

УДК 004. 056.330

МОДЕЛИ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ РЕГИОНОВ: РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ И ХАРАКТЕРИСТИК, АНАЛИЗ ЗАВИСИМОСТИ ВЫПУСКА ПРОДУКЦИИ ОТ ЗАТРАТ РЕСУРСОВ

Адамадзиев К.Р., Халилов М.А.

ФГБОУ ВО «Дагестанский государственный университет»,
Махачкала, e-mail: adamadziev@mail.ru

Настоящая статья посвящена выявлению и оценке взаимосвязей между четырьмя ключевыми экономическими показателями групп регионов России методами математического и компьютерного моделирования. Целью исследования является выявление методами моделирования зависимости объема производства валового регионального продукта от объемов трех ключевых ресурсов в целом по всем регионам и в разрезе трех их групп, описание этих зависимостей в виде математических моделей, а также анализ их параметров и характеристик. Для достижения поставленной цели решены следующие задачи: дана формулировка задачи по выявлению искомых зависимостей и определено ее информационное обеспечение; разработан алгоритм и выполнены расчеты, связанные с определением параметров уравнений производственных функций и их статистических характеристик; построены уравнения производственных функций, выражающие зависимость объемов валового регионального продукта от стоимости основных фондов, численности занятых в экономике и объемов инвестиции для совокупности всех регионов России и трех групп регионов (малых, средних и крупных) по данным за 2005, 2010 и 2014 гг.; сформирован комплекс взаимосвязанных таблиц с результатами, проведен их анализ и сформулирован ряд выводов, представляющий, по мнению авторов, теоретический и практический интерес.

Ключевые слова: производственная функция, экономика, регион, группировка, связь, зависимость, регрессия, показатель, совокупность объектов, временной период, анализ, метод, модель, уравнение

PRODUCTION FUNCTION MODELS OF THE REGIONS: CALCULATION OF PARAMETERS AND CHARACTERISTICS, RATIO ANALYSIS OF PRODUCTION AND RESOURCES COSTS

Adamadziev K.R., Khalilov M.A.

Dagestan State University, Makhachkala, e-mail: adamadziev@mail.ru

This article is devoted to the identification and assessment of the relationship between the four key economic indicators of groups of Russian regions by means of mathematical and computer modeling. The aim of the study is to identify by methods of simulation the relations between the production volume of gross regional product and the volume of three key resources in all regions and in the section of three groups of them, a description of these relations in the form of mathematical models, as well as analysis of parameters and characteristics. To achieve this goal the following tasks are solved: formulation of the problem is given to identify the required relations and its information supply is specified; an algorithm is designed and calculations are carried out related to determining the parameters of production function equations and statistical characteristics of them; production function equations are constructed expressing the ratios between volume of gross regional product and fixed assets value, number of persons employed in the economy and volume of investment for the aggregate of all Russian regions and three groups of regions (small, medium and large) according to data for 2005, 2010 and 2014; a set of interrelated tables is formed with the results, analysis is conducted and a number of conclusions is drawn which represent, according to the authors, theoretical and practical interest.

Keywords: production function, economy, region, group, communication, relation, regression, index, a set of objects, time period, analysis, method, model, equation

Связи и зависимости – понятия, широко применяемые в различных сферах экономики. Различают два их вида: функциональные и корреляционно-регрессивные. Первые представляют собой точные и однозначные связи (зависимости), вторые – выражают усредненные или приближенные связи (зависимости) для совокупности объектов, называемой статистической (выборочной) совокупностью. Связи и зависимости принято выражать в виде математических формул (равенств, неравенств, уравнений). Если зависимость одного экономического показателя от одного, двух и более других выражена

в виде уравнения, то зависимый показатель принято называть результативным, а независимые – показателями-факторами. Среди связей и зависимостей в экономике особое место занимают таковые между показателями затрат ресурсов и выпуска продукции, которые называются *производственными функциями* [1, 2, 3, 4, 5].

