

УДК 531.57

ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ИМПУЛЬСНОГО ВДАВЛИВАНИЯ СТРОИТЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ГРУНТ ИЗ МНОГОСТВОЛЬНЫХ ОТКАТНЫХ АРТИЛЛЕРИЙСКИХ ОРУДИЙ

Остапенко Е.Н.

ФГБОУ ВПО «Пермский государственный национальный исследовательский университет»,
Пермь, e-mail: ostapenko@psu.ru

Настоящая статья посвящена изучению возможности применения математической модели динамики строительных артиллерийских орудий для решения задач проектирования специализированных откатных пушек, предназначенных для застреливания свай и анкеров в грунт. В статье предложена модификация общей математической модели многоствольных откатных орудий, особенностью которой является допущение о свободном откате строительной пушки во время выстрела. Приведены результаты верификации математической модели натурными экспериментами. На основе численных экспериментов, выполненных с помощью специально разработанной программы, показана устойчивость модели относительно ее входных параметров. Описаны результаты численного однопараметрического анализа, позволившего изучить основные зависимости внутрибаллистических характеристик орудий от входных параметров модели и оптимальным образом выбирать технические характеристики артсистемы и условия ее заряжания. На основе приведенных в статье результатов исследований делаются выводы об адекватности математической модели динамики многоствольных импульсно-тепловых машин реальным техническим процессам и возможности применения модели для решения задач проектирования строительных артиллерийских орудий.

Ключевые слова: откатные артиллерийские орудия, динамика, однопараметрический анализ, устойчивость модели, верификация натурными экспериментами, строительство

STUDY OF MATHEMATICAL MODEL FOR PULSED STAMPING OF PILE INTO THE GROUND BY MULTIBARREL RECOILING GUNS

Ostapenko E.N.

Perm State University, Perm, e-mail: ostapenko@psu.ru

This paper is devoted to a possibility of using of construction guns' dynamic mathematical models for solution of problems of specialized recoiling guns' designing. These guns are destined for driving of piles and anchors into the ground. A modification of a common mathematical model of multibarrel recoiling guns is proposed. The characteristic property of the model is a usage of an assumption about free recoils of the gun after shots. Some results of a verification of the mathematical model by natural experiments are outlined. A special computer program was developed to study this model. A stability of the model was shown on the basis of numerical calculations with respect to input parameters of the model. Results of a numerical one-parameter analysis are described. These results allowed to study the main dependences of the gun internal ballistics on the input parameters of the model and to select optimal technical characteristics of the system and conditions of its loading. Conclusions about the adequacy of the mathematical model of the dynamics of multibarrel recoiling guns to real technical processes and the possibility of usage of the model for solution of problems of construction guns' designing are made on the base of the results of researches.

Keywords: multibarrel recoiling gun, explosive pile drivers, dynamics, single-parameter analysis, stability of mathematical model, verification by natural experiments, construction

В работах [2, 4, 8] предложена математическая модель застреливания строительных элементов в грунт из многоствольных откатных артиллерийских орудий [5]. Разработка математических моделей для решения основной задачи внутренней баллистики [6] таких орудий является актуальной в связи с необходимостью проектирования строительных пушек и оценки эффективности их применения для решения задач гражданской практики [1, 8]. При принятии решения о возможности использования математической модели для решения основной задачи внутренней баллистики, прежде всего, важно изучить вопросы об устойчивости модели относительно входных параметров и верифициро-

вать модель на основе натурных экспериментов, так как только адекватная модель может быть применена на практике. Такую математическую модель можно, прежде всего, использовать для проведения однопараметрического численного анализа, используемого при изучении свойств многоствольного артиллерийского орудия.

