

УДК 681.5.011, 681.511.26

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЛИНЕЙНЫМИ ДВУХКАСКАДНЫМИ ОБЪЕКТАМИ (ЗАДАЧА СЛЕЖЕНИЯ)

Мышляев Ю.И., Тар Яр Мьо, Пью Чжо Кхаунг

*Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана,
Калужский филиал, Калуга, e-mail: uimysh@mail.ru*

В работе рассматривается задача обеспечения желаемой динамики конечного каскада и ограниченности траекторий замкнутой системы. Желаемая динамика конечного каскада задается явной ВИВО устойчивой эталонной моделью с ограниченной производной задающего воздействия. Для синтеза алгоритмов адаптивного управления используется трехэтапная методика скоростного биградиента. На первом этапе в условиях полной априорной информации об объекте синтезируется «идеальное» виртуальное управление конечным каскадом, обеспечивающее достижение цели управления. На втором этапе неизвестные параметры «идеального» виртуального управления заменяются настраиваемыми и синтезируется алгоритм адаптации. Особенность синтеза – в использовании алгоритмов адаптации в конечной (недифференциальной) форме, что позволяет обеспечить более быстрое парирование координатных возмущений. На третьем этапе формируется отклонение от пересечения гиперповерхностей в форме невязки между выходным сигналом входного каскада и виртуальным управлением. Синтезируется управление, обеспечивающее достижение настраиваемого многообразия гиперповерхностей. Синтезированы гладкий, релейный и комбинированный алгоритмы управления с настраиваемым многообразием. Приводятся условия достижимости цели управления для синтезированного класса алгоритмов адаптивного управления. Рассмотрен пример синтеза и результаты математического моделирования.

Ключевые слова: адаптивное управление, метод скоростного биградиента, настраиваемый скользящий режим, устойчивость, функция Ляпунова

ADAPTIVE CONTROL OF LINEAR TWO CASCADE PLANTS (TRACKING PROBLEM)

Myshlyayev Y.I., Tar Yar Myo, Pyi Kyaw Khaung

Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch, Kaluga, e-mail: uimysh@mail.ru

The problem of ensuring a desired dynamics of the output subsystem and the boundedness of trajectories of the closed system is considered. The desired dynamics of the finite cascade is specified by FIFO stable reference model with bounded derivative of reference model input. A three-stage method of speed bigradient is used for the synthesis of adaptive control algorithms. At the first stage, an «ideal» virtual control for output subsystem is designed. The «ideal» virtual control ensures achievement of the control goal for the output subsystem, assuming the object parameters are known. At the second stage, unknown parameters are replaced with tunable ones and adaptation algorithm is designed. The feature of the design procedure is to use adaption algorithms in the finite (not differential) form, which allows for faster parry coordinate disturbances. At the third stage, deviation of the manifold that is difference between input subsystem output and virtual control is selected. Control law ensuring the achievement of the tunable manifolds hypersurfaces is designed. Smooth, relay and combined control algorithms with tunable manifold are designed. Accessibility conditions of control objective for the synthesized class of adaptive control algorithms, an example of synthesis and simulation results are presented.

Keywords: adaptive control, speed bigradient method, tunable sliding mode, stability, Lyapunov function

В работе [1] предложена методика синтеза адаптивных систем управления на основе метода скоростного биградиента с алгоритмами адаптации параметров многообразия скольжения в дифференциальной форме. При реализации этих алгоритмов требуется блок интеграторов размерности вектора настраиваемых параметров. В данной работе предлагается использовать алгоритмы адаптации в конечной (недифференциальной) форме. Для линейных объектов управления представлена постановка задачи слежения с явной эталонной моделью конечного каскада. Рассмотрена методика синтеза класса алгоритмов адаптивного управления, сформулированы условия работоспособности алгоритмов. Приведены результаты анализа качества замкнутой системы с глад-

кими и релейными алгоритмами скоростного биградиента с подсистемой адаптации математического моделирования.

Постановка задачи

Рассматривается каскадная модель объекта управления (ОУ), состоит из подсистемы вывода S_1 и подсистемы ввода S_2 в регулярной форме

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{A}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_{12}\mathbf{x}_2, \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{A}_{21}\mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_{22}\mathbf{x}_2 + \mathbf{B}\mathbf{u}; \end{cases}$$

$$\mathbf{x}_1(0) = \mathbf{x}_{10}; \mathbf{x}_2(0) = \mathbf{x}_{20}, \quad (1)$$

где $\mathbf{x}_1 \in R^{n-m}$; $\mathbf{x}_2 \in R^m$; $\mathbf{u} \in R^m$ – векторы состояния подсистем и управления соответственно; $\mathbf{A}_{ij}(\xi)$ ($i, j = 1, 2$), $\mathbf{B}_2(\xi)$ – постоянные

матрицы, причем $\det \mathbf{B}_2 \neq 0$; $\xi \in \Xi$ – множество вариантов неизвестных параметров объекта управления (ОУ).

