УДК 330.44

КЛАССИЧЕСКИЕ И СОВРЕМЕННЫЕ ПОДХОДЫ К ОЦЕНКЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЮ РИСКОВ АКТИВОВ

[1]Иванюк В.А., [3]Андропов К.Н., [2]Егорова Н.Е.

[1]Финансовый университет при Правительстве РФ, Москва, e-mail: ivaver6@gmail.com;

[2]Центральный экономико-математический институт РАН, Москва;

[3]ООО «Валком-ПМ», Волжский, e-mail: ivenera08@mail.ru

В статье рассматриваются классические подходы к оценке риска: аксиоматический подход, эмпирический подход, меры риска, основанные на моменте, подход на основе Value-at-Risk, подход на основе ожидаемых потерь. Введены ряд аксиом для определения мер риска: положительная однородность, трансляционная инвариантность, монотонность, субаддитивность, инвариантность закона, аддитивность. Описаны когерентные меры риска на основе квантилей дохода. Ожидаемые потери рассматриваются как естественное когерентное продолжение Value-at-Risk. Особое внимание уделяется методологии измерения рисков инвестиционного портфеля, построенной на гипотезе эффективного рынка (EMH). Рассматривается гипотеза неоднородного рынка (HMH), которая предполагает, что рынок состоит из агентов с различными инвестиционными стратегиями и временными горизонтами, зависящими от времени взаимоотношениями между различными участниками рынка на разном инвестиционном временном горизонте. Предлагается энтропическая оценка VaR многоуровневого портфеля (EMPVaR) для решения теоретических вопросов. Показано, что в современных условиях рассмотренных подходов недостаточно для оценки риска, потому что они не охватывают всех состояний рынка.

Ключевые слова: моделирование, оценка, прогнозирование риска

CLASSICAL AND MODERN APPROACHES TO THE ASSESSMENT AND PREDICTION ASSETS

[1]Ivanyuk V.A., [3]Andropov K.N., [2]Egorova N.E.

[1]Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, e-mail: ivaver6@gmail.com;

[2]Central Economics and Mathematics Institute, RAS, Moscow;

[3]OOO «Valcom-PM», Volzhsky, e-mail: ivenera08@mail.ru

The article is analyzed classical approaches to risk assessment: the axiomatic approach, empirical approach, risk measures, based on the moment, the approach based on Value-at-Risk, an approach based on expected losses. Introduced a series of axioms for the determination of risk measures: positive homogeneity, translational invariance, the monotony, subadditivity invariance law, additive. Described coherent risk measure based on income quintiles. Expected losses are treated as a natural continuation of the coherent Value-at-Risk. Particular attention is paid to the methodology of measuring the risk of the investment portfolio, built on the efficient market hypothesis (EMH). We consider the inhomogeneous market hypothesis (SUI), which suggests that the market is made up of agents with different investment strategies and time horizons, time-dependent relationship between market participants at the different investment time horizon. Entropic evaluation VAR of multilevel portfolio (EMPVaR) to address theoretical issues. It is shown that in modern conditions these approaches is insufficient to assess the risk, because they do not cover all market conditions.

Keywords: modeling, assessment, forecasting risk

На сегодняшний день существует ряд методов оценки рисков, ставших популярными и традиционными.

Аксиоматический подход к оценке рисков

Рассмотрим конечное вероятностное пространство (Ω, A, P). Обозначим F_x как соответствующую функцию распределения:

$$x \in \mathbb{R} \rightarrow Fx(x) = P(X \leq x).$$

Мера риска – это функционал набора случайных доходов от портфельных инвестиций $X \rightarrow p(X) \in \mathbb{R}$, она подразумевает возможное соответствие ряду аксиом:

1. *Положительная однородность:* для каждого случайного дохода от портфельных инвестиций X и реальной ценности $\lambda > 0$

$$\rho(\lambda X) = \lambda\rho(X);$$

2. Т*рансляционная инвариантность:* для каждого случайного дохода от портфельных инвестиций X и реальной ценности α,

$$\rho(X + \alpha) = \rho(X) - \alpha;$$

3. *Монотонность:* для каждого случайного доход от портфельных инвестиций X и Y, такие, что $X \geq Y$,

$$\rho(X) \leq \rho(Y);$$

4. *Субаддитивность:* для каждого случайного дохода от портфельных инвестиций X и Y,