Математическая модель импульсного вдавливания строительных элементов в грунт

Введем следующие обозначения: n – количество стволов в многоствольном орудии, каждый ствол имеет свой порядковый номер i , где $i = \overline{1, n}$; v_a и L_a – абсолютные скорость и путь свай (строительного элемента)

в грунте; m – масса строительного элемента; Q_i – вес откатных частей пушки с номером i ; $L_{p,i}$ – путь отката откатных частей пушки с номером i ; M_i – масса откатных частей пушки с порядковым номером i в многоствольной системе; q – вес строительного элемента; t – время; V_i – скорость откатных частей пушки с номером i ; p_i – давление пороховых газов в канале i -го ствола; S_i – площадь поперечного сечения i -го ствола; θ_i – показатель адиабаты пороховых газов без единицы; Ψ_i – относительная часть сгоревшего заряда в стволе i ; W_{Ψ_i} – свободный объем каморы к моменту сгорания в ней части заряда Ψ_i ; $F(v_a, L_a)$ – сила сопротивления грунта движению в нем строительного элемента; $G_i(V_i, L_{p,i})$ – сила сопротивления откату для пушки с номером i .

Рассмотрим математическую модель многоствольного откатного артиллерийского орудия, приведенную в работах [2, 4, 8], при следующих условиях: сила сопротивления грунта движению застреливаемого строительного элемента $F(v_a, L_a)$ удовлетворяет соотношению

$$F(v_a, L_a) = (3422 v_a^2 + 2000000) S_a + 35000 \pi d L_a,$$

где S_a – площадь миделевого сечения строительного элемента [1], а силы сопротивления откату при выстреле $G_i(V_i, L_{p,i})$ равны нулю.

Для этих условий решение основной задачи внутренней баллистики многоствольного орудия описывается следующими уравнениями.

Предварительный период выстрела для каждого из стволов описывается известной формулой внутренней баллистики:

$$\Psi_{0,i} = \frac{\frac{1}{\Delta_i} - \frac{1}{\delta_i}}{\frac{f_i}{p_{0,i}} + \alpha_i - \frac{1}{\delta_i}},$$

где $\Delta_i = \frac{\omega_i}{W_{0,i}}$ – плотность заряжания; $\omega_i, W_{0,i}$

$\delta_i, f_i, p_{0,i}, \alpha_i$ – масса заряда, объем каморы, плотность пороха, сила пороха, давление форсирования, коэффциент пороховых газов в стволе i .

На основе уравнения Резаля, геометрического закона горения пороха и законов классической механики получены уравнения, описывающие первый период выстрела в каждом стволе:

$$\frac{dp_i}{dt} = \frac{p_i \cdot \left[\left(\frac{f_i \omega_i}{S_i} + p_i \cdot a_{1,i} \right) \cdot \Gamma_i - (v_a + V_i) \cdot (1 + \theta_i) \right]}{L_{\Psi_i} + L_a + L_{p,i}}, \quad (1)$$

где $L_{\Psi_i} = \frac{W_{\Psi_i}}{S_i} = \frac{1}{S_i} \left[W_{0,i} - \frac{\omega_i}{\delta_i} (1 - \Psi_i) - \alpha_i \omega_i \Psi_i \right]$ – приведенная длина каморы в i -м стволе,

$a_{1,i} = \frac{\omega_i}{S_i} \left(\alpha_i - \frac{1}{\delta_i} \right) = \text{const}$; $\Gamma_i = \frac{1}{I_{p,i}}$ – удельная интенсивность газообразования; $I_{p,i}$ – импульс пороха в i -м стволе.

$$m \frac{dv_a}{dt} = mg - F(v_a, L_a) + \sum_{i=1}^n p_i S_i; \quad (2)$$

$$M_i \frac{dV_i}{dt} = -M_i g + p_i S_i; \quad (3)$$

$$\frac{dL_a}{dt} = v_a; \quad (4)$$

$$\frac{dL_{p,i}}{dt} = V_i; \quad (5)$$

$$\frac{d\Psi_i}{dt} = \frac{1}{I_{p,i}} p_i = \Gamma_i p_i \quad (6)$$

Начальные условия для решения системы уравнений (1)–(6) имеют вид

$$\begin{cases} p_i(0) = p_{0,i}, & v_a(0) = 0, & V_i(0) = 0, \\ L_a(0) = 0, & L_{p,i}(0) = 0, & \Psi_i(0) = \Psi_{0,i}. \end{cases} \quad (7)$$

