

УДК 621.313.322

## РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ И ИНДУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ СИНХРОННЫХ РЕАКТИВНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Суворкова Е.Е., Дементьев Ю.Н., Бурулько Л.К.

ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет»,  
Томск, e-mail: suvorkova\_elen@mail.ru, dementev@tpu.ru, blk@tpu.ru

Статья посвящена исследованию и расчету электромагнитных полей электрических машин переменного тока с помощью метода математического моделирования. Объектом исследований является электромагнитное поле синхронного реактивного двигателя, расчет которого был произведен методом конечных элементов, что позволяет разработать математические модели, основой которых являются дифференциальные уравнения с частными производными, описывающие процессы в физических средах с заданными граничными условиями. Построена точная картина распределения магнитного поля усовершенствованного синхронного реактивного двигателя, используя которую, можно получить выражения, позволяющие преобразовать результаты расчета в электромагнитные параметры. Представлены модели электромагнитных полей синхронного реактивного двигателя, а именно распределение магнитного поля вдоль осей  $d, q$  с ротором и при вынужтом роторе, дающие возможность их использования для расчета и определения его параметров.

**Ключевые слова:** модель расчета магнитного поля, метод конечных элементов, индуктивные параметры, методы математического моделирования, синхронный реактивный двигатель

## MAGNETIC FIELD AND INDUCTIVE PARAMETERS CALCULATION OF SYNCHRONOUS RELUCTANCE MOTORS

Suvorkova E.E., Dementev Yu.N., Burulko L.K.

National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk,  
e-mail: suvorkova\_elen@mail.ru, dementev@tpu.ru, blk@tpu.ru

The article is devoted to alternating current electrical machines electromagnetic fields research and calculation by the method of mathematical modelling. The target of research is electromagnetic field synchronous reluctance motor, which calculation was performed using finite element method, which allows to develop mathematical models which are based on partial differential equations that describe processes in physical medium with given boundary conditions. Improved synchronous reluctance motor magnetic field distribution picture is developed, which can be obtained using expressions which allow to convert the calculation results to the electromagnetic parameters. Synchronous reluctance motor electromagnetic field models, such as, magnetic field distribution on  $d, q$  axes with rotor and without rotor, which make possible to use them in calculation and definition of its parameters are presented.

**Keywords:** magnetic field calculation model, finite-element method, inductive parameters, methods of mathematical modelling, synchronous reluctance motor

В последние годы решение современных задач, связанных с разработкой высоконадежных регулируемых электроприводов с частотным управлением, определяется применением электрических машин переменного тока с заранее заданными свойствами. Для разработки и проектирования таких машин требуется проведение точных вычислений, позволяющих определить электромагнитные параметры [7, 5].

В системах автоматического управления повышенной точности с широким диапазоном изменения скорости вращения в настоящее время большое применение получают синхронные реактивные электродвигатели (СРД).

Следует отметить, что, несмотря на заметные успехи в исследовании синхронных реактивных электрических машин, традиционная система изучения, расчета и проектирования таких электродвигателей была построена на упрощенных цепных математических моделях. Поэтому точное построение картины магнитного поля усовер-

шенствованных синхронных реактивных двигателей практически не представлялось возможным [4].

Так как электромеханическое преобразование энергии в любой электрической машине осуществляется через магнитное поле, то непосредственное использование его для расчета, определения параметров и интегральных характеристик СРД является наиболее перспективным и актуальным.

**Целью** данной статьи является представление предложенных авторами выражений, позволяющих по результатам расчета электромагнитных полей СРД получить их электромагнитные параметры.

### Постановка задачи расчета магнитного поля СРД

Основные электромагнитные процессы, связанные с электромеханическим преобразованием энергии в электрических машинах, протекают в их активной зоне, поэтому первоначальные расчеты магнитного поля

обычно ограничивают плоскопараллельной постановкой задачи, рассматривая лишь поперечное сечение магнитной системы машины. При этом предполагается, что геометрия расчетных областей, свойства сред и параметры, характеризующие источники поля, неизменны в направлении оси  $z$ , как показано на рис. 1. Вследствие этого описание геометрии, задание свойств, граничных условий и источников, а также обработка результатов проводится в плоскости  $xu$ , которую можно называть *плоскостью геометрической модели*.