$$\rho(X+Y) \le \rho(X) + \rho(Y);$$

5. *Инвариантность закона:* для каждого случайного дохода от портфельных инвестиций X и Y с функциями распределения F_x и F_y,

$$F_x = F_y \Rightarrow \rho(X) = \rho(Y);$$

6. *Аддитивность:* для каждых случайных переменных X и Y,

$$\rho(X+Y) = p(X) + p(Y).$$

Меры риска, обсуждаемые в работах Арцнера и соавт. [10], соответствуют аксиомам (1)–(4), меры риска искажений в работах Вонга и соавт. [13] соответствуют аксиомам (1, 2, 3, 5, 6), в то время как спектральные меры риска, рассмотренные Ачерби [8], соответствуют всем вышеперечисленным аксиомам.

Эмпирический подход

Рассмотрим множество исторической прибыли на капитал $\{r_l, ..., r_n\}$ как реализацию m-мерного строго стационарного процесса, где $R = (R_t)_{1\le t\le n}$ R_t^k. и обозначает прибыль на капитал k на дату t и каждый $R_t = \left(R_t^1, \ldots, R_t^m\right)$ показывает прибыль m на дату t. Рассмотрим портфели на основе этой суммы средств, определяемой вектором распределения

$$a = (a_1, ..., a_m) \in \mathbb{R}^m.$$

При эмпирическом подходе можно положиться лишь на исторические базы данных и не иметь прямого доступа к истинной вероятности P_R. Таким образом, вычисленная по историческим данным $\widehat{P_R}$ будет эмпирической мерой.

Пусть случайная переменная X относится к структуре портфеля α, а соответствующая историческая доходность обозначается как $\{x_1,...,x_n\}$. Тогда эмпирическая функция распределения будет выглядеть как

$$x \in \mathbb{R} \rightarrow \hat{F}_x(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} 1_{[x_i,\infty[}(x).$$

Меры риска, основанные на моменте

Стандартное отклонение Г. Марковица является самым известным, так как оно положило начало стратегиям управления активами в 50-е гг. и до сих пор остается ориентиром в данной области. Эту меру риска можно перенести на более прогрессивные модели. Однако, в дополнение к своему симметричному поведению в отношении доходов и издержек, стандартное отклонение неспособно быть инвариантным и монотонным. По этой причине имеет смысл рассматривать класс односторонних мер риска, основанных на моменте, согласно Фишеру [12]:

$$\rho_{q,a}(X) = -E^P[X] + a\left(E^P\left[\left(X - E^P[X]\right)_-^q\right]\right)^{1/q} = -\bar{x} + a\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})_-^q\right)^{1/q},$$

где $E^P[X] = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \bar{x}$; $Z_- = \max(-Z, 0)$; $0 \le a \le 1$; $1 \le q \le \infty$.

$q = 1$ соответствует одностороннему абсолютному отклонению от среднего значения; оно использовалось в работах Деннеберга [11], а $q = 2$ связано с нижней полудисперсией.

Деннеберг [11] также рассматривал меры риска на основе абсолютного отклонения от медианы $F_x^{-1}\left(1/2\right)$;

$$\rho_a(X) = -E^P[X] + aE^P\left[\left|X - F_X^{-1}(1/2)\right|\right] = -\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_{i:n} + a\left|\,x_{i:n} - x_{n/2:n}\right|\right),$$

где $0 \le a \le 1$.

Кроме того, Деннеберг показал, что мера риска может быть выведена из квантильной функции как

$$\rho_a(X) = -\int_0^1 \kappa(p) F_x^{-1}(p)\,dp,$$

где

$$\varphi(p) = (1+a)1_{[0,1/2)}(p) + (1-a)1_{[1/2,1)}(p).$$

Подход на основе Value-at-Risk

Типичным примером популярной меры риска является Value-at-Risk (или VaR). Value-at-Risk – это конкретный порог, как видно из

$$VaR_\alpha(X) = -F_x^{-1}(\alpha) =$$
$$= -inf\{x \mid F_X(x) \geq \alpha\} = -x_{n\alpha:n}.$$

Таким образом, Value at Risk связана с упорядоченной статистикой дохода от портфельных инвестиций. VaR соответствует аксиомам (1, 2, 3, 5 и 6).