Второй период выстрела каждого ствола предлагается описывать следующими уравнениями:

$$p_i = p_{i,k} \left(\frac{L_{\Psi_{i=1}} + L_{p,i,k} + L_{a,i,k}}{L_{\Psi_{i=1}} + L_{p,i} + L_a} \right)^{1+\theta_i}, \quad (8)$$

где $L_{\Psi_{i=1}} = \frac{W_{0,i}}{S_i} (1 - \Delta_i \alpha_i)$, $p_{i,k}$ – давление в стволе i в конце первого периода выстрела; $L_{p,i,k}$ – величина отката ствола i в конце первого периода выстрела; $L_{a,i,k}$ – абсолютный путь поршня в конце первого периода выстрела для ствола i .

Очевидно, что второй период выстрела для ствола i описывается системой уравнений (2)–(5), (8).

Начальные условия для этой системы уравнений имеют вид

$$\begin{cases} v_a(0) = v_{a,i,k}, & V_i(0) = V_{i,k}, \\ L_a(0) = L_{a,i,k}, & L_{p,i}(0) = L_{p,i,k}, \end{cases} \quad (9)$$

где $v_{a,i,k}$ – абсолютная скорость строительного элемента в конце первого периода

в стволе i ; $V_{i,k}$ – скорость отката ствола i в конце первого периода выстрела, $L_{a,i,k}$, $L_{p,i,k}$ – абсолютный путь строительного элемента и откаты стволов в конце первого периода выстрела.

Во время выстрела многоствольной строительной артиллерийской системы первый и второй периоды выстрела могут заканчиваться и начинаться в разные моменты времени соответственно. Поэтому расчеты с помощью приведенных уравнений внутренней баллистики нужно выполнять согласно правилу: если для орудия i выполняется условие $\Psi_i(t) < 1$, то для описания внутрибаллистических процессов решается задача Коши (1)–(7). Если $\Psi_i(t) = 1$ и $L_{p,i} + L_a \leq L_{d,i}$, то решается задача Коши (2)–(5), (8)–(9), где $L_{d,i}$ – длина канала ствола i . Если $L_{p,i} + L_a > L_{d,i}$, то давление $p_i(t) \equiv 0$.

Очевидно, что после выхода поршня из всех каналов стволов движение сваи в грунте описывается задачей Коши:

$$\begin{cases} m \frac{dv_a}{dt} = -F(v_a, L_a) + mg, \\ \frac{dL_a}{dt} = v_a, \\ v_a(0) = v_{a,N,d}, \\ L_a(0) = L_{a,N,d}, \end{cases} \quad (10)$$

где N – номер ствола, из которого поршень вышел последним; $v_{a,N,d}$ – абсолютная скорость поршня в момент его выхода из канала ствола N ; $L_{a,N,d}$ – абсолютный путь поршня по каналу ствола в суммарное время первого и второго периодов выстрела.

Очевидно, что величина проникания строительного элемента в грунт соответствует значению L_a , при котором выполняется равенство $v_a = 0$.

Легко видеть, что при выполнении условия $n = 1$ приведенные выше системы уравнений описывают динамику выстрела из одноствольного орудия [3, 9].

Исследование математической модели и результаты однопараметрического анализа

Согласно работам И.Г. Русяка и В.М. Ушакова для решения задач Коши, описанных выше, можно использовать метод Рунге – Кутты 2-го порядка с шагом интегрирования 10^{-6} с [6]. Для численного решения основной задачи внутренней баллистики многоствольных откатных орудий и расчета проникания строительного элемента в грунт были использованы специально разработанные на языке Delphi 7 программы для персональных компьютеров, совместимых с IBM PC и функционирующих в операционных системах версий не ниже Windows XP [7].

