

УДК 620.172.212/ 624.042.7

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЗАИМОВЛИЯНИЯ СТАЛЬНЫХ ФИБР В СЕЧЕНИИ ИЗГИБАЕМОГО ЭЛЕМЕНТА ИЗ СТАЛЕФИБРОШЛАКОБЕТОНА

Корнеев А.М., Бузина О.П., Суханов А.В., Шипулин И.А.
ФГБОУ ВПО «Липецкий государственный технический университет»,
Липецк, e-mail: pm03sav@mail.ru

Проведено исследование работы стальных фибр с одиночными отгибами на концах в мелкозернистом шлакобетоне. Получены экспериментальные зависимости смещения фибр от приложенной нагрузки. На основе результатов анализа экспериментальных данных предложены формулы для определения значений координат кусочно-линейных диаграмм «нагрузка – смещение», описывающие смещение единичной фибры под вытягивающей нагрузкой в мелкозернистом шлакобетоне. Предложена математическая зависимость для определения коэффициента, характеризующего изменение величины вклада в работу элемента фибровой арматуры в зависимости от длины заделки соседних фибр в шлакобетоне и их ориентации в шлакобетон-матрице. Полученные в результате исследования результаты позволяют рассчитывать напряжения в центральном сечении изгибаемых элементов в стадии трещинообразования, строить модели работы изгибаемых строительных конструкций на основе дисперсно-армированного шлакобетона.

Ключевые слова: мелкозернистый шлакобетон, стальная фибра, заделка, сталефиброшлакобетон, прочность бетона

MATHEMATICAL MODELING OF PROCESS MUTUAL INFLUENCE OF STEEL FIBERS IN THE CROSS SECTION IN THE BENDING STEEL FIBER REINFORCED SLAG CONCRETE ELEMENT

Korneev A.M., Buzina O.P., Sukhanov A.V., Shipulin I.A.
Federal State Educational Institution of Higher Education Lipetsk State Technical University,
Lipetsk, e-mail: pm03sav@mail.ru

The research work of steel fibers with a single limb ends in fine-grained concrete. The experimental dependence of the displacement of fibers from the applied load. On the basis of analysis of experimental data suggested formula for determining the coordinate values of the piecewise-linear diagrams «load-deflection», describing the displacement of a single fiber by pulling a load of fine grained concrete. The mathematical relationship for determining the coefficient, which characterizes the change in the input to the fiber reinforcement element, depending on the anchoring adjacent fibers in the concrete, and their orientation in the cinder-matrix. The resulting study results allow to calculate the stresses in the central section of the bent elements in the process of cracking, build a model of flexible work building structures based on dispersion reinforced concrete.

Keywords: fine-grained slag concrete, steel fiber, anchoring, steel fiber reinforced slag concrete, concrete strength

Исследование характера поведения стальных фиброволокон в матрице бетона имеет целью построение общей модели поведения сталефибробетона при сложных видах нагружения как в упругой стадии, так и в стадии трещинообразования; причём в последнем случае особое значение приобретают данные о работе единичной фибры при его смещении в бетоне-матрице. Существующие математические модели работы железобетонных конструкций можно разделить на две группы: методы, основанные на рассмотрении напряжённо-деформированного состояния сечения, и методы, не использующие деформационные зависимости. К первой группе относят метод расчёта элементов по нормальным сечениям, построенный на единых принципах (гипотеза

плоских сечений, диаграммы, учитывающие нелинейный характер деформирования материалов) [1]. Такой подход позволяет с единых позиций вести расчёт по прочности, образованию и раскрытию трещин, по деформациям. Настоящая работа посвящена совершенствованию такого метода. Суть метода поясняется на рис. 1, где показана стадия образования трещины в центральном сечении изгибаемого элемента (балки из СФБ) при чистом изгибе. Поперечное сечение балки разбивается на множество прямоугольных секций, в каждой из которых с ростом кривизны происходят процессы сжатия (в случае, если секция расположена выше нейтральной линии) или растяжения, а также образование трещин, рост которых сдерживается работой стальных фибр.