Целью управления является ограниченность всех траекторий системы и достижения целевого неравенства

$$Q(\mathbf{e}) \leq \Delta_e \text{ при } t \geq t_*, \quad (2)$$

где $\Delta_e \geq 0$; $t_* \geq 0$; $Q(\mathbf{e})$ – локальный (неинтегральный) целевой функционал вида

$$Q(\mathbf{e}) = 0,5\mathbf{e}^T \mathbf{H} \mathbf{e}, \quad (3)$$

где $\mathbf{e} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_1^*$ – ошибка слежения; $\mathbf{x}_{\mathcal{E}1}$ – желаемое состояние подсистемы S_1 , $\mathbf{H} = \mathbf{H}^T > 0$.

Зададим желаемую динамику для конечного каскада с помощью явной эталонной модели вида

$$\dot{\mathbf{x}}_{\mathcal{E}1} = \mathbf{A}_* \mathbf{x}_{\mathcal{E}1} + \mathbf{B}_* \mathbf{r}; \quad \mathbf{x}_{\mathcal{E}1}(0) = \mathbf{x}_{\mathcal{E}1}^0, \quad (4)$$

$$w(\mathbf{e}, \boldsymbol{\theta}_*, \mathbf{D}_*) \equiv Q(\mathbf{e}) = \mathbf{e}^T \mathbf{H} \left[(\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12} \boldsymbol{\theta}_*) \mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_{12} \mathbf{D}_* \mathbf{r} - \mathbf{A}_* \mathbf{x}_{\mathcal{E}1} - \mathbf{B}_* \mathbf{r} \right] = \\ = \mathbf{e}^T \mathbf{H} \mathbf{A}_* \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \mathbf{H} \left[(\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12} \boldsymbol{\theta}_* - \mathbf{A}_*) \mathbf{x}_1 + (\mathbf{A}_{12} \mathbf{D}_* - \mathbf{B}_*) \mathbf{r} \right]. \quad (6)$$

Идеальные параметры $\boldsymbol{\theta}_*$, \mathbf{D}_* выберем из условий

$$\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12} \boldsymbol{\theta}_* = \mathbf{A}_*; \quad \mathbf{A}_{12} \mathbf{D}_* = \mathbf{B}_*, \quad (7)$$

так что $\boldsymbol{\theta}_* = \mathbf{A}_{12}^+ (\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_*)$; $\mathbf{D}_* = \mathbf{A}_{12}^+ \mathbf{B}_*$; \mathbf{A}_{12}^+ – псевдообратная матрица.

Получаем

$$w(\mathbf{e}, \boldsymbol{\theta}_*, \mathbf{D}_*) = \mathbf{e}^T \mathbf{H} \mathbf{A}_* \mathbf{e} \leq -\rho \mathbf{e}^T \mathbf{H} \mathbf{e},$$

где $\rho = \frac{\lambda_{\min}(\overline{\mathbf{G}})}{\lambda_{\min}(\overline{\mathbf{H}})} > 0$ – матрица $\mathbf{H} = \mathbf{H}^T > 0$ удовлетворяет уравнению Ляпунова

$\mathbf{H} \mathbf{A}_* + \mathbf{A}_*^T \mathbf{H} = -\overline{\mathbf{G}}$. Следовательно, достигается цель управления $\mathbf{x}_1 \rightarrow \mathbf{x}_{\mathcal{E}1}$ при $t \rightarrow \infty$. Из гурвицевости матрицы \mathbf{A}_* и ограниченности задающих воздействий ($\|\mathbf{r}\| < C < \infty$) следует ограниченность $\mathbf{x}_{\mathcal{E}1}$, \mathbf{x}_1 .

Эман 2. На втором этапе неизвестные параметры «идеального» виртуального управления заменяются настраиваемыми, и синтезируется алгоритм адаптации.