Подход на основе ожидаемых потерь

Ожидаемые потери Ачерби и Таше [9] – распространенные примеры когерентной меры риска на основе квантилей дохода. Ожидаемые потери на уровне α можно выразить следующим образом:

$$ES_\alpha(X) = -\frac{1}{\alpha}\int_0^\alpha F_X^{-1}(p)\,dp.$$

Учитывая, как и ранее, эмпирическую функцию распределения X и поскольку $F_x^{-1}(p) = x_{np:n}$, имеем

$$ES_\alpha(X) = -\frac{1}{n\alpha}\left(\sum_{i=1}^{n\alpha-1} x_{i:n} + (n\alpha - n\alpha + 1)x_{n\alpha:n}\right).$$

Таким образом, ожидаемые потери – это средневзвешенное значение упорядоченной статистики, которое можно легко вычислить по исторической портфельной доходности. Исходя из предыдущего выражения, легко можно проверить, что $\alpha \in (0,\ 1] \to ES_\alpha(X)$ – непрерывная и невозрастающая величина. Предельные случаи соответствуют $ES_1(X) = -E^P[X]$, что является менее пессимистичной мерой риска, и α $\lim_{\alpha\to 0} ES_\alpha(X) = -x_{1:n}$ связана с худшим вариантом.

В отличие от Value-at-Risk, ожидаемые потери являются когерентной мерой риска. Фактически это наименьшая когерентная, аддитивная и инвариантная мера риска, которая доминирует над VaR. Таким образом, ожидаемые потери можно рассматривать как естественное когерентное продолжение Value-at-Risk.

Энтропическая оценка VaR многоуровневого портфеля (EMPVaR)

Традиционные методологии измерения рисков в основном построены на гипотезе эффективного рынка (EMH), которая предполагает структуру однородного рынка с рациональными агентами. Они игнорируют информацию тонкой структуры неоднородного рынка и предоставляют приемлемое приближенное выражение в среднем и долгосрочном временном горизонте. Однако на более коротком временном горизонте происходят некоторые аномалии в эмпирических данных. Потенциальная причина может заключаться в использовании разных временных горизонтов и инвестиционных стратегий инвесторов. К примеру, инвесторы могут решить проводить свои сделки по различным ценам, на бычьем или медвежьем рынке в зависимости от своих предпочтений на коротком, среднем или длинном временном горизонте. Чтобы измерить колебания риска на коротком временном горизонте, должна приниматься во внимание информация о микроструктуре рынка. Последние эмпирические и модельные исследования предлагают значимость структуры неоднородного рынка в пользу Гипотезы неоднородного рынка (HMH), которая предполагает, что рынок состоит из агентов с различными инвестиционными стратегиями и временными горизонтами, а также зависящими от времени взаимоотношениями между различными участниками рынка на разном инвестиционном временном горизонте.

При моделировании на валютном рынке в рамках HMH возникают два теоретических вопроса: во-первых, вопрос моделирования структуры данных, различающихся по характеристикам неоднородных данных, во-вторых, воспрос в отношении критериев определения характеристик средств данных. Таким образом, предлагается энтропическая оценка VaR многоуровневого портфеля (EMPVaR) для решения этих теоретических проблем.

В качестве теоретической базы гипотеза HMH предлагает разрешение эмпирических аномалий, показывая, что в поведении инвесторов можно провести различительную линию при различных инвестиционных временных горизонтах. Таким образом, предположения строятся при формулировании теоретических основ:

1. Инвестиционная деятельность независима в разных временных горизонтах.
2. Инвестиционная деятельность однородна в рамках временных горизонтов.

Поскольку предполагается, что волатильность различна и независима в разных масштабах и однородна в пределах одного масштаба, базисные функции будут проектировать начальный сигнал в более многомерное пространство $L^2(R^d)$, определенное как вложенная последовательность $L^2(R^d)$ подпространств V_j бесконечная в обе стороны,

$$V_{-2} \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset V_2 \subset \mathbb{L}^2\left(\mathbb{R}^d\right) \bigcap_{j \in Z} V_j = \{0\} \quad \text{и} \quad \overline{U_{j \in Z} V_j} = \mathbb{L}^2\left(\mathbb{R}^2\right)$$

при

$$V_j = \otimes_{i=1}^d V_{j,(i)} \subset \mathbb{L}^2\left(\mathbb{R}^d\right); \qquad V_{j-1} = V_{j-1} \otimes W_j,$$

где $\otimes$ – оператор тензорного произведения.

