

УДК 66.011

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООТДАЧИ В КАНАЛАХ С ХАОТИЧНОЙ НАСАДОЧНОЙ УПАКОВКОЙ С УЧЕТОМ ЗАТУХАНИЯ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

<sup>1</sup>Дударовская О.Г., <sup>2</sup>Фарахов Т.М., <sup>1</sup>Лаптев А.Г.

<sup>1</sup>Казанский государственный энергетический университет, Казань, e-mail: dg.Olga5@mail.ru;

<sup>2</sup>ООО ИВЦ «Инжесхим», e-mail: tvf\_kgeu@mail.ru

Настоящая статья посвящена использованию модели турбулентного пограничного слоя, на основе которой получено уравнение для расчета среднего коэффициента теплоотдачи. Рассматриваемая модель позволяет учесть протекание процесса теплообмена в каналах, заполненных хаотичной насадочной упаковкой, с учетом затухания турбулентности в пограничном слое. Даны выражения и выполнены расчеты чисел Нуссельта для гладкой поверхности трубы и канала, заполненного хаотичной насадочной упаковкой. По представленным выражениям построены графики зависимости чисел Нуссельта от числа Рейнольдса (режима движения) для гладкой поверхности трубы и канала, заполненного хаотичной насадочной упаковкой. Показано согласование расчетных данных чисел Нуссельта по представленным выражениям с известными экспериментальными данными и другими выражениями. Приведенные выражения рекомендуются для практических расчетов.

**Ключевые слова:** коэффициент теплоотдачи, интенсификация теплообмена, пограничный слой, число Нуссельта, хаотичная насадка

## SIMULATION OF HEAT TRANSFER IN CHANNELS WITH CHAOTICALLY PACKED PACKAGE CONSIDERING DAMPING TURBULENCE THE BOUNDARY LAYER

<sup>1</sup>Dudarovskaya O.G., <sup>2</sup>Farakhov T.M., <sup>1</sup>Laptev A.G.

<sup>1</sup>Kazanskiy State Power Engineering University, Kazan, e-mail: dg.Olga5@mail.ru;

<sup>2</sup>ООО ИТЦ «Инзеххим», e-mail: tvf\_kgeu@mail.ru

This article describes how to use the model of turbulent boundary layer on the basis, of which to obtain an equation for calculating the average heat transfer coefficient. The model allows to take into account the flow of heat transfer in the channels filled with chaotic packed package, taking into account the damping of turbulence in the boundary layer. Are given expression and the calculations of the Nusselt numbers for the smooth surface of the pipe and the channel filled with chaotic packed package. As shown expressions constructed plots of Nusselt number on the Reynolds number (motion mode) for a smooth surface of the pipe and the channel filled with chaotic packed package. Displaying agreement between the calculated data Nusselt numbers on the submitted expressions and experimental data and other expressions. These expressions are recommended for practical calculations.

**Keywords:** heat transfer coefficient, the intensification of heat transfer, boundary layer, the Nusselt number, chaotic nozzle

Одной из важных и актуальных задач в различных отраслях промышленности и энергетике является повышение эффективности проводимых процессов. Теплообменные аппараты – наиболее распространенные устройства во всех видах и типах энергетических и массообменных установок. Поэтому необходимо стремиться, чтобы теплообменник обеспечивал по возможности наиболее высокие параметры теплообмена. В основу разработки высококачественных компактных теплообменных аппаратов могут быть положены различные решения. Для достижения поставленных целей используют различные средства с помощью как активных, так и пассивных методов, например увеличение скорости потоков теплоносителей, развитие площади теплопередающей поверхности и турбу-

лизацию потоков взаимодействующих сред через разделяющую стенку.

При турбулентном режиме движения перенос теплоты внутри теплоносителя осуществляется в основном путем перемешивания. Весь поток насыщен беспорядочно движущимися вихрями, которые непрерывно возникают и затухают. Одной из причин их возникновения является потеря устойчивости ламинарного течения, сопровождающаяся образованием завихрений, которые затем диффундируют в ядро и, развиваясь, заполняют весь поток. Одновременно с этим, вследствие вязкости теплоносителя, эти вихри постепенно затухают и исчезают. При турбулентности в тонком слое у поверхности, из-за наличия вязкого трения, течение теплоносителя затормаживается и скорость падает до нуля. При этом

процесс перемешивания протекает настолько интенсивно, что по сечению ядра потока температура теплоносителя практически постоянна. Резкое изменение температуры наблюдается лишь внутри тонкого слоя у поверхности. При этом одной из основных задач является определение коэффициентов теплоотдачи.