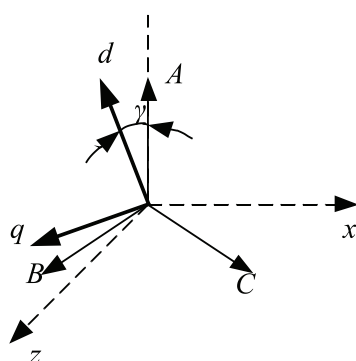


Рис. 1. Расположение координатных осей

При этом принято, что ось  $x$  направлена слева направо, а ось  $y$  – снизу вверх и эти оси неподвижны в пространстве машины. Магнитопровод ротора симметричен относительно продольной  $d$  и поперечной  $q$  осей ротора.

В этом случае вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  имеет две составляющие  $B_x, B_y$ , а векторный магнитный потенциал  $\vec{A}$ , используемый при решении таких задач, имеет единственную осевую составляющую  $\vec{A} = \vec{z}A_z$ .

Магнитное поле в поперечном сечении СРД описывается дифференциальным уравнением

$$\text{rot} \left[ (\nu \cdot \text{rot}(\vec{k} \cdot A_z)) \right] = \vec{k} \cdot J_z, \quad (1)$$

где  $A_z, J_z$  – аксиальные составляющие векторного магнитного потенциала (ВМП) и плотности тока;  $\nu$  – удельное магнитное сопротивление (УМС);  $\vec{k}$  – орт.

В прямоугольной системе координат это уравнение преобразуется к виду

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = -J_z, \quad (2)$$

где  $\mu = \frac{1}{\nu}$  – составляющие магнитной проницаемости по осям  $x, y$  которые задаются зависимостью  $B = f(H)$  с учетом изотроп-

ных свойств материалов при формировании модели.

Пространственное распределение тока можно описать распределением плотности этого тока. При расчете магнитных полей СРД методом конечных элементов использован прикладной программный пакет ELCUT.

При моделировании СРД в ELCUT были приняты следующие допущения:

- частота токов в обмотке статора невысока, так как статор СРД – это статор асинхронного двигателя;
- ротор СРД явнополюсный без обмотки возбуждения и постоянных магнитов, поэтому токов в роторе нет;
- магнитное поле обмотки статора и магнитное поле ротора СРД рассматриваются в координатах  $d$  и  $q$ , жестко связанных с вращающимся ротором;
- ферромагнитные материалы изотропны и кривые намагничивания этих материалов однозначны;
- источником поля является распределенный токовый слой обмотки статора и плотность тока по всему поперечному сечению обмотки одинакова.

Расчет магнитного поля проводится по поперечному сечению СРД. На внешних границах за пределами сердечника ротора и статора принимаются условия Дирихле  $A_z = 0$  [4].

Типичная картина распределения магнитного поля четырехполюсного СРД, полученная в результате расчета, представлена на рис. 2.

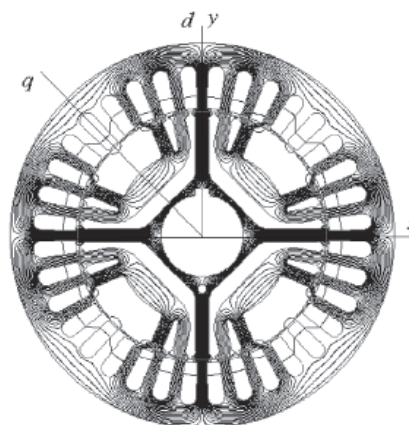


Рис. 2. Магнитное поле четырехполюсного синхронного реактивного двигателя

### Вычисление электромагнитных параметров по результатам расчета магнитного поля

При анализе результатов расчета магнитного поля с помощью ELCUT можно оперировать со следующими локальными и интегральными физическими величинами:

• *Локальные величины* – это векторный магнитный потенциал  $A$ ; вектор магнитной индукции  $B = \text{rot } A$ ; вектор напряженности магнитного поля  $H = \mu^{-1}B$ , где  $\mu$  – тензор магнитной проницаемости.

• *Интегральные величины* – суммарная магнитостатическая сила, действующая на тела, заключенные в заданном объеме, и определяющая электромагнитный момент СРД:

$$F = \frac{1}{2} \oint (H(n \cdot B) + B(n \cdot H) - n(B \cdot H)) ds,$$

где интегрирование ведется по поверхности, окружающей заданный объем, а  $n$  – единичный вектор внешней нормали к поверхности; энергия магнитного поля в данном случае  $W = \frac{1}{2} \int (H \cdot B) dV$ ; потокоцепление

на один виток обмотки в плоскопараллельном случае  $\Psi = \frac{\oint Ads}{S}$ , где интегрирование ведется по поперечному сечению обмотки, а  $S$  обозначает площадь этого поперечного сечения.