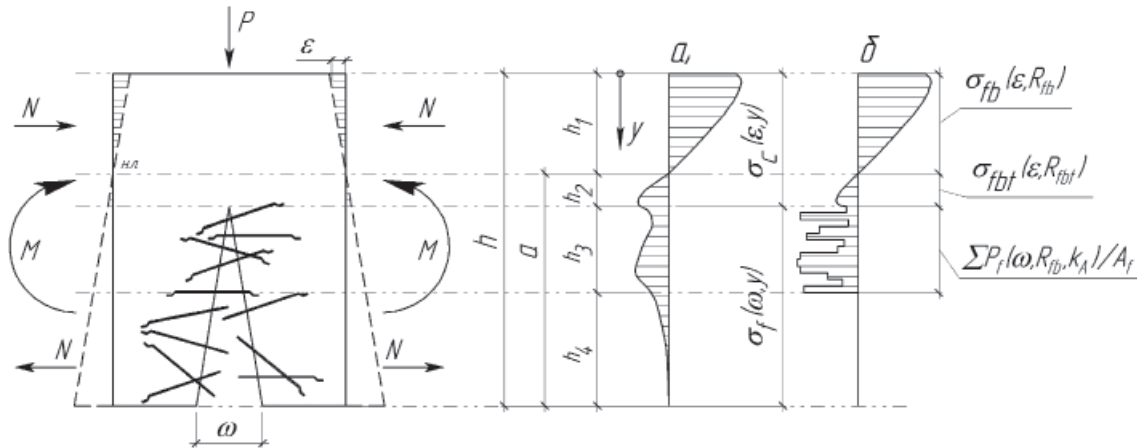


Рис. 1. Распределение нормальных напряжений в сечении изгибаемого элемента из СФБ

Реакция поперечного сечения может быть определена здесь посредством итеративного подхода. Для каждого секционного элемента поперечного сечения на высоте y кривизна на каждом шаге постепенно увеличивается, при этом положение нейтральной оси определяется путём решения уравнений равновесия [5]:

$$\frac{N}{b} = \int_0^{h-a} \sigma_c(\epsilon, y) dy + \int_{h-a}^h \sigma_f(\omega, y) dy; \tag{1}$$

$$\frac{M}{b} = \int_0^{h-a} \sigma_c(\epsilon, y) \left(y - \frac{h}{2} \right) dy + \int_{h-a}^h \sigma_f(\omega, y) \left(y - \frac{h}{2} \right) dy, \tag{2}$$

где N – продольные усилия в сечении балки; M – изгибающий момент; b – ширина балки; h – высота сечения балки; y – координата сечения сечения балки, в котором рассчитывается нормальное напряжение; $\sigma_c(\epsilon, y)$ – нормальные напряжения сжатия и растяжения сечения сечения СФБ-элемента на высоте y ; $\sigma_f(\omega, y)$ – нормальные напряжения, возникающие в результате работы фибры в трещине центрального сечения СФБ-элемента на высоте y ; ϵ – относительные деформации в сечении сечения; ω – ширина раскрытия трещины (рис. 1, а).

Распределение нормальных напряжений носит нелинейный характер. Условно эпюру нормальных напряжений в сечении можно разбить на четыре участка: h_1 – участок, на котором действуют сжимающие напряжения; h_2 – участок, где растягивающие напряжения распределяются на целостный композитный материал – сталефибробетон: они включают растягивающие напряжения самого бетона и касательные напряжения, действующие на поверхности соприкосновения фибры и бетона; h_3 – участок, на котором растягивающие напряжения работают на выход фибры из матрицы бетона, а также, если фибра располагается под непрямым углом к сечению балки, – на скол бетона при изгибе и деформации фибры; h_4 – высота «абсолютной» трещины, где нет