К показателям, на основе которых можно строить модели производственных функций на региональном уровне, можно отнести в первую очередь четыре ключевых показателя: валовой региональный продукт, стоимость основных фондов, численность

занятых в экономике и инвестиции. Данные по этим показателям публикуются в статистических ежегодниках «Россия в цифрах». Экономика регионов существенно различаются. Поэтому целесообразно проводить анализ моделей производственных функций не только в целом по стране, но и в разрезе различных групп регионов. Модели производственных функций групп регионов и страны в целом различаются и за разные временные периоды. Иными словами, актуальность исследований, посвященных выявлению, описанию и анализу производственных функций экономических объектов любого уровня, не вызывает сомнений.

Группировать регионы, как и другие экономические объекты, можно по-разному. В частности, все регионы нами разбиты на три группы: малые, средние и крупные. Деление регионов на группы осуществлено по показателю «валовой региональный продукт». Для рассматриваемых показателей приняты следующие обозначения: для валового регионального продукта – Y , в млрд руб.; стоимости основных фондов – K , млрд руб., численности занятых в экономике – L , в тыс. чел., объемов инвестиций – I , в млрд руб. При этом построены и анализируются две двухфакторные зависимости:

а) валового регионального продукта от стоимости основных фондов и численности занятых в экономике (Y от K, L);

б) валового регионального продукта от численности занятых в экономике и объемов инвестиций (Y от L, I).

Для каждой группы регионов и в целом по всем регионам за каждый год построены по четыре уравнения (два линейных и два степенного вида) производственных функций:

– линейного вида

$$Y = b + m_1 \cdot K + m_2 \cdot L; \quad Y = b + m_1 \cdot L + m_2 \cdot I;$$

– степенного вида

$$Y = b \cdot K^{m_1} \cdot L^{m_2}; \quad Y = b \cdot L^{m_2} \cdot I^{m_3}.$$

Расчет и анализ статистических характеристик для других видов уравнений (гиперболического, показательного и полиномиального и др.) показал, что их приемлемость для оценки искомого зависимости существенно ниже, чем уравнений линейного и степенного видов. Выполнены следующие расчеты: параметров, статистических характеристик и ряда производных показателей (табл. 1).

Перечисленные показатели из табл. 1 можно рассчитать с помощью разных методов и моделей. Все расчеты нами выполнены с помощью встроенных математических и статистических функций из MS Excel. Величины рассчитанных показателей уравнений для двухфакторных производственных функций линейного вида, выражающих зависимость ВРП от затрат ресурсов для всей совокупности регионов страны, характеризуют данные, приведенные в табл. 2. Такие же показатели рассчитаны и для трех групп регионов.

Параметр b (свободный член уравнения) в уравнениях регрессии линейного вида не имеет экономического смысла, но параметры при независимых показателях-факторах (m_1, m_2 и m_2, m_3) всегда имеют экономический смысл: они показывают величину роста результативного показателя Y (ВРП, в млрд руб.) при увеличении каждого из ресурсов на одну абсолютную единицу.

Отметим также, что одна из важных статистических характеристик, называемая предельной эффективностью и определяемая как производная Y по K (Y по L ; Y по I), численно равна коэффициенту при показателе-факторе, т.е.

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = m_1; \quad \frac{\partial Y}{\partial L} = m_2; \quad \frac{\partial Y}{\partial I} = m_3.$$

Таблица 1

Перечень рассчитываемых показателей и их обозначение

<p><i>Параметры (1, 2, 3, 4):</i></p> <p>b – свободный член</p> <p>m_1, m_2, m_3 – коэффициенты регрессии при переменных K, L, I</p>
<p><i>Статистические характеристики (5, 6, ..., 15):</i></p> <p>se_b, se_1, se_2, se_3 – стандартные ошибки для параметров b, m_1, m_2, m_3</p> <p>sey – стандартная ошибки для Y</p> <p>R – индекс детерминации</p> <p>df – число степеней свободы</p> <p>F – критерий Фишера</p> <p>$SSreg, SSresid$ – регрессионная и остаточная суммы квадратов</p> <p>A – средняя ошибка аппроксимации</p>

Таблица 2

Величины параметров и статистических характеристик, рассчитанные и анализируемые для линейных двухфакторных моделей производственных функций по данным для всей совокупности регионов России, построенных по данным за 2005, 2010 и 2014 гг.

