046	43,3206869	8,39969E-28			
Остаток	91	1,47381E+11	1619568065					
Итого	99	7,08667E+11						
	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%	Нижние 95,0%	Верхние 95,0%
Y-пересечение	417564,898	5084911,646	-8,211834897	1,3927E-12	-51857007	-31655902,8	-51857007	-31655902,8
Переменная X 1	-0,860	0,151883647	-5,660550484	1,7377E-07	-1,161443252	-0,55804685	-1,161443252	-0,558046852
Переменная X 2	-2008,170	8348,413297	-0,240545088	0,8104488	-18591,26689	14574,9273	-18591,26689	14574,92727
Переменная X 3	20825,307	2532,003286	8,224834046	1,3088E-12	15795,79346	25854,8202	15795,79346	25854,8202
Переменная X 4	1799,611	716,6755848	2,511054282	0,0138018	376,0233193	3223,19927	376,0233193	3223,199273
Переменная X 5	235839,627	64576,3197	3,652106959	0,00043416	107566,7032	364112,55	107566,7032	364112,5498
Переменная X 7	-11433,344	10793,13803	-1,059316019	0,29225957	-32872,58635	10005,8983	-32872,58635	10005,89831
Переменная X 14	13890,051	21727,91847	0,639272041	0,52425194	-29269,78911	57049,8907	-29269,78911	57049,89067
Переменная X 15	235,442	8837,926863	0,026639946	0,97880525	-17320,01373	17790,8975	-17320,01373	17790,89751

Результаты регрессионного анализа модели  $Y$

Затем уравнение (2) было оценено при помощи математических критериев, что доказало, адекватность его построения. Оценка значимости уравнения множественной регрессии осуществлялась путем проверки гипотезы о равенстве нулю коэффициента детерминации. Коэффициент (индекс) детерминации показывает качества регрессионной модели. По-другому коэффициент детерминации дает понять, какая доля общей вариации выходной переменной  $Y$  определена зависимостью ее от входной переменной [1]. Коэффициент (индекс) детерминации был рассчитан по данным генеральной совокупности:  $R^2$  или  $b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0$  (гипотеза о незначимости уравнения регрессии, рассчитанного по данным основной совокупности) [2]. Для ее проверки использовался F-критерий Фишера. При этом было вычислено фактическое (наблюдаемое) значение F-критерия, через коэффициент детерминации  $R^2$ , рассчитанный по данным конкретного наблюдения. По таблицам распределения Фишера – Снедекора было найдено критическое значение F-критерия ( $F_{кр}$ ). Для этого был задан уровень значимости  $\alpha = 0,05$  и два числа степеней свободы  $k_1 = m$  и  $k_2 = n - m - 1$ . Так как значения некоторых исходных данных больше 1 000, то можно данные либо разделить на 1 000, либо использовать решение MS Excel. Чем ближе этот параметр к единице, тем больше уравнение регрессии объясняет поведение  $Y$  [3].

Добавление в модель новых объясняющих переменных осуществилось до тех пор, пока рос скорректированный коэффициент детерминации. Так как фактическое значение оказалось  $F > F_{кр}$ , то коэффициент (индекс) детерминации статистически значим и уравнение регрессии статистически надежно [4]. Так же проведена проверка гипотезы об общей значимости – гипотеза об одновременном равенстве нулю всех коэффициентов регрессии при объясняющих переменных:

$$H_0: R^2 = 0; \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_m = 0.$$

$$H_1: R^2 \neq 0.$$

Проверка этой гипотезы осуществлялась с помощью F-статистики распределения Фишера (правосторонняя проверка). Затем был проведен статистический анализ полученного уравнения регрессии: проверка значимости уравнения и его коэффициентов, исследование относительных и абсолютных ошибок аппроксимации. Статистический анализ подтвердил правильность вычислений.

Модель (1) позволяет оценить степень влияния отдельных факторов на конечную стоимость б.у. автомобиля в числовом эквиваленте. Таким образом, пробег автомобиля в км влияет на стоимость б.у. автомобиля с отрицательным коэффициентом 0,85. Это значит, что при увеличении пробега его стоимость будет уменьшаться, но не значительно. Год выпуска также уменьшает стоимость б.у. автомобиля, при этом он имеет положительный коэффициент 20825,3, что адекватно, более ранний выпуск автомобиля снижает его стоимость с каждым годом. Коэффициент при факторе «мощность автомобиля», равный 1799,611, показывает положительную связь между ростом стоимости б.у. автомобиля и уровнем мощности автомобиля. Последний фактор «наличие одного или более владельцев» показывает, что влияние данного фактора на стоимость б.у. автомобиля велико и составляет 235839,62. Стоит учесть, что данная модель не отражает, какое именно количество владельцев и как в количественном виде влияет на стоимость б.у. автомобиля, она показывает общее влияние от наличия более одного владельца автомобиля.

Построенная в ходе исследования модель позволяет оценить и спрогнозировать стоимость б.у. автомобилей с учетом основных критериев: год выпуска, пробег, мощность и количество владельцев автомобиля, на основе реальных статистических данных, что делает модель экономически адекватным инструментом в оценки стоимости автомобиля.