работы фибры и бетона. Для расчёта напряжений на участках h_3 и h_4 существуют различные модели [5, 6, 7]. В таких моделях предполагается, что работа отдельных волокон сечения может быть просуммирована с целью получения суммарного вклада фибр в пределах одной сечения в общую эпюру напряжений. Такие модели с высокой достоверностью позволяют определять напряжение, создаваемое фибрами в трещинах, в случае использования прочных бетонов-матриц, а также малых геометрических размеров фибр. Шлакобетон относится к лёгким мелкозернистым бетонам с классом по прочности В10...В30. Для таких бетонов более приемлемы модели, заключающиеся в дифференцированном рассмотрении единичных фибр (разнонаправленных, с различной глубиной заделки) в отдельной сечения сечения, а затем суммировании действующих на них сил, определяемых из диаграмм «нагрузка – смещение» (« P - δ »), далее относя их к площади поперечного сечения фибр (рис. 1, б):

$$\sigma_{fb} = \frac{\sum_{i=1}^n P_f(\delta, R_m, \dots, k_A)}{nA_f}, \tag{3}$$

где n – количество фибр в отдельной сечения.

Такие диаграммы характеризуют работу фибры в шлакобетоне. На практике диаграммы удобно представлять в виде кривой, проходящей через ряд характеристических точек, координаты которых зависят от прочностных характеристик бетона, геометрических характеристик фибры и определяются эмпирически; значения координат для шлакобетона представлены в работе [2].

В центральном сечении изгибаемого элемента взаимовлияние стальных фибр будет сказываться на характере диаграмм их работы. Наличие соседних фибр будет разрушать бетон, окружающий центральную фибру, соответственно, уменьшая её работу по смещению из бетона-матрицы, т.е. понижением ординат характеристических точек. Целью настоящего исследования является изучение характера такого понижения, получение коэффициента (k_A), характеризующего изменение величины вклада в работу элемента фиброволокна в зависимости от длины заделки соседних фибр и качества сцепления между ними.

В проведённых исследованиях в качестве волокна использовалась фибра «Драмикс» бельгийской фирмы «Бекарт», длиной $l_f = 60$ мм, диаметром $d_f = 0,8$ мм, с временным сопротивлением разрыву $R_f = 980-1200$ МПа. Геометрические характеристики фибры и образцы приведены в [2]. Опытные образцы и схемы анкеровки фибры в образцах представлены на рис. 2. В таблице представлены значения длин заделки фибр для каждого типа образцов и углы ориентации крайних фибр (меньший угол наклона к плоскости действия продольных сил) для каждой комбинации. Угол ориентации фибры принимается положительным в случае, если фибра удаляется

от центральной в матрице бетона, в противном случае угол ориентации фибры принимается отрицательным. Расстояние между фибрами в образце составляло 5 мм (максимальный размер фракции отсева от дробления литого шлакового щебня). В исследованиях использовались бетоны классов В7,5 ($R = 8,6$ МПа), В15 ($R = 18,3$ МПа), В20 ($R^m = 22,1$ МПа), В25 М ($R^m = 27,6$ МПа). Всего было проведено 240 отдельных испытаний, – по два опытных образца на каждый вариант комбинации анкеровки и класса шлакобетона.

Испытания проводились в специально разработанном устройстве, позволяющем определять смещение фибры при выходе из бетона-матрицы [3].

На рис. 3 представлены усреднённые эмпирические кривые зависимости « $P-\delta$ » для трёх серий испытаний: класс бетона – В25 ($R^m = 27,6$ МПа), цифрами обозначены графики, соответствующие комбинациям анкеровок фибр, представленным в таблице.

Анализ полученных экспериментальных диаграмм для фибр, заделанных в комбинациях 2–10, позволяет сделать вывод об их взаимовлиянии на анкерующую способность в мелкозернистом шлакобетоне. Соседние фибры оказывают влияние на работу центральной фибры. Работа единичной фибры известна – это площадь, ограниченная осями координат и кривой диаграммы « $P-\delta$ » (комбинации 1). Вычисление работы центральной фибры в случае комбинаций 2–10 осуществляется посредством разделения общей работы комбинации фибр на работу каждой фибры в отдельности. Сравнивая полученную работу центральной фибры с работой единичной фибры с той же длиной заделки, получим коэффициент изменения работы k_A .