		2005		2010		2014	
		Y от K, L	Y от L, I	Y от K, L	Y от L, I	Y от K, L	Y от L, I
1	b	-15,1	-6,2	-42,8	-41,9	-87,8	-63,4
2	m_1	0,3413		0,2969		0,2965	
3	m_2	0,0326	0,1005	0,1456	0,2888	0,2952	0,3953
4	m_3		1,765		1,2251		1,8223
5	se_b	5,8	5,7	14,0	16,3	21,8	25,8
6	se_1	0,0391		0,0343		0,0315	
7	se_2	0,0189	0,0111	0,0372	0,0305	0,0541	0,0594
8	se_3		0,1889		0,2033		0,2675
9	sey	31,1	30,0	76,1	88,3	120,2	139,5
10	R	0,9334	0,938	0,9313	0,9074	0,9431	0,9233
11	df	74	74	75	75	75	75
12	F	518,4	560,2	508,1	367,4	621,1	451,3
13	SSreg	71712	66698	434003	584810	1082992	1459218
14	SSresid	1004798	1009811	5880781	5729973	17938500	17562273
15	A	24,2	23,4	26,9	31,3	25,1	29,1

По величинам параметров m_1, m_2 и m_2, m_3 построенных нами уравнений производственных функций, характеризующим предельную эффективность использования основных фондов, трудовых ресурсов и инвестиций, можно сформулировать следующие выводы:

- по данным за 2005 г. параметр m_1 по группам регионов от малых до крупных увеличивался, т.е. предельная эффективность основных фондов росла; предельная эффективность трудовых ресурсов в малых регионах оказалась положительной, а в средних и крупных – отрицательной; в 2010 и в 2014 годах предельная эффективность основных фондов и трудовых ресурсов была положительной и росла вместе с увеличением размеров регионов (исключение составила эффективность основных фондов в 2010 г. – по малым регионам она оказалась выше, чем по средним);

- величина предельной эффективности основных фондов (m_1) по группам регионов в динамике изменялась следующим образом: по малым в 2010 г. увеличилась, в 2014 г. уменьшилась; по средним – наоборот; по крупным регионам в оба периода увеличилась; в среднем по всем регионам предельная эффективность в динамике уменьшилась; предельная эффективность трудовых ресурсов в динамике выросла по всем трем группам регионов и по всем регионам в целом;

- в соответствии с параметрами зависимости Y от L, I : эффективность тру-

довых ресурсов (m_2) в 2005 г. по группам регионов от малых до крупных снизилась, в 2014 г. имело место уменьшение – рост; эффективность инвестиций (m_3) менялась по схеме уменьшение – рост в 2005 г., рост-уменьшение в 2010 и рост в 2014 г.; динамика изменения m_2 по рассматриваемым периодам была следующей: по малым, средним и по всем регионам имел место рост, по крупным – рост – уменьшение; динамика изменения m_3 : по малым регионам – уменьшение, по средним – рост, по крупным и по всем регионам – уменьшение – рост.

Построенные уравнения производственных функций целесообразно записывать в математическом виде. В качестве примера в табл. 3 приведена математическая запись линейных уравнений для производственных функций за 2014 г.

Из табл. 3 видно, что:

- во-первых, предельные эффективности обоих ресурсов (т.е. параметры m_1 и m_2) для зависимости Y от K, L в 2014 г. и параметра m_3 в уравнениях производственных функций для зависимости Y от L, I по группе средних регионов выше, чем по малым, но ниже, чем по группе крупных;

- во-вторых, величина параметра m_2 в уравнениях для производственных функций, выражающих зависимость Y от L, I являются максимальной по группе малых регионов, а минимальной – по группе средних регионов;

Таблица 3

Математическая запись уравнений производных функций линейного вида, построенных по данным регионов России за 2014 г.