В данной статье рассмотрен приближенный подход определения средних коэффициентов теплоотдачи в каналах с хаотичной насадочной упаковкой. Для этого используется модель пограничного слоя с функцией турбулентной вязкости с учетом затухания турбулентных пульсаций в вязком подслое.

### Определение коэффициента теплоотдачи в трубе

Процессы теплоотдачи неразрывно связаны с условиями движения теплоносителя, поэтому для процессов теплоотдачи режим движения рабочей среды имеет очень большое значение, так как им определяется механизм переноса теплоты.

При турбулентном режиме перенос теплоты осуществляется теплопроводностью лишь в тепловом подслое, а внутри турбулентного ядра перенос осуществляется путем интенсивного перемешивания частиц теплоносителя. В этих условиях интенсивность теплоотдачи определяется термическим сопротивлением пристенного подслоя, которое по сравнению с термическим сопротивлением ядра оказывается определяющим.

Так как теплоотдача определяется не только тепловыми, но и гидродинамическими явлениями, то совокупность этих явлений описывается системой дифференциальных уравнений, в которую входят уравнение теплопроводности, уравнение движения и уравнение сплошности. Решение системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена возможно при введении упрощающих предположений. Задача аналитического определения коэффициента теплоотдачи значительно упрощается с использованием моделей пограничного слоя (Прандтля, Кармана и др.), согласно которым силы вязкости играют существенную роль только в пределах вязкого подслоя, а в остальной части потока ими можно пренебречь. Количественное соотношение между трением и теплоотдачей можно найти, воспользовавшись аналогией Рейнольдса и Чилтона – Кольборна. С учетом затухания турбулентных пульсаций в вязком подслое используются модели Ландау – Левича и др.

Сопротивление переносу импульса в турбулентном пограничном слое

в одномерной подстановке записывается в виде [3]

$$\gamma = \frac{1}{\int_0^\delta \frac{\tau^*(y)}{v + v_\tau} dy}, \quad (1)$$

где  $v$ ,  $v_\tau$  – коэффициенты молекулярной и турбулентной вязкости,  $m^2/c$ ;  $\delta$  – толщина пограничного слоя;  $\tau^*$  – безразмерный поток импульса;  $y$  – поперечная координата пограничного слоя, м.

На основе трехслойной модели турбулентного пограничного слоя, с учетом затухания турбулентных пульсаций, характеристики турбулентного обмена имеют вид [9]

$$\frac{v_\tau}{v} = 0,001 (y^+)^3, \quad (2)$$

где  $y^+ \in [0;5]$ , (вязкий подслой);

$$\frac{v_\tau}{v} = 0,012 (y^+ - 1,6)^2, \quad (3)$$

где  $y^+ \in [5;20]$ , (переходная область);

$$\frac{v_\tau}{v} = \chi (y^+ - 10), \quad (4)$$

где  $y^+ \in [20;\delta]$ , (область развития турбулентности),

где  $y^+ = u_* y / \nu$  – безразмерная координата;  $\chi = 0,4$ .

После интегрирования выражения (1) с функциями (2)–(4) получен коэффициент переноса импульса

$$\gamma = \frac{u_*}{11,73 + 2,5 [\ln(\chi u_* \delta - 3\nu) - \ln(5\nu)]}, \quad (5)$$

где  $u_*$  – динамическая скорость (скорость касательного напряжения), м/с.

Для турбулентного пограничного слоя в случае  $Pr = 1$  и градиенте давления  $\frac{dP}{dx} \approx 0$

следует подобие безразмерных профилей скорости и температуры и полная аналогия переноса. В случае  $Pr \neq Sc \neq 1$  используется поправка Чилтона – Кольборна, где неоднородность полей учитывается числами Прандтля и Шмидта. Показатели степени этих чисел зависят от гидродинамических условий взаимодействий фаз.