При случайной переменной $\hat{r}_t \in R^n$, полученной с помощью неизвестного процесса получения данных (DGP) с неизвестными параметрами, и наблюдении $r_t \in R^n$ шенноновская энтропия ошибок определяется как

$$H(E) = E\left[-\log p\left(r_t - \hat{r}_t\right)\right] = -\int_{\mathbb{R}^n} p(x) \log p(x) dx,$$

где $H(E)$ относится к шенноновской энтропии ошибок E; $p(x)$ относится к функция плотности вероятности.

Задача состоит в том, чтобы минимизировать $H(E)$ путем настраивания различных параметров алгоритма прогнозирования, который производит $\hat{r}_t$.

Матрица дисперсий и ковариаций может быть вычислена из отдельного прогноза матрицы дисперсий и ковариаций $\sum_i$, ($i = A$, 1, 2, ..., J) в разных масштабах, как в уравнении

$$\sum_t = \sum_{A,t} + \sum_{j=1}^{J} \sum_{j,t}.$$

Допустим, что X – это единичные портфельные инвестиции с весом ω и h – дневным сроком владения с прогнозируемым условным средним и матрицами ковариации. Далее следуем традиционному методу дисперсии-ковариации для оценки портфеля VaR,

$$VaR_{(a,h,t)} = \left[-h\omega R_t + \sqrt{h}\sqrt{\omega_t \sum_t \omega_t^T z_\alpha}\right] X.$$

Тем не менее в современных условиях данных подходов недостаточно для оценки риска, потому что они имеют ограниченную природу, то есть не охватывают всех состояний рынка.

Список литературы

1. Андропов К.Н. Модель «Кризисного процесса» / К.Н. Андропов, Д.Л. Качалов, В.А. Иванюк, Н.В. Соболев // Управление развитием крупномасштабных систем MLSD’2015: материалы Восьмой международной конференции: В 2 томах. Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук; под общ. ред. С.Н. Васильева, А.Д. Цвиркуна. – М.: ИПУ РАН, 2015. – С. 229–231.

2. Егорова Н.Е. Основные направления и концепции анализа фондовых рынков / Н.Е. Егорова, К. А. Торжевский // Аудит и финансовый анализ. – 2008. – № 6. – С. 1–6.

3. Иванюк В.А. Основные этапы формирования инвестиционного портфеля / В.А. Иванюк, А.С. Демидова, Т.С. Кузнецова // Управление развитием крупномасштабных систем MLSD’2015: материалы Восьмой международной конференции: В 2 томах. Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук; под общ. ред. С.Н. Васильева, А.Д. Цвиркуна. – М.: ИПУ РАН, 2015. – С. 256–258.

4. Иванюк В.А. Расчет ожидаемой доходности финансовых активов / Иванюк В.А., Веденеев Д.А., Шувалов К.И. // Управление развитием крупномасштабных систем MLSD’2015: материалы Восьмой международной конференции: В 2 томах. Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук; под общ. ред. С.Н. Васильева, А.Д. Цвиркуна. – М.: ИПУ РАН, 2015. – С. 311–313.

5. Иванюк В.А. Разработка методологии долгосрочного прогнозирования на основе мультитрендового прогноза / В.А. Иванюк, К.Н. Андропов, А.Д. Цвиркун // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 12 (часть 5). – С. 1032–1036

6. Иванюк В.А. Анализ состояния рынка и построение модели кризиса / В.А. Иванюк, К.Н. Андропов, А.Д. Цвиркун // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 6.

7. Иванюк В.А. Методология совокупного прогнозирования доходов активов и их рисков / В.А. Иванюк, К.Н. Андропов, А.Д. Цвиркун // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 12 (часть 5). – С. 1028–10322.

8. Acerbi, C. Portfolio optimization with spectral measures of risk / C. Acerbi, P. Simonetti // Abaxbank. – 2002.

9. Acerbi, C. On the coherence of expected shortfall / C. Acerbi, D. Tasche // Journal of Banking and Finance. – 2002. – № 26 (7). – P. 1487–1503.

10. Artzner P. Coherent risk measures / P. Artzner, F. Delbaen, J.M. Eber, D. Heath // Mathematical Finance. – 1999. – № 9 (3). – P. 203–228.

11. Denneberg D. Premium calculation: Why standard deviation should be replaced by absolute deviation // ASTIN Bulletin. – 1990. – № 20 (2). – P. 181–190.

