

УДК 621.835

## К ВОПРОСУ О ЧИСТОМ КАЧЕНИИ В МЕХАНИЗМАХ ПЕРЕКАТЫВАЮЩИХСЯ РЫЧАГОВ

Дворников Л.Т., Максимова Е.Н.

ФГБОУ ВПО «Сибирский государственный индустриальный университет»,  
Новокузнецк, e-mail: maksimovaen06@mail.ru

В работе поставлена и решена задача об исключении трения скольжения в высших парах механизмов перекатывающихся рычагов. Отсутствие проскальзывания позволяет существенно увеличить износостойкость звеньев и КПД механизма. В качестве примера взят новый механизм, перекатывающийся рычаг которого выполнен с двумя высшими кинематическими парами. Поставленная задача сводится к отысканию профилей поверхностей элементов звеньев, образующих высшую пару. Указанные профили представляют собой центроиды в абсолютном и относительном движении. Для их построения использованы методы кинематической геометрии. В результате спроектирован механизм с двухслойным рычагом, в высших парах которого имеет место чистое качение. С помощью разработанной методики синтеза может быть воспроизведен требуемый закон движения выходного звена и разрешена задача о движении точки звена по заданной кривой.

**Ключевые слова:** высшая пара, износ, чистое качение, центроида, слойность

## THE QUESTION ABOUT PURE ROLLING IN THE MECHANISMS OF THE ROLLING LEVERS

Dvornikov L.T., Maksimova E.N.

Siberian State Industrial University, Novokuznetsk, e-mail: maksimovaen06@mail.ru

In work the task about exclusion of sliding friction in the higher pairs of the mechanisms of rolling levers was set and solved. The absence of slipping can significantly increase the durability of elements and efficiency of mechanism. As an example a new mechanism which rolling lever is provided with two higher kinematic pairs was taken. The problem was reduced to the determination of the surface profile of the elements of links which forming the higher pair. These profiles are centroid in absolute and relative motion. The methods of kinematic geometry were used for their construction. As a result, a mechanism was designed with a double-layer lever in which the higher pairs have the pure rolling. With the help of the developed method of synthesis can be reproduced desired law of motion of the output elements and solved the problem of the motion of point of element on the given curve.

**Keywords:** higher pair, deterioration, pure rolling, the centroid, layer

В машиностроительной практике находят применение так называемые механизмы перекатывающихся рычагов. Наиболее представительные сведения о строении и принципе действия таких механизмов приведены в справочнике [1] академика И.И. Артоболевского, где автором описаны пятнадцать их схем с одной высшей кинематической парой  $p_4$ . Наличие двух подвижных кинематических пар является важной особенностью таких механизмов. Высшие пары позволяют в плоском механизме вращательное и поступательное относительные движения звеньев. Причем перекатывание одного рычага по другому может происходить как с проскальзыванием, так и без него.

На рис. 1, а представлен механизм, перекатывающийся рычаг 3 которого входит в соединение с другими звеньями посредством двух высших кинематических пар ( $D$  и  $E$ ). Механизм защищен патентом на изобретение [9].

Он приводится в движение от кривошипа 1, соединенного с шатуном 2 через вращательную кинематическую пару  $B$ .

В свою очередь, шатун 2 входит во вращательную кинематическую пару  $C$  с перекатывающимся рычагом 3, который выполнен четырехпарным с двумя высшими кинематическими парами  $D$  и  $E$  и вращательной парой  $F$  коромысла 4. Перекатываясь со скольжением по неподвижному звену 6, рычаг 3 принуждает к поступательному движению ползун 5, воздействующий на обрабатываемый объект. Наличие трения скольжения в высших кинематических парах существенно уменьшает износостойкость звеньев и КПД механизма [6, 7]. В процессе износа падает точность воспроизведения необходимого закона движения выходного звена. Исключить трение скольжения можно путем подбора форм геометрических элементов звеньев [5], входящих в высшую пару. Согласно теореме Эйлера [8] «всякое непоступательное перемещение плоской фигуры в ее плоскости может быть осуществлено одним поворотом вокруг некоторого центра». При переходе к бесконечно близким положениям плоской фигуры, этот центр становится мгновенным центром вращения [4]. В литературе его также