Связь между коэффициентами переноса импульса  $\gamma$  и тепла  $\alpha$  имеет вид [3]

$$\gamma = \frac{\alpha}{\rho c_p} Pr^{2/3}. \quad (6)$$

Откуда

$$\alpha = \frac{\rho c_p \gamma}{Pr^{2/3}}, \quad (7)$$

где  $\rho$  – плотность среды,  $кг/м^3$ ;  $c_p$  – удельная теплоемкость среды,  $Дж/(кг К)$ .

Показатель степени при числе Прандтля  $\alpha \sim \text{Pr}^{-0,66}$  следует из закона затухания турбулентных пульсаций в пограничном слое, однако большинство известных экспериментальных данных для пластины и трубы показывают  $\alpha \sim \text{Pr}^{-0,57}$ .

Используя установленную связь между коэффициентами переноса, на основе применения уравнений (5) и (7), можно записать средний коэффициент теплоотдачи в турбулентном однофазном потоке

$$\alpha = \frac{\rho c_p u_*}{\text{Pr}^{0,57} \left[ R_1 + 1 / \chi \ln(\chi u_* \delta / (5v)) \right]}, \quad (8)$$

где  $R_1 = 11,7$  – безразмерная толщина вязкого подслоя.

Уравнение (8) является достаточно общим и позволяет определять коэффициенты теплоотдачи для различных условий турбулентного движения среды при соответствующих вычислениях его параметров.

С учетом выражения (8) получим безразмерный комплекс Нуссельта для трубы

$$\text{Nu} = \frac{\text{Re}_d \sqrt{\xi_0 / 8} \text{Pr}^{0,43}}{R_1 + \frac{1}{\chi} \ln \left( \frac{R_\delta}{R_0} \right)}, \quad (9)$$

где  $\text{Re}_d = u_0 d / \nu$  – число Рейнольдса;  $u_0$  – средняя скорость среды в трубе, м/с;  $d$  – диаметр трубы, м;  $\nu$  – кинематическая вязкость среды, м<sup>2</sup>/с;  $\xi_0$  – коэффициент гидравлического сопротивления;  $R_0 = 5$  – безразмерная толщина вязкого подслоя в трехслойной модели;  $R_\delta = u_* \delta / \nu$  – безразмерная толщина пограничного слоя;  $\text{Pr}$  – число Прандтля. Показатель степени при  $\text{Pr}^{0,43}$  принят по экспериментальным данным.

Касательное напряжение или динамическая скорость обычно находится на основе известных коэффициентов трения или сопротивления. Для круглой трубы выраже-

ния динамической скорости  $u_*$  и  $R_\delta$  в уравнении (9) имеют вид

$$R_\delta = \exp \left[ 0,4 \left( \sqrt{8 / \xi_0} - 5,5 \right) \right]; \quad (10)$$

$$u_* = u_0 \sqrt{\frac{\xi_0}{8}}. \quad (11)$$

Уравнение (10) следует из логарифмического профиля скорости при  $y = \delta$ , а (11) – из уравнения баланса сил в трубе.

Коэффициент гидравлического сопротивления  $\xi_0 = f(\text{Re}_d)$  для трубы запишем по формуле Блазиуса

$$\xi_0 = \frac{0,316}{\text{Re}_d^{0,25}}. \quad (12)$$

В зависимости от состояния поверхности и характера движения сред число Нуссельта определяется по различным критериальным уравнениям. Для сравнения результатов расчетов числа Нуссельта ( $\text{Nu} = \alpha d / \lambda$ ) по (9) использовалась известная формула для трубы (при турбулентном режиме движения сред)

$$\text{Nu} = 0,021 \text{Re}_d^{0,8} \text{Pr}^{0,43}. \quad (13)$$

Результаты расчетов по представленным выражениям (9) и (13) даны на рис. 1.

Согласование результатов с расхождением не более 1,5–4%.

#### Коэффициент теплоотдачи в канале с хаотичной насадочной упаковкой

Значительно более сложной задачей является определение теоретическим путем коэффициентов теплоотдачи для поверхностей с элементами интенсификации. В настоящее время для этого используются в основном различные полуэмпирические подходы.

Рассмотрим турбулентное течение жидкости в каналах с хаотичной насадочной упаковкой (мелкими насадочными элементами).