12. Fischer T. Risk capital allocation by coherent risk measures based on one sided-moments / T. Fischer // Insurance: Mathematics and Economics. – 2003. – № 32. – P. 135–146.

13. Wang S.S. Axiomatic characterization of insurance prices / S.S. Wang, V.R. Young, H.H. Panjer // Insurance: Mathematics and Economics. – 1997. – № 21 (2). – P. 173–183.

References

1. Andropov K.N. Model «Krizisnogo processa» / K.N. Andropov, D.L. Kachalov, V.A. Ivanjuk, N.V. Sobolev / v knige: Upravlenie razvitiem krupnomasshtabnyh sistem MLSD2015 Materialy Vosmoj mezhdunarodnoj konferencii: V 2 tomah. Institut problem upravlenija im. V.A. Trapeznikova Rossijskoj akademii nauk; Pod obshhej redakciej S.N. Vasileva, A.D. Cvirkuna. Moskva IPU RAN, 2015. pp. 229–231.

2. Egorova N.E. Osnovnye napravlenija i koncepcii analiza fondovyh rynkov / N.E. Egorova, K.A. Torzhevskij // Audit i finansovyj analiz. 2008. no. 6. pp. 1–6.

3. Ivanjuk V.A. Osnovnye jetapy formirovanija investicionnogo portfelja/ V.A. Ivanjuk, A.S. Demidova, T.S. Kuznecova / v knige: Upravlenie razvitiem krupnomasshtabnyh sistem MLSD2015 Materialy Vosmoj mezhdunarodnoj konferencii: V 2 tomah. Institut problem upravlenija im. V. A. Trapeznikova Rossijskoj akademii nauk; Pod obshhej redakciej S.N. Vasileva, A.D. Cvirkuna. Moskva IPU RAN, 2015. pp. 256–258.

4. Ivanjuk V.A. Raschet ozhidaemoj dohodnosti finansovyh aktivov / Ivanjuk V.A., Vedeneev D.A., Shuvalov K.I./ V knige: Upravlenie razvitiem krupnomasshtabnyh sistem MLSD2015 Materialy Vosmoj mezhdunarodnoj konferencii: V 2 tomah. Institut problem upravlenija im. V. A. Trapeznikova Rossijskoj akademii nauk; Pod obshhej redakciej S.N. Vasileva, A.D. Cvirkuna. Moskva IPU RAN, 2015. pp. 311–313.

5. Ivanjuk V.A. Razrabotka metodologii dolgosrochnogo prognozirovanija na osnove multitrendovogo prognoza / V.A. Ivanjuk, K.N. Andropov, A.D. Cvirkun // Fundamentalnye issledovanija. 2014. no. 12 (chast 5). pp. 1032–1036.

6. Ivanjuk V.A. Analiz sostojanija rynka i postroenie modeli krizisa / V.A. Ivanjuk, K.N. Andropov, A.D. Cvirkun // Sovremennye problemy nauki i obrazovanija. 2014. no. 6.

7. Ivanjuk V.A. Metodologija sovokupnogo prognozirovanija dohodov aktivov i ih riskov / V.A. Ivanjuk, K.N. Andropov, A.D. Cvirkun //Fundamentalnye issledovanija. 2014. no. 12 (chast 5). pp. 1028–1032.

8. Acerbi C. Portfolio optimization with spectral measures of risk / C. Acerbi, P. Simonetti // Abaxbank. 2002.

9. Acerbi C. On the coherence of expected shortfall / C. Acerbi, D. Tasche // Journal of Banking and Finance, no. 26 (7). 2002. pp. 1487–1503.

10. Artzner P. Coherent risk measures / P. Artzner, F. Delbaen, J.M. Eber, D. Heath // Mathematical Finance, no. 9 (3). 1999. pp. 203–228.

11. Denneberg D. Premium calculation: Why standard deviation should be replaced by absolute deviation / D. Denneberg // ASTIN Bulletin, no. 20 (2). 1990. pp. 181–190.

12. Fischer T. Risk capital allocation by coherent risk measures based on one sided-moments / T. Fischer // Insurance: Mathematics and Economics, no. 32. 2003. pp. 135–146.

13. Wang S.S. Axiomatic characterization of insurance prices / S.S. Wang, V.R. Young, H.H. Panjer // Insurance: Mathematics and Economics, no. 21 (2). 1997 pp. 173–183.