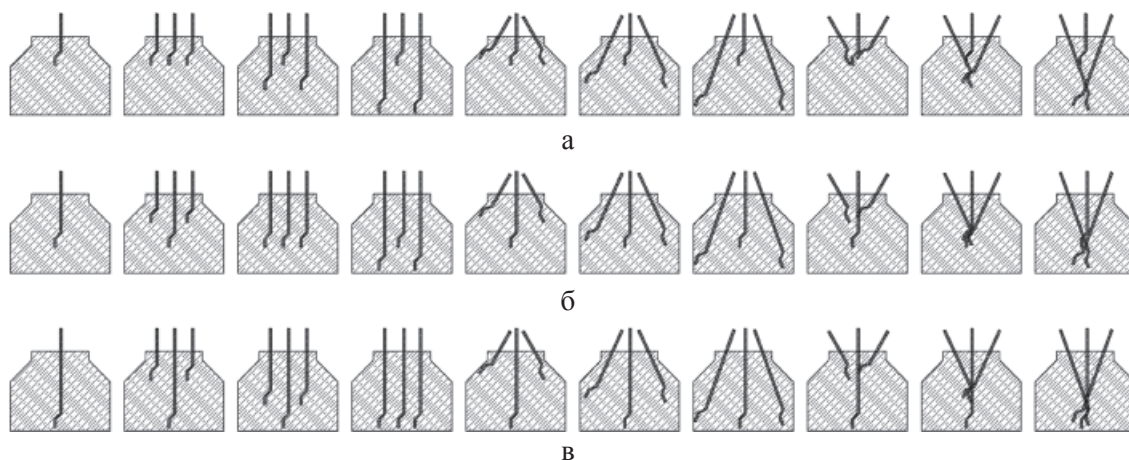


Рис. 2. Опытные образцы:

а – длин заделки центральной фибры $l_{f,an} = 10$ мм; б – $l_{f,an} = 20$ мм; в – $l_{f,an} = 30$ мм

Значения длин заделок фибр для каждой серии испытаний

Номер серии	Номер комбинации заделок фибр	Длина заделки центральной фибры $l_{f,an}^c$, мм	Среднее значение длин заделок соседних фибр $l_{f,an}^c$, мм	$\frac{l_{f,an}^c}{l_{f,an}}$	Ориентация соседних фибр, град.	
					φ_1	φ_2
1	1	10	0	0	–	–
	2		10	1,0	0	0
	3		20	2,0	0	0
	4		30	3,0	0	0
	5		10	1,0	30	30
	6		20	2,0	25	25
	7		30	3,0	20	20
	8		10	1,0	–30	–30
	9		20	2,0	–25	–25
	10		30	3,0	–20	–20
2	1	20	0	0	–	–
	2		10	0,5	0	0
	3		20	1,0	0	0
	4		30	1,5	0	0
	5		10	0,5	30	30
	6		20	1,0	25	25
	7		30	1,5	20	20
	8		10	0,5	–30	–30
	9		20	1,0	–25	–25
	10		30	1,5	–20	–20
3	1	30	0	0	–	–
	2		10	0,33	0	0
	3		20	0,67	0	0
	4		30	1,0	0	0
	5		10	0,33	30	30
	6		20	0,67	25	25
	7		30	1,0	20	20
	8		10	0,33	–30	–30
	9		20	0,67	–25	–25
	10		30	1,0	–20	–20