Для плоских задач все интегральные величины рассматриваются на 1 метр длины в осевом направлении, область расчета которых задается в плоскости модели в виде контура интегрирования.

При равномерно распределенной плотности тока потокоцепления в поперечных сечениях СРД на один усредненный виток обмотки статора определяются в виде [6]:

$$\Psi_e = \left( \frac{1}{S_1} \int_{S_1} A_z ds - \frac{1}{S_2} \int_{S_2} A_z ds \right). \quad (3)$$

Для всей обмотки статора СРД с учетом всех ее витков и активной длины полное потокоцепление можно представить следующим образом:

$$\Psi = W \Psi_e I, \quad (4)$$

где  $l$  – активная длина магнитопровода синхронного реактивного двигателя;  $W$  – число витков обмотки статора.

Для численного расчета собственной индуктивности фазы обмотки статора задаются током, протекающим в ней при отсутствии токов в остальных фазах. Тогда собственную индуктивность можно определить через векторный магнитный потенциал по выражению

$$L_\Phi = \frac{W_\Phi I}{I_n} \left( \frac{1}{S_{m1}} \int_{S_{m1}} A_{zn} \cdot ds - \frac{1}{S_{m2}} \int_{S_{m2}} A_{zn} \cdot ds \right), \quad (5)$$

где  $A_{zn}$  – векторный магнитный потенциал поля, возбужденного током  $I_n$  фазы;  $S_{m1}$

и  $S_{m2}$  – площади поперечного сечения статорной фазы;  $W_\Phi$  – число витков фазы.

Взаимная индуктивность между фазами может быть найдена аналогичным образом, но ток должен быть задан в одной из двух фаз, а потокоцепление можно вычислить для другой фазы.

К числу индуктивных параметров СРД, которые определяют особенности его работы и протекающие в нем процессы, относятся индуктивности  $L_a, L_b, L_c$  и взаимноиндуктивности  $M_{ab}, M_{ac}, M_{bc}$  фазных обмоток статора. Индуктивности и взаимноиндуктивности статорных обмоток вследствие явнополюсности ротора являются периодическими функциями угла  $\gamma$  между осью фазы  $A$  и продольной осью  $d$  ротора, определяющего его положение в пространстве (рис. 1).

При расчете результирующего магнитного поля СРД возможно определить также значения синхронных индуктивных параметров обмоток статора по продольной  $x_d$  и поперечной  $x_q$  осям. Синхронные индуктивные сопротивления СРД, как известно [3], равны

$$x_d = x_{ad} + x_\sigma; \quad x_q = x_{aq} + x_\sigma. \quad (6)$$

где  $x_{ad}, x_{aq}$  – сопротивления взаимноиндуктивности обмотки статора по осям  $d$  и  $q$  соответственно;  $x_\sigma$  – сопротивление рассеяния обмотки статора.

В научно-технической литературе, например [3, 1], описано множество методов экспериментального исследования реактивных параметров электрических машин переменного тока. Наиболее часто для синхронных машин определение индуктивных сопротивлений осуществляют при питании обмоток переменным током.

Например, для определения сопротивлений  $x_d$  и  $x_q$  для синхронных машин наименьшее значение тока в цепи обмотки статора получают в момент совпадения оси намагничивающей силы (н. с.) статора с продольной осью ротора. Этому моменту соответствует максимальное напряжение на зажимах обмотки статора и, следовательно, индуктивное сопротивление по оси  $d$  можно определить по выражению

$$x_d = \frac{U_{\max}}{\sqrt{3} \cdot I_{\min}}. \quad (7)$$

При совпадении оси н. с. статора с поперечной осью ротора ток в обмотке статора имеет наибольшее значение, а напряжение на зажимах обмотки – наименьшее, и, следовательно, индуктивное сопротивление по оси  $q$  можно представить в виде