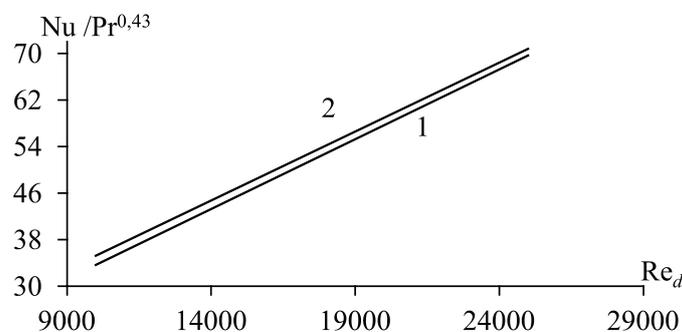


Рис. 1. Зависимость числа Нуссельта от числа Рейнольдса: 1 – расчет по выражению (13); 2 – расчет по выражению (9)

Динамическая скорость в каналах с хаотичной насадочной упаковкой получена в виде [4, 5, 7]

$$u_{*3} = 1,85 \left( \frac{\xi u_{cp}^3 v}{2d_3} \right)^{1/4} = 1,85 \frac{v}{d_3} Re^{0,75} \left( \frac{\xi}{2} \right)^{0,25}, \quad (14)$$

где  $Re_3 = \frac{u_{cp} d_3}{\nu}$  – число Рейнольдса для насадки;  $u_{cp}$  – скорость потока в насадке, м/с;  $d_3$  – эквивалентный диаметр насадки, м;  $\xi$  – коэффициент сопротивления насадочного слоя.

С учетом выражений (8) и (14) запишем число Нуссельта для канала с хаотичной насадочной упаковкой (слоем) учитывая, что  $Nu_3 \sim Pr^{0,333}$

$$Nu_3 = \frac{\alpha d_3}{\lambda} = \frac{1,85 Re_3^{0,75} Pr^{0,333} (\xi/2)^{0,25}}{R_1 + 2,5 \ln (\chi R_8 / R_0)}, \quad (15)$$

где параметры уравнения имеют вид

$$R_1 = \frac{1,48 Re_3^{0,125}}{\xi^{0,25}}; \quad R_8 = 6,49 (Re_3 \xi)^{0,25};$$

$$R_0 = \frac{0,64 Re_3^{0,125}}{\xi^{0,25}} [7].$$

Данные параметры определены на основе отношения потоков импульса в невозмущенном и возмущенном пограничном слое.

Для проверки адекватности полученного выражения числа Нуссельта (15) произведем сравнение по следующим известным уравнениям ( $40 < Re_3 < 10^4$ ) [4, 7]:

$$Nu_3 = 0,175 Re_3^{0,75} \left( \frac{\xi}{2} \right)^{0,25} Pr^{0,43}; \quad (16)$$

$$Nu_3 = \frac{1,85 Re_3^{0,75} (\xi/2)^{0,25} Pr^{0,33}}{0,67 Re_3^{0,125} \xi^{-0,25} + 2,5 \ln [6,49 (Re_3 \xi)^{0,25}]}, \quad (17)$$

уравнение Гильденבלата (для колец Рашига и Палля) [8]

$$Nu_3 = 0,407 Re_3^{0,655} Pr^{0,33}. \quad (18)$$

Следует отметить, что число  $Re_3$  вычисляется через действительную скорость потока в насадке, которая связана с фиктивной (без насадки) выражением  $u_{cp} = u_0 / \varepsilon_{cb}$ , м/с.

### Результаты расчетов

Рассмотрим применение выражений для расчета числа Нуссельта в канале с хаотичной насадочной упаковкой.

Для колец Рашига коэффициент гидравлического сопротивления имеет вид (при  $Re_3 > 50$ ) [8]

$$\xi = \frac{16}{Re_3^{0,2}}. \quad (19)$$

На рис. 2 представлены расчетные значения чисел Нуссельта от числа Рейнольдса в канале с хаотичной насадочной упаковкой. Расчет проводился с использованием выражений (15)–(18).

На основании представленных результатов можно сделать вывод, что полученное выражение (15) для канала, заполненного хаотичной насадочной упаковкой, удовлетворительно согласуется с известными выражениями. Расхождение результатов в пределах 13–15%.