Группы регионов	Математическая запись уравнений производственных функций	
	Для зависимости Y от K, L	$m_1 + m_2$
Малые	$Y = 19,8 + 0,1572 \cdot K + 0,1849 \cdot L$	0,3421
Средние	$Y = 39,4 + 0,1864 \cdot K + 0,1943 \cdot L$	0,3807
Крупные	$Y = -129,4 + 0,2614 \cdot K + 0,3891 \cdot L$	0,6505
Все регионы	$Y = -87,8 + 0,2965 \cdot K + 0,2952 \cdot L$	0,5917
	Для зависимости Y от L, I	$m_2 + m_3$
Малые	$Y = 16,1 + 0,2762 \cdot L + 0,8682 \cdot I$	1,1444
Средние	$Y = 106,8 + 0,1590 \cdot L + 1,3238 \cdot I$	1,4828
Крупные	$Y = -78,8 + 0,2727 \cdot L + 2,6038 \cdot I$	2,8765
Все регионы	$Y = -63,4 + 0,3953 \cdot L + 1,8223 \cdot I$	2,2176

– в-третьих, суммарные величины $m_1 + m_2$ и $m_2 + m_3$ в разрезе регионов растут от малых до крупных.

Отметим, что суммарные величины $m_1 + m_2$ и $m_2 + m_3$ показывают абсолютную величину роста ВРП (в млрд руб.) при одновременном увеличении каждого из ресурсов на одну абсолютную единицу:

а) стоимости основных фондов на 1 млрд руб. и численности занятых в экономике на 1 тыс. чел.;

б) численности занятых в экономике на 1 тыс. чел. и объема инвестиций на 1 млрд руб.

Преимущественно двух факторных и более уравнений регрессии по сравнению с однофакторным уравнением состоит в том, что с их помощью можно определить ряд ценных аналитических показателей, среди которых особое место занимают изокванта и предельные нормы взаимозаменяемости показателей-факторов.

Изоквантой называется совокупность значений показателей-факторов, при которых результативный показатель принимает одно и то же значение.

Изокванта представляет собой математическую формулу, с помощью которой один из показателей факторов выражен через другие. При этом величина зависимого показателя принимается за постоянную величину (const). По данным табл. 3 покажем, например, методику составления формулы для изокванты для зависимости Y от K, L :

$$1) Y = 19,8 + 0,1572 \cdot K + 0,1849 \cdot L;$$

2) Примем Y за const и выразим K через L , т.е.

$$K = 0,1572$$

$$\text{и/или } L = (Y - 19,8 + 0,1572 \cdot K) / 0,1849 \text{ с. 6.}$$

Приняв величину ВРП равной ее средней арифметической величине и выполнив

соответствующие расчеты, авторы получили следующие уравнения изоквант для всех регионов России за три рассматриваемых временных периода:

$$\text{за 2005 г. } K = 4140,8 - 0,0907 \cdot L;$$

$$\text{за 2010 г. } K = 1096,7 - 0,4904 \cdot L;$$

$$\text{за 2014 г. } K = 2049,9 - 0,9956 \cdot L.$$

Как известно, в уравнениях производственных функций показатели-факторы (в нашем случае K и L ; L и I) являются взаимозаменяемыми. В соответствии с теорией о производственных функциях можно определить предельные нормы этих взаимозаменяемостей.

Они определяются по формулам изоквант как произведение одних показателей-факторов от других. В нашем случае это

$$\text{есть производные: } \frac{\partial K}{\partial L} \text{ и } \frac{\partial L}{\partial K} [1, 4, 5].$$

В случае производственных функций линейного вида предельные нормы взаимозаменяемости являются числовыми величинами, получаемыми по формулам m_2/m_1 и m_1/m_2 . Предельная норма взаимозаменяемости показывает, какая величина одного ресурса требуется, чтобы заменить одну единицу другого. В нашем случае в соответствии с уравнениями производственных функций за 2014 г., чтобы заменить численности работников в 1 тыс. чел. требовалось основных фондов: малым регионам – 1,176; средним – 1,042; крупным – 1,489 и регионам в целом по стране – 0,996 млрд руб.