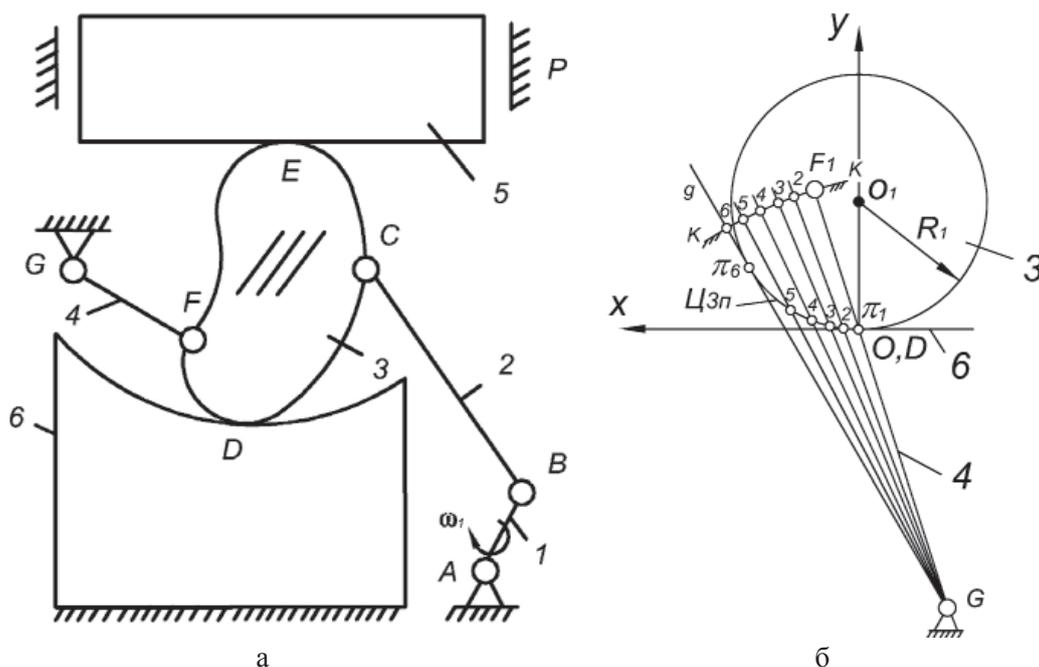


Рис. 1. К построению:  
 а – механизма с перекатывающимся рычагом; б – центр масс в абсолютном движении

называют «полюсом» или «мгновенным полюсом» [10]. Так, движение плоского тела с точки зрения скоростей его точек может быть сведено к его вращению около мгновенного центра с некоторой мгновенной угловой скоростью. В процессе движения мгновенный центр перемещается от одной точки к другой как в движущемся теле, так и в неподвижном. Геометрическое место мгновенных центров в плоскости тела образует подвижную центроиду. При этом геометрическое место мгновенных центров на неподвижной плоскости образует неподвижную центроиду. Подвижная и неподвижная центроиды имеют в каждый момент общую точку (мгновенный центр вращения), то есть соприкасаются. Из равенства по величине скоростей мгновенного центра по центроидам вытекает равенство путей, проходимых им по подвижной и неподвижной центроидам за один и тот же промежуток времени, т.е. равенство элементарных дуг центроид между соответствующими друг другу смежными положениями мгновенного центра. Отсюда следует, что плоско-параллельное движение твердого тела (звена механизма) может быть воспроизведено качением без скольжения подвижной центроиды по неподвижной.

Если принять движение звена относительно неподвижного звена (стойки) за абсолютное, то соответствующий мгновенный центр будет назван мгновенным центром вращения в абсолютном движении рассматриваемого звена, а геометрическое

место этих центров – центроидой в абсолютном движении [3]. В случае взаимодействия двух подвижных звеньев говорят о мгновенных центрах вращения в относительном движении. Эти центры образуют центроиды в относительном движении рассматриваемых звеньев. Таким образом, для обеспечения чистого качения необходимо, чтобы элементы звеньев, входящих в высшую кинематическую пару, представляли собой центроиды в абсолютном или относительном движении.