### Метод Брандона

Отбор и анализ факторных признаков, включаемых в модель множественной регрессии для  $Y$ .

Отбор факторных признаков проводится с помощью частных коэффициентов корреляции, необходимо, чтобы коэффициент корреляции  $r$  зависимости между результирующим показателем  $Y$  и каждым  $j$ -м фактором  $x_j$  должен быть отличен от нуля, и факторы  $x_1, x_2, \dots, x_n$  должны быть попарно независимыми.

На  $Y$  оказывают умеренное влияние –  $X_1$  ( $r_{yx1/x3,x4,x5} = 0,570255969061171$ ), сильное влияние –  $X_3$  ( $r_{yx3/x1,x4,x5} = 0,801680915508622$ ), причем связь между  $X_1$  и  $X_4$  слабая ( $r_{x1x4/y,x3,x5} = -0,390562532906476$ ); связь между  $X_1$  и  $X_5$  слабая ( $r_{x1x5/y,x3,x4} = -0,189562532906476$ ). Таким образом, для построения множественной регрессии выбираем пару факторов  $X_1, X_3$ .

- пробег, в км –  $X_1$ ;
- мощность, л. с. –  $X_3$ .

**Множественная  
нелинейная регрессия (Y)**

$$y_{0i} = \frac{y_i}{\bar{y}}$$

Для построения уравнения множественной нелинейной регрессии был использован метод Брандона.

1. Было вычислено среднее значение:

$$2. \bar{y} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N y_i.$$

3. Каждое  $i$ -е наблюдение  $y_i$  было преобразовано по формуле

4. Для пары переменных  $y_{0i}$  и  $x_{i1}$  так же, как и при парной регрессии, был выбран вид зависимости с максимальным уровнем спецификации по критерию Дарбина – Уотсона и по величине корреляционного отношения  $\eta$ :

$$\tilde{y}_0 = f(x_1).$$

**Таблица 2**

Уравнения парной регрессии для  $YX_1$

Уравнения регрессии	Коэффициенты	Значимость коэффициентов	$\eta$	$\Delta$	$R^2$	$DW$
Линейная модель:	$a = 0,407564086$	значим	0,99747	0,5075454	0,949955012	1,703775737
	$b = 0,002220105$	значим	значим			
Гиперболическая модель:	$a = 1,595658752$	значим	0,94025	0,7359684	0,938526202	1,399608323
	$b = -163,212555533$	значим	значим			
Степенная модель:	$a = 0,022672876$	значим	0,93956	0,5539857	0,951140417	1,601376096
	$b = 0,740501814$	значим	значим			
Логарифмическая модель:	$a = -2,642250878$	значим	0,92863	0,5994034	0,948572187	1,599589833
	$b = 0,525215733$	значим	значим			
Параболическая модель 2 порядка:	$a = 1,562380177$	значим	0,97924	0,5010562	0,950102748	1,800970503
	$b = -0,004731608$	значим	значим			
	$c = 0,000028484$	значим				
Параболическая модель 3 порядка:	$a = 27,128414781$	значим	0,99086	0,4982589	0,969996033	2,10078869
	$b = -0,300803469$	значим	значим			
	$c = 0,001015334$	значим				
	$d = -0,000001564$	значим				

Учитывая значимость коэффициентов регрессии, значимость уравнения в целом, величину корреляционного отношения и коэффициента корреляции (для линейной модели), точность аппроксимации и отсутствие автокорреляции, в качестве модели выбираем параболическую модель второго порядка:

$$\tilde{y} = 0,000028484 \cdot x_1^2 - 0,0060916081 \cdot x_1 + 1,5243911765.$$

1. Вычислили значения  $\tilde{y}_{0i}$  и  $y_{1i} = \frac{y_{0i}}{\tilde{y}_{0i}}$ .

2. Для пары переменных  $y_{1i}$  и  $x_{i3}$  выбрали вид зависимости с максимальным уровнем спецификации:  $\tilde{y}_1 = f(x_3)$ .

Составим аналогичную таблицу уравнения парной регрессии для  $YX_3$  (табл. 2).

Учитывая значимость коэффициентов регрессии, значимость уравнения в целом, величину корреляционного отношения и коэффициента корреляции (для линейной модели), точность аппроксимации, и отсутствие автокорреляции, в качестве модели выбираем параболическую модель третьего порядка:

$$\tilde{y} = 0,00000689454 \cdot x_3^3 - 0,00123129901 \cdot x_3^2 + 0,06031820431 \cdot x_3 + 0,1907346785.$$

После определения  $\tilde{y}_{n-1} = f(x_n)$  строится общая формула множественной регрессии:

$$\tilde{y} = \bar{y} \cdot \prod_{k=0}^{n-1} \tilde{y}_k = \bar{y} \cdot \prod_{k=0}^{n-1} f(x_{k+1}).$$

Она имеет вид

$$\tilde{y} = 417564 \cdot (0,000028484 \cdot x_1^2 - 0,0060916081 \cdot x_1 + 1,5243911765) \times \\ \times (0,00000689454 \cdot x_3^3 - 0,00123129901 \cdot x_3^2 + 0,06031820431 \cdot x_3 + 0,1907346785).$$