По результатам обработки опытных данных предложена формула для определения коэффициента k_A , характеризующего изменение величины вклада в работу элемента фибровой арматуры в зависимости от средней длины заделки соседних фибр в шлакобетоне, их ориентации по отношению к центральной фибре и прочности шлакобетона-матрицы:

$$k_A = \left[(0,24 \cdot l_{f,an} - 2,7) \cdot \frac{\lambda_f^2}{R_m} + (7,7 - 0,52 \cdot l_{f,an}) \cdot \frac{\lambda_f}{R_m} + 1 \right] \frac{1 + 2\lambda_f \prod_{i=1}^n g(\varphi_i)}{1 + 2\lambda_f};$$

$$\lambda_f = \frac{l_{f,an}^c}{l_{f,an}}; \quad g(\varphi_i) = \begin{cases} \sqrt{\cos(\varphi_i)}, & 0 \leq \varphi_i < \pi/2; \\ \cos(\varphi_i), & -\pi/2 < \varphi_i < 0. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь R_m – прочность шлакобетона на сжатие; n – количество фибр в радиусе 5 мм от центральной.

На рис. 4 графически представлен пример области значения коэффициента k_A для шлакобетона класса В25 и $\varphi_1 = 0$,

$\varphi_2 = 0$. Кривая 1 здесь построена по формуле (4) для фибр с длиной заделки $l_{f,an}^c = 10$ мм, 2 – для фибр с $l_{f,an}^c = 20$ мм и 3 – для фибр с $l_{f,an}^c = 30$ мм; точками обозначены эмпирические значения коэффициента.