Заменим в выражении (5) идеальные параметры $\boldsymbol{\theta}_*$, \mathbf{D}_* настраиваемыми $\boldsymbol{\theta}$, \mathbf{D} . Получим виртуальное управление вида

$$\dot{\mathbf{x}}_{2virt} = -\boldsymbol{\theta} \mathbf{x}_1 + \mathbf{D} \mathbf{r}. \quad (8)$$

Вычислим производную по времени от целевой функции (3) в силу уравнений системы (1), (4) с учётом (8) при $\mathbf{x}_2 = \mathbf{x}_{2virt}$

$$w(\mathbf{e}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{D}) = \mathbf{e}^T \mathbf{H} \left[(\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12} \boldsymbol{\theta}) \mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_{12} \mathbf{D} \mathbf{r} - \mathbf{A}_* \mathbf{x}_{\mathcal{E}1} - \mathbf{B}_* \mathbf{r} \right].$$

Вычисляя градиенты функции по настраиваемым параметрам $\boldsymbol{\theta}$, \mathbf{D} от функции $w(\mathbf{e}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{D})$ и выбирая алгоритм адаптации в конечной форме (недифференциальной), получаем

$$\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_0 - \gamma_1 \nabla_{\boldsymbol{\theta}} w(\mathbf{e}, \boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\theta}_0 + \gamma_1 \boldsymbol{\lambda} \mathbf{x}_1^T; \\ \mathbf{D} = \mathbf{D}_0 - \gamma_2 \nabla_{\mathbf{D}} w(\mathbf{e}, \mathbf{D}) = \mathbf{D}_0 + \gamma_2 \boldsymbol{\lambda} \mathbf{r}_1^T, \quad (9)$$

где $\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{A}_{12}^T \mathbf{H} \mathbf{e}$, $\gamma_i > 0$, $(i = \overline{1,2})$ – коэффициенты усиления алгоритмов адаптации; $\boldsymbol{\theta}_0$, \mathbf{D}_0 – матрицы априорных оценок (могут быть выбраны нулевыми).

где \mathbf{A}_* – гурвицевая матрица; \mathbf{r} – гладкая, ограниченная, вместе со своей производной вектор-функция.

Синтез алгоритмов адаптации в конечной форме

Проведем синтез алгоритма управления методом скоростного биградиента (МСБГ) [2].

Эман 1. На первом этапе в условиях полной априорной информации об объекте синтезируется «идеальное» виртуальное управление конечным каскадом, обеспечивающее достижение цели управления

$$\dot{\mathbf{x}}_{2virt}^* = -\boldsymbol{\theta}_* \mathbf{x}_1 + \mathbf{D}_* \mathbf{r}, \quad (5)$$

где $\boldsymbol{\theta}_* = \boldsymbol{\theta}(\xi) - m \times (n - m)$ матрица; $\mathbf{D}_* = \mathbf{D}(\xi) - m \times n$ матрицы идеальных параметров.

Определим производную по времени от целевой функции (3) в силу уравнений системы (1), (4) с учётом (5) при $\mathbf{x}_2 = \mathbf{x}_{2virt}^*$:

Этап 3. На третьем этапе формируется отклонение от пересечения гиперповерхностей в форме невязки между выходным сигналом входного каскада и виртуальным управлением. Синтезируется управление, обеспечивающее достижение многообразия гиперповерхностей.

Выберем отклонение от пересечения многообразий гиперповерхностей $\sigma \equiv 0$ в форме невязки между входом подсистемы S_2 и настраиваемым виртуальным управлением x_{2virt} так, что

$$\sigma = x_2 - x_{2virt} \quad (10)$$

Введем дополнительный целевой функционал (ЦФ), характеризующий отклонение траектории системы от пересечения многообразий

$$R(\sigma) = 0,5\sigma^T \sigma. \quad (11)$$

Вычислим скорость изменения ЦФ (11)

$$\begin{aligned} \mu(\sigma, u) &\equiv \dot{R}(\sigma) = \sigma^T (\dot{x}_2 - \dot{x}_{2virt}) = \\ &= \sigma^T (\tau(x, r) + B_2 u), \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \tau(x, r) &= (\theta A_{11} + A_{12} + \dot{\theta})x_1 + \\ &+ (\theta A_{12} + A_{22})x_2 - D\dot{r} - \dot{D}r. \end{aligned}$$

Семейство алгоритмов, обеспечивающее достижение целевого неравенства

$$R(\sigma) \leq \Delta_\sigma \text{ при } t \geq t_\sigma, \quad (13)$$

имеет вид [3, 4]

$$u = u_0 - \gamma^m \varphi(\sigma), \quad (14)$$

где u_0 – априорное заданное управление, которое может быть равно нулю; вектор-функция $\varphi(\sigma) \in R^m$ удовлетворяет условию усиленной псевдоградиентности:

$$\varphi(\sigma)^T \nabla_u \mu(\sigma, u) \geq \beta \|\nabla_u \mu(\sigma, u)\|^\delta,$$

где $\beta > 0$, $\delta = 1, 2, \dots$ – некоторые числа; $\nabla_u \mu(\sigma, u) = B_2^T \sigma$ – градиент функции $\mu(\sigma, u)$ по управлению u .