$$x_q = \frac{U_{\min}}{\sqrt{3} \cdot I_{\max}}. \quad (8)$$

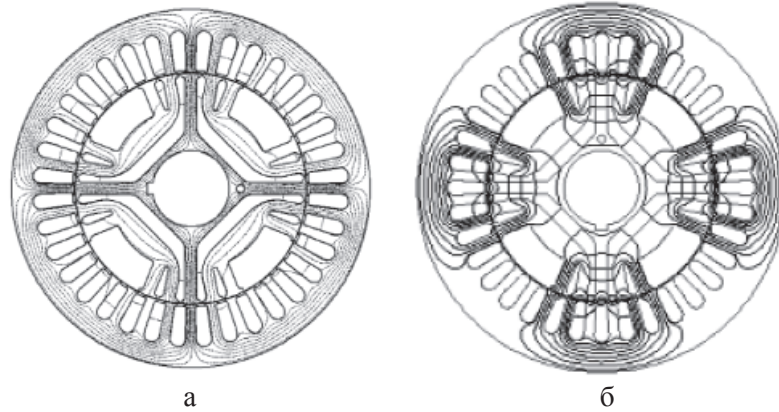


Рис. 3. Картина распределения магнитного поля фазы А: а – для первой модели; б – для второй модели

Кроме того, индуктивные сопротивления рассеяния определяются для СРД методом вынужденного ротора [3]. Поэтому одну из задач определения данных сопротивлений можно решить с помощью анализа картины магнитного поля СРД.

Для этого в соответствии с методикой классического эксперимента по определению синхронных индуктивных сопротивлений по продольной и поперечной осям, создаются две геометрические модели [3], картины распределения магнитного поля которых приведены на рис. 3.

Из рис. 3 следует, что в первой модели подается напряжение на фазу А, при этом ось ротора  $d$  совпадает с направлением оси намагничивающей силы этой фазы. Во второй модели ось намагничивающей силы фазы А статора совпадает с осью  $q$  ротора.

Для определения индуктивности рассеяния обмотки статора СРД без ротора была разработана модель, распределение магнитного поля в которой представлено на рис. 4. В этом случае взаимдукция между обмотками статора и ротора отсутствует.

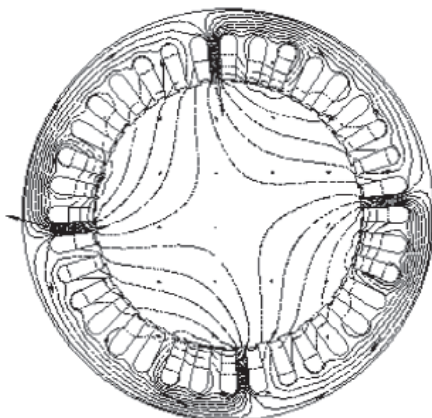


Рис. 4. Картина распределения магнитного поля фазы А без ротора

При классическом определении параметров рассеяния СРД [1] активным сопротивлением обмотки можно пренебречь, поэтому уравнение равновесия напряжения для статорной цепи можно записать в виде

$$\frac{d\Psi_A}{dt} = U_A, \quad (9)$$

где  $\Psi_A$  – потокосцепление фазы А.

Таким образом, замерив магнитный поток, сцепленный с фазой А, в первом и во втором случаях, и используя мастер пакета ELCUT для вычисления индуктивностей, можно определить индуктивности фазы по продольной  $L_d$  и поперечной  $L_q$  осям, в соответствии с выражением  $L = \Psi/I$  [8].

В этом случае индуктивные сопротивления определяются в виде

$$x_d = 2 \cdot \pi f \cdot L_d; \quad x_q = 2 \cdot \pi f \cdot L_q. \quad (10)$$

Аналогично определяется индуктивность рассеяния обмотки статора  $x_\sigma$ .

Индуктивные параметры СРД, вычисленные в результате расчета магнитных полей, приведены в таблице.

Основные результаты расчета магнитных полей

	Ф, Вб	I, А	X, Ом
Ось $d$	0,6672	7,5	55,67
Ось $q$	0,1309	7,5	10,95
Рассеяние	0,003861	7,5	2,3975

Зная значения  $x_d$ ,  $x_q$ ,  $x_\sigma$ , можно определить сопротивления взаимдукции  $x_{ad}$  и  $x_{aq}$  СРД по следующим выражениям:

$$x_{ad} = x_d - x_\sigma; \quad x_{aq} = x_q - x_\sigma.$$

Общее потокосцепление фазы А можно определить, зная продольное и поперечное

потокоцепления  $\Psi_d$  и  $\Psi_q$ , полученные с помощью моделей 1 и 2 [7]:

$$\Psi_A = \Psi_d \cos^2 \beta - \Psi_q \sin^2 \beta, \quad (11)$$

где  $\beta$  – угол поворота ротора.