Численные эксперименты показали устойчивость математической модели относительно технических характеристик стволов, входящих в многоствольную систему, и условий их заряжания. Так отклонение исходных параметров модели на 1% повлекло отклонение результатов решения основной задачи внутренней баллистики многоствольных орудий на величину не более 3%.

Проведенный однопараметрический анализ для трехствольной системы позволил сделать выводы, приведенные в табл. 1.

Таблица 1

Результаты однопараметрического анализа для трехствольной системы (изменение величины проникания строительного элемента в грунт, максимальных давлений в стволах, дульных скоростей откатов стволов при увеличении параметра)

Параметр	L	Номера стволов					
		1		2		3	
		$p_{1,max}$	V_1	$p_{2,max}$	V_2	$p_{3,max}$	V_3
Масса заряда в стволе 2	–	↓	↓	↑	↑	↓	↓
Импульс пороха в стволе 2	↓	↑	↑	↓	↓	↑	↑
Объем камеры в стволе 2	↓	↑	↑	↓	↓	↑	↑
Калибр ствола 2	↓	↓	–	↓	–	↓	–
Масса ствола 2	–	–	↓	–	↓	–	↓
Масса строительного элемента	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Диаметр строительного элемента	↓	–	↑	–	↑	–	↑

Примечание. Обозначения: L – проникание строительного элемента в грунт; ↑ – величина увеличивается; ↓ – уменьшается; «–» – исследование не проводилось либо однозначной зависимости нет.

Полученные выводы основаны на анализе графических зависимостей, отображающих результаты выполненных численных экспериментов.

экспериментальными и расчетными максимальными давлениями в канале ствола во время выстрела составила 2,6% при дисперсии 5,4%.

Таблица 2

Показатели преимущества импульсного вдавливания по сравнению со свободным застреливанием для многоствольных откатных орудий

Параметр	Количество стволов в системе					
	3		4		5	
	ИВ	СЗ	ИВ	СЗ	ИВ	СЗ
Величина проникания, м	1,70	1,17	1,88	1,26	2,30	1,35
Относительное увеличение проникания при ИВ по сравнению со СЗ, %	34,5	–	39,1	–	70,4	–

Примечание. Способы застреливания: ИВ – импульсное вдавливание, СЗ – свободное застреливание.

Численное исследование изменения основных внутрибаллистических зависимостей от количества стволов многоствольной артсистемы позволяют сформулировать следующие выводы, что при увеличении количества стволов, входящих в артиллерийскую систему:

- уменьшаются максимальные давления в каждом из стволов и дульные скорости свободного отката;

- увеличивается проникание застреливаемого строительного элемента в грунт.

Численные эксперименты показали, что с увеличением количества стволов в системе увеличивается эффективность импульсного вдавливания строительных элементов в грунт, при котором строительный элемент перед выстрелом упирается в грунт, по сравнению со свободным застреливанием, при котором строительный элемент входит в грунт после полного выхода всех частей поршня из каналов стволов. Этот вывод основан на результатах расчетов проникания строительных элементов диаметром 0,4 м в глину с консистенцией 0,3, приведенных в табл. 2.

Верификация математической модели для одноствольных орудий [6, 9] показала, что средняя относительная погрешность между экспериментальными и расчетными заглублениями строительных элементов в глинистый грунт с консистенцией 0,3 составила 3,1% при дисперсии 8,0%, а средняя относительная погрешность между

Заключение

Таким образом, можно сделать вывод о том, что согласно проведенным натурным экспериментам для одноствольных откатных орудий, давшим хороший результат верификации соответствующей модели, являющейся частным случаем общей математической модели многоствольных откатных орудий, адекватность общей математической модели многоствольных орудий подтверждается для случая одноствольных откатных пушек.