Поставим задачу спроектировать по представленной схеме (рис. 1, а) механизм, в высших парах ( $D$  и  $E$ ) которого отсутствовало бы трение скольжения. При этом пара  $D$  должна представлять собой перекатывание центроид в абсолютном движении рычага 3, а пара  $E$  – взаимодействие центроид в относительном движении рычага 3 и ползуна 5.

Перейдем к построению центроид, основываясь на методах кинематической геометрии [2]. Начнем с построения центроидной пары  $D$ . Зададим декартову систему координат  $OXY$  (рис. 1, б), в которой построим перекатывающийся рычаг 3 с поверхностью в виде окружности радиуса  $R_1$  с центром  $O_1$ . В качестве коромысла примем  $FG$ . Отметим траекторию точки  $F$  (рулетку  $KK$ ), представляющую собой дугу окружности с центром  $G$ . Проведем из  $G$  касательную к окружности рычага 3 – луч  $Gg$ . Точку соприкосновения обозначим  $\pi_6$ . Полученный рабочий участок  $\pi_1\pi_6$  на окружности образует подвижную центроиду  $\Pi_{3п}$  в абсолютном движении

рычага 3. Разделим этот участок на интервалы. Полученные мгновенные центры вращения  $\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots$  соединим с  $G$  и продолжим лучи до пересечения с  $KK$  в точках  $F_1, F_2, F_3, \dots$ . Далее строим неподвижную центроиду  $\Pi_{3н}$  – профиль стойки 6 (рис. 2). Мгновенные центры вращения, образующие неподвижную центроиду, договоримся обозначать  $P_1, P_2, P_3, \dots$ . Для обеспечения чистого качения необходимо, чтобы соответствующие элементарные дуги центроид были равны, т.е. выполнялось условие

$$\cup P_1 P_2 = \cup \pi_1 \pi_2; \cup P_2 P_3 = \cup \pi_2 \pi_3; \\ \cup P_3 P_4 = \cup \pi_3 \pi_4 \dots \quad (1)$$

Для обеспечения зазора между центроидами должно выполняться следующее условие:

$$F_2 P_2 = F_1 \pi_2; F_3 P_3 = F_1 \pi_3; F_4 P_4 = F_1 \pi_4 \dots \quad (2)$$

Для этого из  $P_1$  проводим окружность радиуса  $\pi_1 \pi_2$ . Из  $F_2$  проводим окружность радиуса  $F_1 \pi_2$ , в точке пересечения окружностей отмечаем  $P_2$ . Далее из  $P_2$  проводим окружность радиусом  $\pi_2 \pi_3$ , а из  $F_3$  – окружность радиусом  $F_1 \pi_3$ . На их пересечении отметим точку  $P_3$  и т.д. Соединив  $P_1, P_2, P_3, \dots$ , получим неподвижную центроиду  $\Pi_{3н}$  в абсолютном движении рычага 3. Таким образом, спроектированная высшая пара  $D$  будет обеспечивать перекачивание рычага 3 по стойке 6 без проскальзывания.

Переходим к рассмотрению вопроса о проектировании центроидной пары  $E$ . Геометрический элемент перекачивающегося рычага 3 (центроиду в относительном движении  $\Pi_{30}$  (рис. 3)) зададим в виде дуги окружности радиуса  $R_2$  с центром  $O_2$ .