Тогда главное индуктивное сопротивление фазы  $A$  СРД определяется следующим образом:

$$x_A = \omega \cdot L_A = \omega \cdot \frac{\Psi_A}{I_A} = x_{ad} \cos^2 \beta + x_{aq} \sin^2 \beta = x_{mo} + x_{m\infty} \cos 2\beta, \quad (12)$$

где  $x_{mo} = \frac{x_{ad} + x_{aq}}{2}$  – среднее значение индуктивного сопротивления фазы;  $x_{m\infty} = \frac{x_{ad} - x_{aq}}{2}$  – амплитуда переменной составляющей индуктивного сопротивления фазы.

Взаимные индуктивные сопротивления между фазами [2]:

$$x_{AB} = x_{BA} = -\frac{x_{m0}}{2} + x_{m\infty} \cos\left(2\beta + \frac{4\pi}{3}\right). \quad (13)$$

### Заключение

Результаты, полученные при моделировании электромагнитных полей синхронного реактивного двигателя, подтверждают возможность использования расчета полей СРД для определения их электромагнитных параметров.

Модели магнитных полей СРД, разработанные авторами, позволяют проводить расчеты электромагнитных параметров в электрических двигателях переменного тока любой конструкции.

### Список литературы

1. Данилевич Я.Б., Домбровский В.В., Казовский Е.Я. Параметры электрических машин переменного тока. – М.-Л.: Изд-во «Наука», 1965. – 392 с.
2. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины: учебник для вузов. – М.: Энергия, 1980. – 928 с.

3. Кононенко Е.В. Синхронные реактивные машины. – М.: Энергия, 1970. – 208 с. – Библиогр.: С. 200–206.

4. Купцов А.М. Теоретические основы электротехники. Решение типовых задач. Часть 3. Основы теории электромагнитного поля: учебное пособие / НИ Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Национального исследовательского Томского политехнического университета, 2010. – 115 с.

5. Ларионов С.А. Реактивные электродвигатели с объемными высокотемпературными сверхпроводниковыми элементами в роторе: автореф. дис. ... канд. техн. наук. – М., 2004.

6. Милых В.И., Данько В.Г., Полякова Н.В. Методология поверочного электромагнитного расчета сверхпереходного криотурбогенератора на основе решения полевых задач // Электротехника и электромеханика. – 2002. – № 2 – С. 47–52.

7. Пашковский А.В. Численно-аналитические методы стандартных элементов для моделирования стационарных физических полей в линейных кусочно-однородных и нелинейных средах: дис. ... д-ра техн. наук. – Новочеркасск, 2014.

8. Suvorkova E.E., Burulko L.K. Hybrid synchronous motor electromagnetic torque research. MATEC Web of Conferences. – 2014. – Vol. 19. – P. 1–3.

### References

1. Danilevich Ja.B., Dombrovskij V.V., Kazovskij E.Ja. Parametry jelektricheskikh mashin peremennogo toka. M.-L.: Izd-vo «Nauka», 1965. 392 p.
2. Ivanov-Smolenskij A.V. Jelektricheskije mashiny: uchebnik dlja vuzov. M.: Jenergija, 1980. 928 s.
3. Kononenko E.V. Sinhronnye reaktivnye mashiny. M.: Jenergija, 1970. 208 p. Bibliogr.: pp. 200–206.
4. Kupcov A.M. Teoreticheskie osnovy jelektrotehniki. Reshenie tipovyh zadach. Chast 3. Osnovy teorii jelektromagnitnogo polja: uchebnoe posobie / NI Tomskij politehnicheskij universitet. Tomsk: Izd-vo Nacionalnogo issledovatel'skogo Tomskogo politehnicheskogo universiteta, 2010. 115 p.
5. Larionov S.A. Reaktivnye jelektrodvigateli s ob#jomnymi vysokotemperaturnymi sverhprovodnikovymi jelementami v rotore: avtoref. dis. ... kand. tehn. nauk. M., 2004.
6. Milyh V.I., Danko V.G., Poljakova N.V. Metodologija poverochnogo jelektromagnitnogo rascheta sverhperehodnogo krioturbogeneratora na osnove reshenija polevyh zadach // Jelektrotehnika i jelektromehanika. 2002. no. 2 pp. 47–52.
7. Pashkovskij A.V. Chislenno-analiticheskie metody standartnyh jelementov dlja modelirovanija stacionarnyh fizicheskikh polej v linejnyh kusochno-odnorodnyh i nelinejnyh sredah: dis. ... d-ra tehn. nauk. Novoчеркасск, 2014.
8. Suvorkova E.E., Burulko L.K. Hybrid synchronous motor electromagnetic torque research. MATEC Web of Conferences. 2014. Vol. 19. pp. 1–3.