Условию усиленной псевдоградиентности удовлетворяют, например, функции

$$\varphi(\sigma) = \Gamma_m \text{sign} \nabla_u \mu(\sigma, u),$$

$$\text{при } \delta = 1, \beta = \frac{\lambda_{\min}(\Gamma_m)}{\sqrt{2}};$$

$$\varphi(\sigma) = \Gamma_m \nabla_u \mu(\sigma, u), \text{ при } \delta = 2, \beta = \lambda_{\min}(\Gamma_m),$$

где $\Gamma_m = \Gamma_m^T > 0$ – (2×2) матрицы усилителя; $\lambda_{\min}(\Gamma_m)$ – минимальное собственное значение Γ_m .

При $u = 0$ получаем гладкие и релейные алгоритмы вида

$$u = -\gamma_m \text{sign} \nabla_u \mu(\sigma, u) = -\gamma_m \text{sign}(\sigma); \quad (15)$$

$$u = -\gamma_m \nabla_u \mu(\sigma, u) = -\gamma_m(\sigma). \quad (16)$$

Заметим, что алгоритм (15) относится к классу систем с настраиваемым скользящим режимом [2, 5].

Утверждение. Для системы (1), (4), (8), (9), (10) с алгоритмом управления (15) или (16) справедливы следующие утверждения:

1. Для системы с алгоритмом управления (15) существуют $\bar{\gamma}_i > 0$ ($i=1, 2$), $\bar{\gamma}_m > 0$ такие, что при $\gamma_i > \bar{\gamma}_i$, $\gamma_m > \bar{\gamma}_m$ цели управления (2), (13) достигаются при любых $\Delta_e > 0$, $\Delta_\sigma > 0$, все траектории системы ограничены. Существует момент времени t^* , такой, что $R(\sigma(t)) \equiv 0$ ($\sigma(t) \equiv 0$) при $t \geq t^*$. При $\gamma_i \rightarrow \infty$ цель управления (2) предельно достижима, т.е. $Q(e) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

2. Для системы с алгоритмом управления (16) существуют $\tilde{\gamma}_i > 0$ ($i=1, 2$), $\tilde{\gamma}_m > 0$ такие, что при $\gamma_i > \tilde{\gamma}_i$, $\gamma_m > \tilde{\gamma}_m$ цели управления (2), (13) достигаются при любых $\Delta_e > 0$, $\Delta_\sigma > 0$, все траектории системы ограничены. При $\gamma_i \rightarrow \infty$, $\gamma_m \rightarrow \infty$ справедливо $R(\sigma) \rightarrow 0$, $Q(e) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

3. Для замкнутых систем с алгоритмами (15), (16) существует функция Ляпунова вида

$$V(e, \sigma, \theta) = Q(e) + R(\sigma). \quad (17)$$

Из утверждения следует, что гладкий алгоритм управления обладает более слабыми свойствами сходимости, поэтому его предпочтительнее использовать в комбинации с релейным алгоритмом. При этом в замкнутой системе достигается асимптотическая устойчивость $(e, \sigma) \rightarrow \infty$ при $t \rightarrow \infty$.

Пример и результаты моделирования алгоритмов управления с адаптацией в конечной форме

Пусть объект управления описывается уравнением

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2, \\ \dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + b_2u; \\ x_1(0) = 1; \quad x_2(0) = 2, \end{cases}$$

где a_{ij} ($i, j = 1, 2$), b_2 – параметры ОУ ($b_2 > 0$, $a_{12} > 0$).

Цель управления

$$Q(e) \leq \Delta_e \text{ при } t \geq t_*,$$

где $e = x_1 - x_{\text{ЭП}}$.

Желаемое поведение системы в соответствии с (4) зададим уравнением

$$\dot{x}_{\varepsilon 1} = -3x_{\varepsilon 1} + 3r; \quad x_{\varepsilon 1}(0) = -1,$$

где $r = \sin(\pi t/3)$ – задающее воздействие.