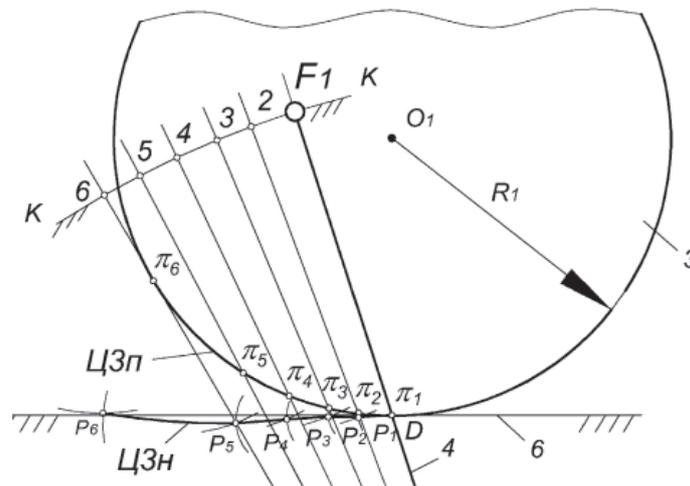


Рис. 2. Построение неподвижной центроиды

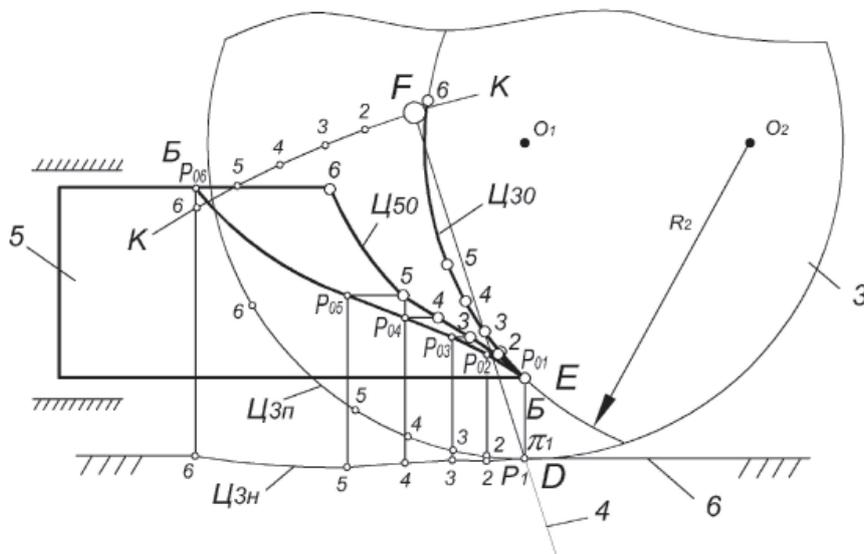


Рис. 3. Построение центроид в относительном движении

Так как центры должны перекатываться одна по другой без скольжения, то в точке соприкосновения они должны иметь одинаковую линейную скорость, то есть

$$v_5 = \omega_3 PP_0, \quad (3)$$

где  $v_5$  – скорость ползуна 5;  $\omega_3$  – угловая скорость рычага 3;  $P$  – мгновенный центр вращения рычага 3 относительно стойки 6, а  $P_0$  – точка соприкосновения рычага 3 с ползуном 5. Точки  $P_{01}, P_{02}, P_{03} \dots$  лежат на прямых, перпендикулярных направлению поступательного движения ползуна 5. Направление движения ползуна примем горизонтальным. Для отыскания  $P_{01}, P_{02}, P_{03} \dots$  проводим из мгновенных центров вращения  $P_1, P_2, P_3 \dots$  вертикальные линии. Далее, перекатывая без скольжения рычаг 3 по опоре 6, на пересечении центроиды  $\Pi_{30}$  с вертикальными линиями отметим  $P_{01}, P_{02}, P_{03} \dots$ . Точки пересечения отметим также на центроиде  $\Pi_{30}$ . Соединив  $P_{01}, P_{02}, P_{03} \dots$  плавной линией, получим бицентроиду ББ – геометрическое место мгновенных центров вращения  $P_0$  в относительном движении двух звеньев, принадлежащее неподвижной плоскости. В  $P_0$  происходит соприкосновение (зацепление) центроид, следовательно, бицентроида является линией зацепления центроид [3].

Из уравнения (3) следует

$$PP_0 = \frac{v_5}{\omega_3} = k_{53},$$

где  $k_{53}$  – передаточная функция между перекатывающимся рычагом 3 и ползуном 5. Таким образом, зная величины  $PP_0$  для каждого положения, можно построить график передаточной функции  $k_{53}(\varphi_3)$ , представленный на рис. 4.