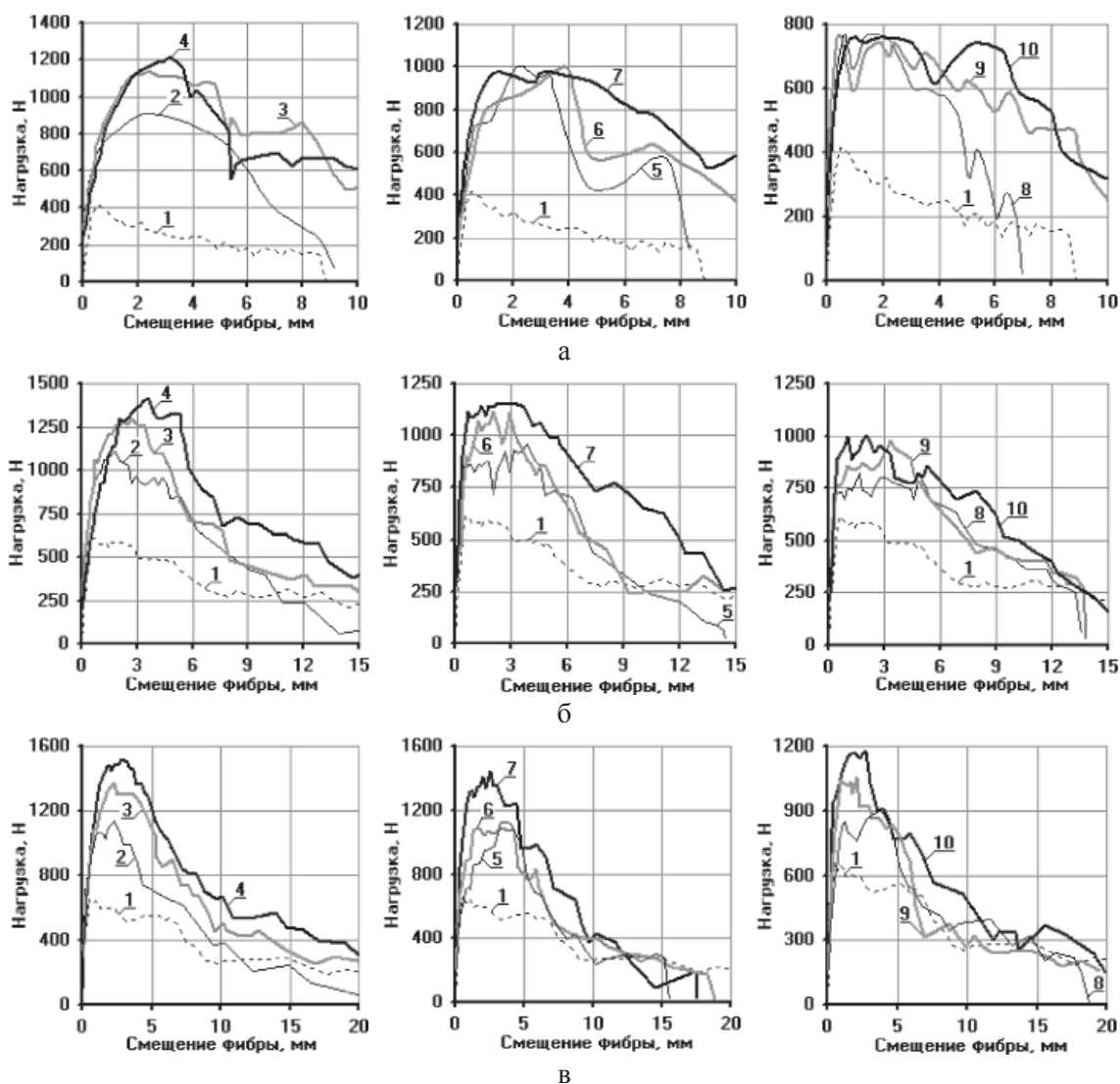


Рис. 3. Усреднённые эмпирические кривые зависимости «Р-δ» нагруженных концов фибр, заделанных в шлакобетон класса В25:
 а – для 1-ой серии испытаний, б – для 2-й серии;
 в – для 3-й серии; цифрами обозначены номера комбинаций заделок фибр

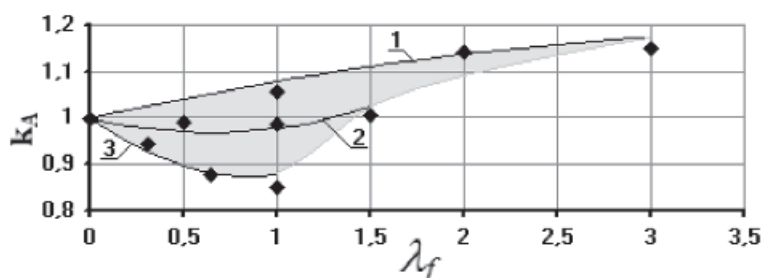


Рис. 4. Область значений коэффициента k_A для шлакобетона класса В25 и $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = 0$

Из формулы (4) видно, что коэффициент стремится к единице в случае роста значения прочности R_m шлакобетона-матрицы, т.е. взаимовлияние фибр в бетоне высокого класса минимизируется, поскольку при смещении фибра в таком бетоне деформи-

руется, не разрушая бетон. Ориентация фибры под углом $\varphi \neq 0$ значительно уменьшает коэффициент k_A , поскольку такие фибры в большей степени способствуют образованию микротрещин в бетоне, особенно в области поверхности образца, где фибра

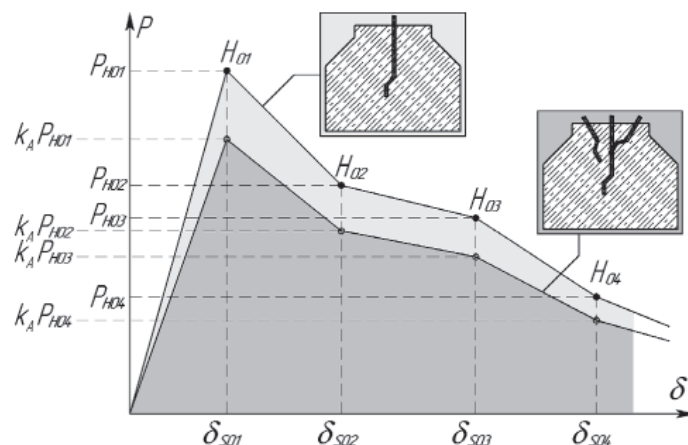


Рис. 5. Влияние коэффициента k_A на изменение ординат характеристических точек кусочно-линейной диаграммы «P-δ»

изгибается, появляются сколы. Заметим, что для одних и тех же значений величины λ_f возможны случаи увеличения работы центральной фибры ($k_A > 1$), а также случаи уменьшения её работы ($k_A < 1$).