Алгоритм адаптации в конечной форме имеет вид

$$\theta = \gamma_1 e x_1; \quad d = -\gamma_2 e r.$$

Алгоритм управления

$$u = -\gamma_m \operatorname{sign} \sigma,$$

где $\sigma = \theta x_1 - d r + x_{\varepsilon 2}, \gamma_m > 0$.

На рис. 1–5 приведены результаты моделирования системы с алгоритмом адаптивного управления при начальных условиях $\theta(0) = -0,5; d(0) = 0,1$ параметрах объекта управления $a_{11} = 1, a_{12} = 2, a_{21} = 1, a_{22} = 3, b_2 = 1$, параметрах адаптера для конечной формы $\gamma_1 = 22, \gamma_1 = 35$.

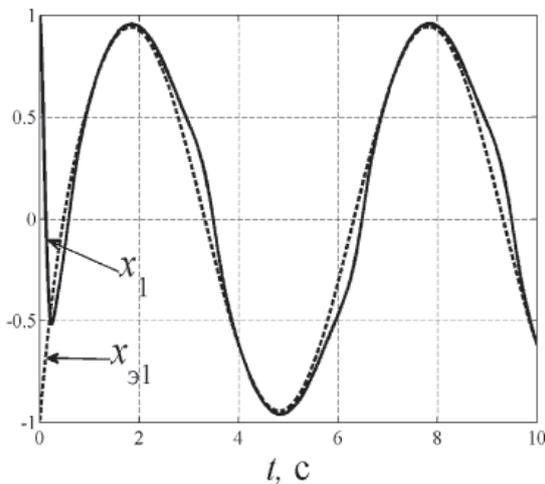


Рис. 1. Графики выходного сигнала объекта управления и эталонной модели

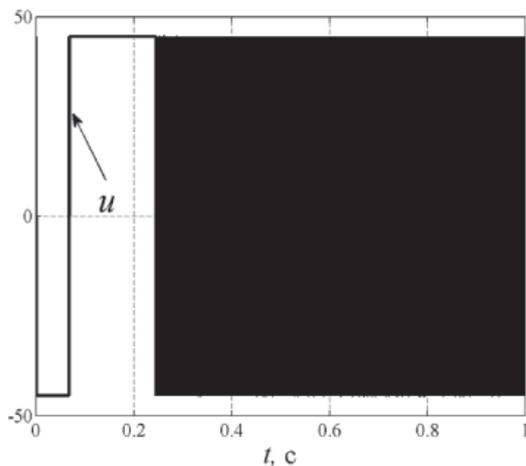


Рис. 2. Графики управления

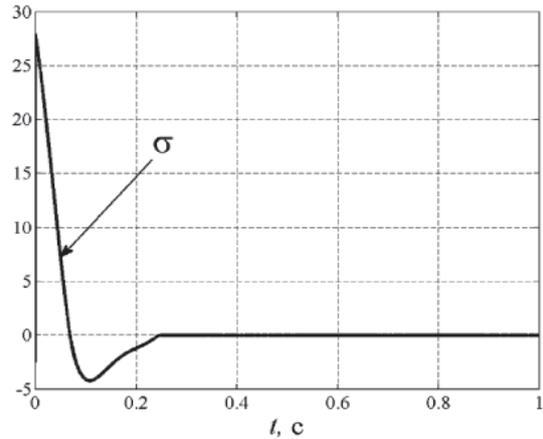


Рис. 3. Графики отклонений от многообразия гиперповерхностей

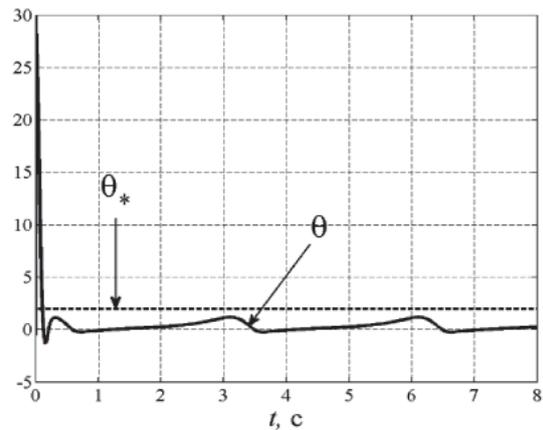


Рис. 4. Графики идеальных θ_* и настраиваемых θ параметров

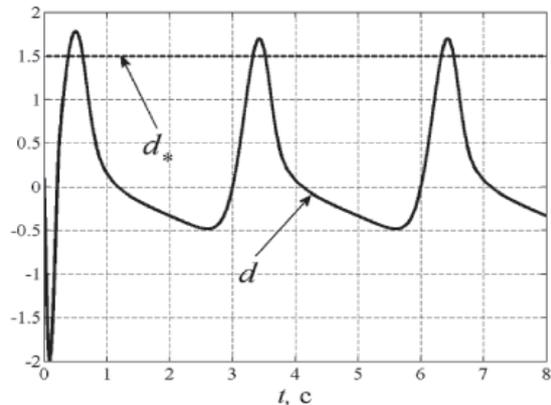


Рис. 5. Графики идеальных d_* и настраиваемых d параметров

Результаты математического моделирования системы с управлением в релейной форме с конечным алгоритмом адаптации многообразия скольжения подтверждают достижение цели управления (ограниченность траектории и обеспечения желаемой

динамики конечного каскада с конечной точностью). Повышение точности слежения может быть обеспечено увеличением коэффициентов усиления контура адаптации (γ_1, γ_2). Алгоритмы адаптации параметров многообразия скольжения не обладают идентифицируемыми свойствами.

Заключение

В работе представлена методика синтеза адаптивных систем управления для линейных объектов на основе скоростного биградиента с алгоритмами адаптации параметров многообразия скольжения в конечной (недифференциальной) форме. Алгоритм адаптации в конечной форме обеспечивает быстрое (по сравнению с алгоритмами адаптации в дифференциальной форме [1]) парирование координатных возмущений (ошибки слежения) конечного каскада. Релейный алгоритм управления обеспечивает возникновение в замкнутой системе настраиваемого скользкого режима. Гладкий алгоритм обеспечивает стремление траекторий замкнутой системы в ε – окрестность настраиваемого многообразия и асимптотическое стремление к многообразию при бесконечно большом коэффициенте усиления. Поэтому предпочтительно использовать гладкий алгоритм в сумме с релейным алгоритмом.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Калужской области (грант № 14-48-03115).