Как показывает анализ, предельные нормы основных фондов и инвестиций, требуемые для замены 1 тыс. чел., по группам регионов и в целом по стране увеличились в разы.

Проведенный нами анализ коэффициентов отношений предельных норм групп средних и крупных регионов к их величинам по группе малых регионов (малые

регионы приняты за 1,00) показывает отсутствие однозначного влияния размеров регионов на величины предельных норм взаимозаменяемости ресурсов.

Главными аналитическими показателями уравнений регрессии, в т.ч. и для производственных функций являются параметры, изокванты, предельные нормы взаимозаменяемости показателей-факторов и др.

Однако, прежде чем анализировать перечисленные параметры, требуется оценить: во-первых, наличие зависимости, ее вид и степень точности этой зависимости; во-вторых, сравнительную приемлемость различных видов уравнений (как линейного, так и нелинейного видов).

Для решения таких задач эконометрической теорией предложен инструментарий статистических характеристик. Некоторые из таких характеристик приведены в табл. 1.

В учебной литературе по эконометрике рассматривают около трех десятков таких характеристик [1, 4, 5]. Для оценки приемлемости уравнений нет необходимости рассчитывать и анализировать все эти характеристики. С нашей точки зрения, можно ограничиться рассмотрением наиболее значимых характеристик, к которым можно отнести: стандартную ошибку для зависимой переменной (*sey*), коэффициент детерминации (*R*), *F*-критерий Фишера, среднюю ошибку аппроксимации и др. Три из этих характеристик определены средствами статистических функций MS Excel, а четвертый – средняя ошибка аппроксимации рассчитана по формуле

$$A = \frac{sey \cdot 100}{\bar{y}}$$

где *sey* – стандартная ошибка для *y*; \bar{y} – средняя арифметическая величина ВРП.

В табл. 4 приведены величины статистических характеристик для уравнений производственных функций линейного вида, выражающих зависимость ВРП (*Y*) от стоимости основных фондов (*K*), численности занятых в экономике (*L*) и объема инвестиций (*I*) по группам регионов России за 2005, 2010 и 2014 гг.

В соответствии с величиной *R* (коэффициент детерминации) из табл. 4 все уравнения производственных функций для малых, крупных и всех регионов являются приемлемыми, поскольку величина этого коэффициента составляет более 0,8 и считается высокой. Для группы средних регионов величины *R* ниже, чем для других групп регионов, но также являются приемлемыми (корреляционную связь можно считать средней), исключение составляет зависимость ВРП от *L* и *I* за 2005 г. (*R* = 0,32), но и такую связь можно считать приемлемой (на удовлетворительном уровне).

По величине *F*-критерия Фишера все уравнения производственных функций можно считать приемлемыми (но также в разной степени).

Более определенные выводы о приемлемости можно делать по средней ошибке аппроксимации (*A*). Если величина *A* менее 10%, то связь считается хорошей. Таких связей в нашем случае нет. В семи случаях из 12-ти для зависимости *Y* от *K*, *L* $10 < A < 20$, а в остальных случаях $20 < A < 22$. Примерно такая же картина наблюдается и для зависимости *Y* от *L*, *I*: в пяти случаях $A < 20$, а в остальных случаях $20 < A < 26$ [1, 4, 5].

Таблица 4

Величины статистических характеристик для уравнений производственных функций линейного вида, выражающих зависимость ВРП (*Y*) от стоимости основных фондов (*K*), численности занятых в экономике (*L*) и объема инвестиций (*I*) по группам регионов России за 2005, 2010 и 2014 гг.