На основе проделанной работы выбрали модель с наивысшим уровнем спецификации. Спецификация моделей представлена в табл. 3:

Таблица 3

Множественные регрессии для  $YX_1X_3$ . Спецификации

Уравнения регрессии	Коэффициенты	Значимость коэффициентов	$\eta$	$\delta$	$R^2$	DW	
$\tilde{Y} = 718,7435 + 5,1751 \cdot X_2 + 4,4236 \cdot X_5$	$a = 698,7455723$	значим	значим	0,57	0,99	1,59	
	$b = 4,975335196$	значим					
	$c = 4,223837302$	значим					
$\tilde{y} = \bar{y} \prod_{k=0}^{n-1} \tilde{y}$	$a = -2,000275095$	значим	0,98543	0,43	0,98	2,11	
	$b = 0,10271652$	значим					
	$c = -0,000399076$	значим					
		$a = 0,190739587$	значим	значим		значим	Отсутствует
		$b = 0,060311890$	значим				
		$c = -0,000953275$	значим				
		$d = 7,17553E-06$	значим				

### Экономическая интерпретация уравнения регрессии

Учитывая значимость коэффициентов регрессии, значимость уравнения в целом, величину корреляционного отношения, коэффициента корреляции (для линейной модели) и автокорреляцию остатков, видно, что наиболее целесообразно выбрать параболическую зависимость. Коэффициенты нелинейной модели, построенной методом Брандона, значимы (значит, эти коэффициенты формируются под воздействием неслучайных факторов), корреляционное отношение  $\eta = 0,98543$  достаточно большое (тесная связь между рассматриваемыми признаками), точность аппроксимации высокая (всего 0,43%), автокорреляция остатков отсутствует, значит, именно эта зависимость лучше описывает исходный  $Y$  – стоимость автомобиля, (в руб.).

Уравнение нелинейной зависимости выглядит следующим образом:

$$\tilde{y} = 417564 \cdot (0,000028484 \cdot x_1^2 - 0,0060916081 \cdot x_1 + 1,5243911765) \times \\ \times (0,00000689454 \cdot x_3^3 - 0,00123129901 \cdot x_3^2 + 0,06031820431 \cdot x_3 + 0,1907346785).$$

Уравнение в целом значимо, так как коэффициент детерминации очень высок  $R^2 = 0,98201$ , а чем больше его величина, тем больше влияние данных признаков на величину результативного. Таким образом, на повышение стоимости автомобиля будут влиять мощность и пробег (чем меньше, тем дороже).

### Список литературы

1. Зобнин В.А. Расчет и оптимизация стоимости и владения легковым автомобилем в некоммерческой эксплуатации. – М., 2012. – 74 с.
2. Исавнин А.Г., Галиев Д.Р. Модели портфельного инвестирования с применением асимметричных мер риска и генетических алгоритмов // Финансовая аналитика: проблемы и решения. – 2011. – № 48. – С. 32–38.
3. Исавнин А.Г., Фархутдинов И.И. Метод оценки экономической эффективности применения производственного аутсорсинга на автомобилестроительном предприятии России // Региональная экономика: теория и практика. – 2012. – № 13. – С. 16–21.
4. Кузнецова О.А., Татарникова М.С. Эконометрическое моделирование: учебное пособие. – Самара, 2012. – 428 с.

5. Кучерова А.Ю. Расчет влияния цены новых машин на срок службы старых // Бизнесинформ. – 2009. – № 10. – С. 92–95.

6. Прут Я.А. Эконометрическое моделирование стоимости автомобиля Toyota Camry на вторичном рынке, пример, расчеты. – М., 2014. – 4 с.

### References

1. Zobnin V.A. Raschet i optimizacija stoimosti i vladeniya legkovym avtomobilem v nekommercheskoj jekspluatácii. M., 2012. 74 p.
2. Isavnin A.G., Galiev D.R. Modeli portfel'nogo investirovaniya s primeneniem asimmetrichnyh mer riska i geneticheskikh algoritmov // Finansovaja analitika: problemy i resheniya. 2011. no. 48. pp. 32–38.
3. Isavnin A.G., Farhutdinov I.I. Metod ocenki jekonomicheskoj jeffektivnosti primeneniya proizvodstvennogo aoutsoringa na avtomobilstroitel'nom predpriyatii Rossii // Regional'naja jekonomika: teorija i praktika. 2012. no. 13. pp. 16–21.
4. Kuznecova O.A., Tatarnikova M.S. Jekonometricheskoe modelirovanie: uchebnoe posobie. Samara, 2012. 428 p.
5. Kucherova A.Ju. Raschet vlijaniya ceny novyh mashin na srok sluzhby staryh // Biznesinform. 2009. no. 10. pp. 92–95.
6. Prut Ja.A. Jekonometricheskoe modelirovanija stoimosti avtomobilja Toyota Camry na vtorichnom rynke, primer, raschet. M., 2014. 4 p.