Список литературы

1. Мышляев Ю.И. Алгоритмы управления линейными объектами в условиях параметрической неопределён-

ности на основе настраиваемого скользкого режима // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2009. – № 2. – С. 111–116.

2. Мышляев Ю.И. Метод бискоростного градиента // Известия ТулГУ. Технические науки. – Вып. 5: в 3 ч. Ч. 1. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2011. – С. 168–178.

3. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. – СПб.: Наука, 2000.

4. Фрадков А.Л. Адаптивное управление в сложных системах. – М.: Наука, 1990.

5. Myshlyayev Y.I., Finoshin A.V. The speed bi-gradient method for model reference adaptive control of affine cascade systems // 1st IFAC Conference on Modeling, Identification and Control of Nonlinear Systems MICNON 2015. – Saint Petersburg, Russia, 24–26 June 2015, IFAC–PapersOnLine: Volume 48, Issue 11, 2015, P. 489–495.

References

1. Myshlyayev Yu.I. *Algoritmy upravleniya lineinymi obektami v usloviyakh parametricheskoi neopredelennosti na osnove nastraivaemogo skol'zhashchego rezhima* [Linear system control algorithms in the case of parameter variations by sliding mode with tuning surface], Mekhatronika, Avtomatizacia, Upravlenie, 2009, no. 2, pp. 11–16.

2. Myshlyayev Yu.I. *Metod biskorostnogo gradienta* [Speed bigradient method], Proceedings of the TSU. Technical sciences, vol. 5, part 1, Tula, 2011, pp. 168–178.

3. Miroshnik I.V., Nikiforov V.O., Fradkov A.L. *Nelineinoe i adaptivnoe upravlenie slozhnymi dinamicheskimi sistemami* [Nonlinear and adaptive control of complex dynamic systems], St. Petersburg, Nauka, 2000 (in Russian).

4. Fradkov A.L. *Adaptivnoe upravlenie v slozhnykh sistemakh* [Adaptive control in complex systems], Moscow, Nauka, 1990.

5. Myshlyayev Yu.I., Finoshin A.V. The speed bi-gradient method for model reference adaptive control of affine cascade systems // 1st IFAC Conference on Modeling, Identification and Control of Nonlinear Systems MICNON 2015 – Saint Petersburg, Russia, 24–26 June 2015, IFAC–PapersOnLine: Vol. 48, Issue 11, 2015, pp. 489–495.