	<i>Y</i> _{ср}	<i>Y</i> от <i>K</i> , <i>L</i>				<i>Y</i> от <i>L</i> , <i>I</i>			
		<i>sey</i>	<i>R</i>	<i>F</i>	<i>A</i>	<i>sey</i>	<i>R</i>	<i>F</i>	<i>A</i>
2005									
Малые	34,7	5,3	0,9273	153,1	15,3	5,4	0,9239	145,6	15,6
Средние	97,9	21,2	0,5368	13,9	21,7	25,6	0,3206	5,7	26,1
Крупные	274,7	31,3	0,9203	421,7	11,4	30,2	0,9257	454,8	11,0
Все регионы	128,5	31,3	0,9203	421,7	24,4	30,2	0,9257	454,8	23,5
2014									
Малые	122,1	19,4	0,9015	109,8	15,9	23,1	0,8601	73,8	18,9
Средние	342,1	43,5	0,8044	49,4	12,7	59,0	0,6391	21,3	17,2
Крупные	1034,5	198,0	0,888	83,2	19,1	235,2	0,8419	55,9	22,7
Все регионы	479,0	120,2	0,9431	621,1	25,1	139,5	0,9233	451,3	29,1

Вышеприведенный анализ показателей для уравнений производственных функций линейного вида (параметров, статистических характеристик, предельных норм взаимозаменяемости ресурсов) свидетельствует о целесообразности проведения такого анализа и полезности сформулированных выводов для принятия управленческих решений.

При всей ценности и приемлемости результатов, полученных на основе уравнений производственных функций линейного вида, следует исследовать и другие виды уравнений. В частности, нами построены и исследованы уравнения для производственных функций степенного вида. Величины параметров уравнений регрессии построенных нами производственных функций степенного вида для обеих зависимостей (Y от K, L и Y от L, I) приведены в табл. 5.

Параметр (b) в случае степенной зависимости экономического смысла не имеет. Но параметры при переменных (т.е. показатели степеней) всегда имеют экономический смысл. Это обусловлено тем, что параметры в степенных уравнениях равны показателям, называемым коэффициентами эластичности (E_{x_i}), рассчитываемыми по формуле

$$E_{x_i} = \frac{\partial Y}{\partial x_i} \cdot \frac{x_i}{Y},$$

где $\partial y / \partial x_i$ – предельная эффективность i -го показателя-фактора; x_i – величина i -го показателя-фактора. В случае степенной зависимости $E_{x_i} = m_i$, т.е. представляют собой числовые величины, во всех остальных видах уравнений регрессии E_{x_i} является переменной величиной, выражаемой вышеприведенной формулой его определения [1, 4, 5].

В уравнениях производственных функций степенного вида показатели степенной (коэффициенты эластичности) можно складывать ($m_1 + m_2$ и $m_2 + m_3$). При этом суммарные величины представляют собой величины роста результативного показателя в процентах при одновременном увеличении на 1% обоих ресурсов, входящих в уравнение. Полученная сумма может быть больше, меньше или равна единице. Если сумма коэффициентов эластичности больше единицы, то говорят об эффекте масштаба, если меньше единицы, то – об отсутствии эффекта масштаба.

Анализ величин $m_1 + m_2$ и $m_2 + m_3$ из табл. 3 показывает отсутствие эффекта масштаба по обоим видам зависимостей (Y от K, L и Y от L, I) во всех трех группах регионов за все три рассматриваемых временных периода. Но такой эффект имеет место в целом по всем регионам за все рассматриваемые временные периоды. При этом по уравнениям обеих зависимостей Y от K, L и Y от L, I эффект масштаба оказался в 2005 г. максимальным, а в 2010 г. минимальным.

По табл. 5 сформулируем ряд важных, с нашей точки зрения, выводов:

– величины коэффициентов эластичности для зависимости Y и K, L показывают, что, во-первых, прирост производительности труда за счет увеличения стоимости основных фондов значительно выше, чем от увеличения численности работников; во-вторых, с ростом размеров регионов эластичность фондов повышается, а эластичность труда уменьшается; в-третьих, коэффициент эластичности основных фондов в 2014 г. по сравнению с 2005 г. значительно снизился, а эластичности труда – вырос;

Таблица 5

Величины параметров уравнений производственных функций степенного вида, выражающих зависимость ВРП (Y) от стоимости основных фондов (K), численности занятых в экономике (L) и объема инвестиций (I) по группам регионов России за 2005, 2010 и 2014 гг.