Исследование математической модели многоствольной артиллерийской системы относительно входных параметров на основе численных экспериментов показало ее устойчивость. Таким образом, предложенную математическую модель можно использовать для описания динамики импульсного вдавливания строительных элементов в грунт из многоствольных откатных артиллерийских орудий.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (научно-исследовательская работа № 2096 в рамках базовой части государственного задания № 2014/153 в сфере научной деятельности).

Список литературы

1. Бартоломей А.А., Григорьев В.Н., Пенский О.Г. и др. Основы импульсной технологии устройства фундаментов: монография. – Пермь: Изд-во ПГТУ, 2002. – 175 с.

2. Маланин В.В., Остапенко Е.Н., Пенский О.Г. Научные разработки в области строительных откатных артиллерийских орудий и их математические модели // Вестник машиностроения. – 2015. – № 6. – С. 81–85.

3. Маланин В.В., Пенский О.Г. Сопряженные модели динамики импульсно-тепловых машин и проникания недеформируемых тел в сплошную среду: монография / Перм. гос. ун-т. – Пермь, 2007. – 199 с.

4. Остапенко Е.Н. Математическая модель многоствольной строительной артиллерийской системы // Проблемы механики и управления: Нелинейные динамические системы. – 2014. – Вып. 46. – С. 107–115.

5. Патент РФ № 2348757, опубл. 10.03.2009. – Бюл. № 7.

6. Русяк И.Г., Ушаков В.М. Внутрикамерные гетерогенные процессы в ствольных системах. – Екатеринбург: УроРАН, 2001. – 259 с.

7. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2014615753, 22.04.2014.

8. Malanin V.V., Ostapenko E.N., Penski O.G. Explosive Pile Drivers // Russian Engineering Research. – 2015. – Vol. 3, № 5. – P. 682–685.

9. Pensky O.G. Engineering Construction Cannons: Theory and Practice // KSCE Journal of Civil Engineering. – 2013. – Vol. 17, № 7. – P. 1562–1567.

References

1. Bartolomej A.A., Grigorev V.N., Penski O.G. i dr. Osnovy impulsnoj tehnologii ustrojstva fundamentov: monografija. Perm: Izd-vo PG TU, 2002. 175 p.

2. Malanin V.V., Ostapenko E.N., Penski O.G. Nauchnye razrabotki v oblasti stroitelnyh otkatnyh artillerijskih orudij i ih matematicheskie modeli // Vestnik mashinostroeniya. 2015. no. 6. pp. 81–85.

3. Malanin V.V., Penski O.G. Sopryazhennye modeli dinamiki impulsno-teplovyh mashin i pronikanija nedeformiruemyh tel v sploshnuju sredu: monografija / Perm. gos. un-t. Perm, 2007. 199 p.

4. Ostapenko E.N. Matematicheskaja model mnogostvolnoj stroitelnoj artillerijskoj sistemy // Problemy mehaniki i upravlenija: Nelinejnye dinamicheskie sistemy. 2014. Vyp. 46. pp. 107–115.

5. Patent RF no. 2348757, opubl. 10.03.2009. Bjul. no. 7.

6. Rusjak I.G., Ushakov V.M. Vnutrikamernye geterogennye processy v stvolnyh sistemah. Ekaterinburg: UroRAN, 2001. 259 p.

7. Svidetelstvo o gosudarstvennoj registracii programmy dlja JeVM no. 2014615753, 22.04.2014.

8. Malanin V.V., Ostapenko E.N., Penski O.G. Explosive Pile Drivers // Russian Engineering Research. 2015. Vol. 3, no. 5. pp. 682–685.

9. Pensky O.G. Engineering Construction Cannons: Theory and Practice // KSCE Journal of Civil Engineering. 2013. Vol. 17, no. 7. pp. 1562–1567.