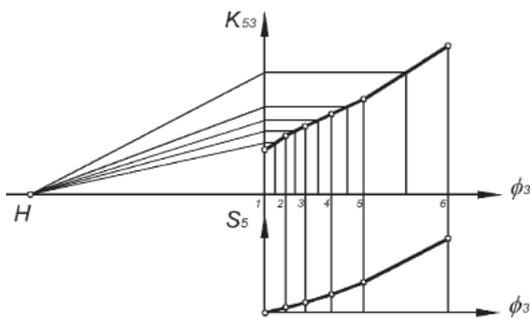


Рис. 4. Диаграммы передаточного отношения и перемещения

Переходим к построению центроиды  $\Pi_{50}$  ползуна 5. Так как

$$k_{53} = \frac{v_5}{\omega_3} = \frac{dt}{\frac{d\varphi_3}{dt}} = \frac{dS_5}{d\varphi_3},$$

то есть

$$S_5 = \int_0^{\varphi_3} k_{53} d\varphi_3,$$

то перемещение ползуна 5 может быть определено путем графического интегрирования диаграммы  $k_{53}(\varphi_3)$  (рис. 4). При этом важно, чтобы масштаб диаграммы был согласован с масштабом чертежа. Из точек  $P_0$  бицентроиды (рис. 3) проводим линии, параллельные направлению движения ползуна. Откладываем на них значения перемещений  $S$  из диаграммы  $S_5(\varphi_3)$  и получаем точки, образующие центроиду в относительном движении  $\Pi_{50}$ . Таким образом, задав профиль центроиды  $\Pi_{30}$  рычага 3 и построив профиль сопряженной центроиды  $\Pi_{50}$  ползуна 5, мы обеспечили чистое качение в высшей кинематической паре  $E$ . Стоит отметить, что указанные построения являются приближенными. Степень точности кривых, очевидно, зависит от количества заданных точек и определяется исходя из технологического процесса, в котором участвует механизм.

Далее на перекатываемом рычаге 3 отметим точку  $C$ . Найдем ее траекторию при перекатывании рычага в шестое положение. Зададим длину шатуна 2, после чего определим длину кривошипа  $AB$ . Таким образом, спроектированный механизм имеет следующий вид, показанный на рис. 5.

Обратим внимание, что механизм собран в нескольких параллельных слоях. Так, кривошип 1 находится в первом слое, коромысло 4 – во втором, дуга окружности  $\Pi_{3n}$  рычага 3, перекатывающаяся по опоре 6 – в следующем слое, дуга окружности  $\Pi_{30}$  рычага 3 и ползун 5 – в четвертом слое и шатун 2 расположен в пятом слое. Постоянное соприкосновение профилей звеньев высших пар достигается силовым замыканием, осуществляемым с помощью пружин.

Стоит отметить, что, исключив скольжение (поступательное движение) в высших кинематических парах  $D$  и  $E$ , эти пары остаются парами четвертого класса (двухподвижными). Так как при качении рычага 3 происходит поступательное движение центров кривизны центроид  $\Pi_{3n}$  и  $\Pi_{30}$  – точек  $O_1$  и  $O_2$  (рис. 3).