	ВРП от стоимости основных фондов и численности занятых в экономике			ВРП от численности занятых в экономике и инвестиций		
	m_1	m_2	$m_1 + m_2$	m_2	m_3	$m_2 + m_3$
2005						
Малые	0,7306	0,0902	0,8208	0,5163	0,4555	0,9718
Средние	0,7715	-0,0533	0,7182	0,3618	0,3678	0,7296
Крупные	0,9975	-0,0350	0,9625	0,2877	0,6928	0,9805
Все регионы	0,9309	0,1063	1,0372	0,5373	0,5257	1,0630
2014						
Малые	0,5518	0,2795	0,8313	0,4926	0,3329	0,8255
Средние	0,5486	0,3817	0,9303	0,3030	0,4397	0,7427
Крупные	0,6672	0,2636	0,9308	0,2718	0,6238	0,8956
Все регионы	0,7143	0,3186	1,0329	0,3752	0,6563	1,0315

– в соответствии с уравнениями для зависимости Y от K , L эластичность труда по малым и средним регионам ниже, чем по крупным, и ниже, чем эластичность инвестиций; во-вторых, коэффициенты эластичности труда по малым и средним регионам в 2014 г. по сравнению с 2005 г. выросли, а по крупным – уменьшились;

– в целом по всем регионам России эластичность основных фондов и инвестиций в 2014 г. по сравнению с 2005 г. уменьшилась, а эластичность труда – увеличилась.

Анализ трех наиболее значимых статистических характеристик (коэффициента детерминации (R), F -критерия Фишера, средней ошибки аппроксимации (A)) для уравнений производственных функций степенного вида позволяет сформулировать ряд выводов. В частности, по величинам средней ошибки аппроксимации все рассматриваемые зависимости степенного вида можно считать «хорошими» (во всех случаях $A < 10\%$). Отметим также, что средняя ошибка аппроксимации по уравнениям производственных функций степенного вида значительно (в разы) меньше, чем по уравнениям линейного вида.

Несмотря на определенные преимущества уравнения степенного вида, считаем целесообразным и оправданным построение, оценку и применение обоих видов уравнений (линейного и степенного видов).

В заключение отметим, что в рамках проведенного исследования нами разрабо-

тана и реализована на ПЭВМ компьютерная модель, позволяющая автоматизировать все расчеты и процедуры обработки информации, а также формировать весь комплекс аналитических таблиц для любых групп регионов за любой временной период.

Список литературы

1. Адамадиев К.Р., Адамадиева А.К. Компьютерное моделирование в экономике: учебное пособие. – Махачкала: Издательско-полиграфический центр ДГУ, 2014. – 211 с.
2. Ковалев В.В. Финансовый анализ: методы и процедуры. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 560 с.
3. Мельник М.В., Поздеев В.Л. Теория экономического анализа: учебник для магистров. – М.: Изд-во Юрайт, 2014. – 261 с.
4. Розанов Г.В., Френкель Л.А. Корреляционный и регрессионный анализ в экономических исследованиях // Экономика и математические методы. – 1967. – т. III, Вып. 3.
5. Эконометрика: учебник / под ред. И.И. Елисевой. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 576 с.

References

1. Adamadziev K.R., Adamadzieva A.K. Kompjuterное modelirovanie v jekonomike: uchebnoe posobie. Mahachkala: Izdatelsko-poligraficheskij centr DGU, 2014. 211 p.
2. Kovalev V.V. Finansovij analiz: metody i procedury. M.: Finansy i statistika, 2005. 560 p.
3. Melnik M.V., Pozdeev V.L. Teorija jekonomicheskogo analiza: uchebnik dlja magistrrov. M.: Izd-vo Jurajt, 2014. 261 p.
4. Rozanov G.V., Frenkel L.A. Korreljacionnyj i regresionnyj analiz v jekonomicheskijh issledovanijah // Jekonomika i matematicheskie metody, 1967. t. III, vyp. 3.
5. Jekonometrika: Uchebnik / pod red. I.I. Eliseevoj 2-e izd., pererab. i dop. M.: Finansy i statistika, 2005. 576 p.