В случае использования кусочно-линейных диаграмм коэффициент k_A определяет, во сколько раз увеличится (уменьшится) площадь под кусочно-линейной диаграммой. При этом влияние данного коэффициента на ординаты характеристических точек диаграммы зависит от величины λ_p , т.е. от взаимного расположения центральной и соседних фибр. Заметим, что при изменении ординат характеристических точек кусочно-линейной диаграммы «P-δ» общее изменение площади фигуры, ограниченной линиями диаграммы, произойдёт в k_A раз (рис. 5).

Результаты исследований могут являться универсальными, если использовать формулы приведения ориентированной фибры к фибре, направленной параллельно оси действия нормальных сил в трещине фибробетона [2, 4]. Центральная фибра в этом случае может быть также ориентирована под ненулевым углом к плоскости поверхности трещины, что позволяет рассчитывать напряжения, возникающие в центральной трещине изгибаемых СФСБ-элементов, производя расчёты по соответствующим алгоритмам и диаграммным методикам на ЭВМ.

Список литературы

1. Адищев В.В., Митасов В.М. К вопросу использования диаграмм деформирования бетона в расчёте стержней, подверженных внецентренному нагружению и изгибу // Научные труды Общества железобетонщиков Сибири и Урала. – Новосибирск, 1996. – № 4.

2. Черноусов Н.Н., Черноусов Р.Н., Суханов А.В. Исследование анкеровки стальной фибры в мелкозернистом шлакобетоне // Вестник ТГАСУ. – Томск, 2015. – № 5.

3. Черноусов Н.Н., Черноусов Р.Н., Суханов А.В., Прокофьев А.Н. Способ испытания образцов строительных материалов на растяжение // Патент России № 2544299. – 2013. – Бюл. № 8.

4. Laranjeira F. Predicting the pullout response of inclined hooked steel fibers / F. Laranjeira, C. Molins, A. Aguado // Cement and concrete research. – 2010. – Vol. 40. – P. 1471–1487.

5. Löfgren I. Fibre-reinforced concrete for industrial construction. Diss. Göteborg, Sweden, 2005.

6. Shah S.P. Fibre reinforced concrete properties / S.P. Shah, B.V. Rangan // Journal of the american concrete institute. – 1971. – Vol. 68. – P. 126–135.

7. Stang H. Failure of fiber reinforced composites by pullout fracture / H. Stang, S.P. Shah // Journal of materials science. – 1986. – Vol. 21(3). – P. 935–957.

References

1. Adishhev V.V., Mitasov V.M. K voprosu ispolzovaniya diagramm deformirovaniya betona v raschjote stержnej, podverzhennyh vnecentrennomu nagruzhjeniju i izgibu // Nauchnye trudy Obshhestva zhelezobetonshhikov Sibiri i Urala. Novosibirsk, 1996. no. 4.

2. Chernousov N.N., Chernousov R.N., Suhanov A.V. Issledovanie ankerovki stalnoj fibry v melkozernistom shlakobetone // Vestnik TGASU. Tomsk, 2015. no. 5.

3. Chernousov N.N., Chernousov R.N., Suhanov A.V., Prokofev A.N. Sposob ispytaniya obrazcov stroitelnyh materialov na rastjazhenie // Patent Rossii no. 2544299.2013. Bjul. no. 8.

4. Laranjeira F. Predicting the pullout response of inclined hooked steel fibers / F. Laranjeira, C. Molins, A. Aguado // Cement and concrete research. 2010. Vol. 40. pp. 1471–1487.

5. Löfgren I. Fibre-reinforced concrete for industrial construction. Diss. Göteborg, Sweden, 2005.

6. Shah S.P. Fibre reinforced concrete properties / S.P. Shah, B.V. Rangan // Journal of the american concrete institute. 1971. Vol. 68. pp. 126–135.

7. Stang H. Failure of fiber reinforced composites by pullout fracture / H. Stang, S.P. Shah // Journal of materials science. 1986. Vol. 21(3). pp. 935–957.