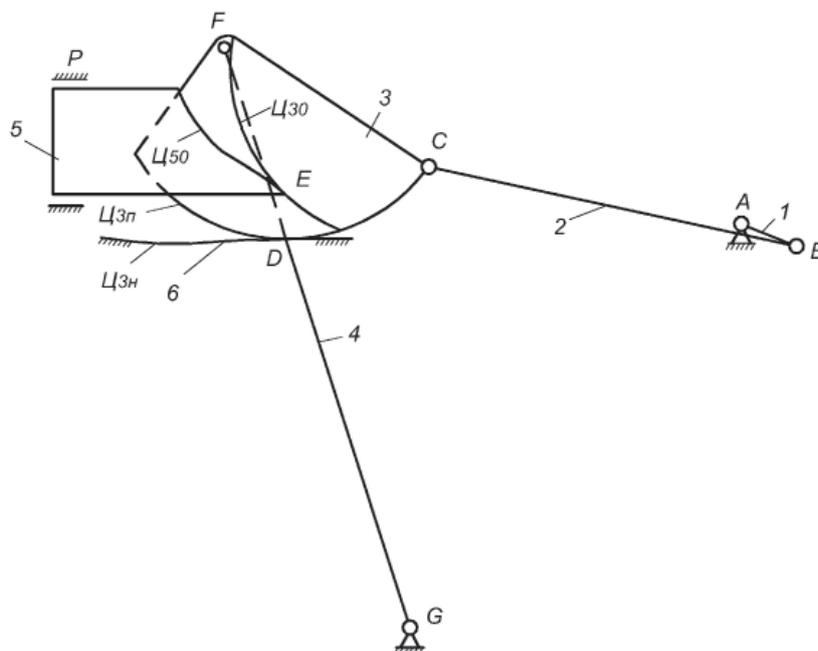


Рис. 5. Кинематическая схема спроектированного механизма

Проектируя указанный механизм, авторы задавались формой перекатывающегося рычага 3. При этом не ставили задачей отработку определенного закона движения ползуна 5. Однако с помощью изложенной в статье методики синтеза может быть воспроизведен необходимый закон движения выходного звена путем подбора профилей звеньев, входящих в высшие кинематические пары.

#### Список литературы

1. Артоболевский И.И. Механизмы в современной технике т. II. – М.: Наука, 1971. – 1007 с.
2. Артоболевский И.И. Синтез плоских механизмов / И.И. Артоболевский, Н.И. Левитский, С.А Черкудинов. – М.: Наука, 1959. – 1085 с.
3. Артоболевский И.И. Теория механизмов. – М.: Наука, 1967. – 719 с.
4. Бейер Рудольф. Кинематический синтез механизмов. – М.: МашГИЗ, 1959. – 318 с.
5. Дворников Л.Т., Живаго Э.Я. Основы теории кинематических пар: монография. СибГИУ. – Новокузнецк, 1999. – 105 с.
6. Колубаев А.В. Эволюция структуры поверхностного слоя металлов в условиях трения скольжения // Трение и износ. – 2007. – Т. 28, № 6. – С. 582–590.
7. Копыл М.Д. Повышение надежности и эксплуатационной стойкости тяжело нагруженных деталей формовочного и кузнечно-прессового оборудования / М.Д. Копыл, О.В. Сенокосова // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. – 2007. – № 10. – С. 17–23.
8. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики. Т.1. – М.: Наука, 1982. – 352 с.

9. Патент РФ № 2012155035/11, 18.12.2012. Дворников Л.Т., Максимова Е.Н. Механизм с перекатывающимся рычагом // Патент России № 2514322. 2014. Бюл. № 12.

10. Burmester L. Über die Geradföhrung durch das Kurbelgebrieh. Civilingenieur, 1876, т. 22.

#### References

1. Artobolevskij I.I. Mehanizmy v sovremennoj tehnike t. II. M.: Nauka, 1971. 1007 p.
2. Artobolevskij I.I. Sintez ploskih mehanizmov / I.I. Artobolevskij, N.I. Levitskij, S.A Cherkudinov. M.: Nauka, 1959. 1085 p.
3. Artobolevskij I.I. Teorija mehanizmov. M.: Nauka, 1967. 719 p.
4. Bejer Rudolf. Kinematicheskij sintez mehanizmov. M.: MashGIZ, 1959. 318 p.
5. Dvornikov L.T., Zhivago Je.Ja. Osnovy teorii kinematicheskikh par: monografija. SibGIU. Novokuzneck, 1999. 105 p.
6. Kolubaev A.V. Jevoljucija struktury poverhnostnogo sloja metallov v uslovijah trenija skolzhenija // Trenie i iznos. 2007. T. 28, no. 6. pp. 582–590.
7. Kopyl M.D. Povyshenie nadezhnosti i jekspluatacionnoj stojkosti tjazhelonagruzhennyh detalej formovochnogo i kuznechno-pressovogo oborudovanija / M.D. Kopyl, O.V. Senokosova // Kuznechno-shtampovochnoe proizvodstvo. Obrabotka materialov davleniem. 2007. no. 10. pp. 17–23.
8. Lojczanskij L.G., Lure A.I. Kurs teoreticheskoy mehaniki. T.I. M.: Nauka, 1982. 352 p.
9. Patent RF no. 2012155035/11, 18.12.2012. Dvornikov L.T., Maksimova E.N. Mehanizm s perekatyvajushhimsja ryehagom // Patent Rossii no. 2514322. 2014. Bjul. no. 12.
10. Burmester L. Über die Geradföhrung durch das Kurbelgebrieh. Civilingenieur, 1876, т. 22.