На рис. 3 представлены экспериментальные данные по числу Нуссельта при теплоотдаче от нагретого воздуха в нерегулярном насадочном слое из цилиндров и параллелипидов.

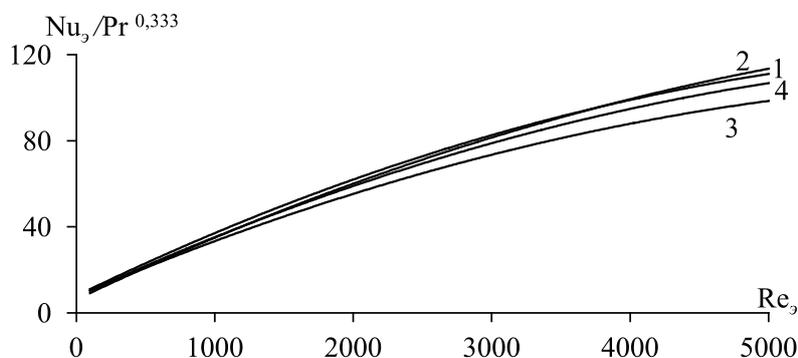


Рис. 2. Зависимость числа Нуссельта от числа Рейнольдса: 1 – расчет по выражению (15); 2 – (16); 3 – (17); 4 – (18)

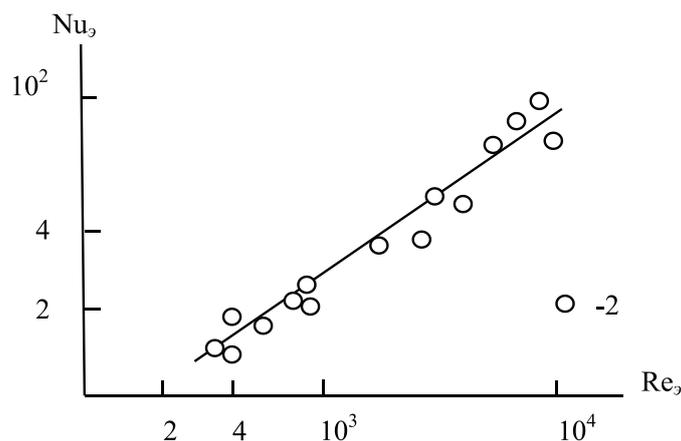


Рис. 3. Теплоотдача в слоях насадочных элементов: 1 – расчет по уравнению (15); 2 – опытные данные [1]

Приведенные выражения рекомендуются для практических расчетов.

### Выводы

Полученные результаты по моделированию интенсифицированного теплообмена в каналах с хаотичной упаковкой, по сравнению с гладкими (пустотелыми) каналами, показывают значительное повышение числа  $Nu_d$  (в 20–40 раз и более) [6].

Однако это сопровождается и повышением гидравлического сопротивления. Наиболее эффективным способом такой интенсификации является турбулизация среды за счет хаотичных насадок при ламинарном движении. Полученное выражение (15) может применяться в расчете интенсифицированного теплообмена.

### Список литературы

1. Блиничев В.Н., Комлев В.Г., Захаров В.М. Исследование коэффициентов сопротивления и теплоотдачи слоя насадки // Изв. вузов. Химия и химическая технология – 1987. – Т. 30. – № 2. – С. 124–126.
2. Каган А.М., Лаптев А.Г., Пушнов А.С., Фарахов М.И. Контактные насадки промышленных теплообменных аппаратов / под ред. А.Г. Лаптева. – Казань: Отечество, 2013. – 454 с.
3. Лаптев А.Г. Модели пограничного слоя и расчет теплообменных процессов. Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 2007. – 500 с.
4. Лаптев А.Г., Башаров М.М., Лаптева Е.А. Эффективность тепло- и массоотдачи в насадочных слоях // Фундаментальные исследования. – 2015. – № 11. – С. 278–282.
5. Лаптев А.Г., Фарахов Т.М., Дударовская О.Г. Математическая модель перемешивания жидкостей с дисперсной фазой при ламинарном и турбулентном режимах в насадочных смесителях / А.Г. Лаптев, Т.М. Фарахов, О.Г. Дударовская // Теоретические основы химической технологии. – 2015. – Т.49. – № 1. – С. 23–32.

6. Лаптев А.Г., Дударовская О.Г., Фарахов Т.М. Интенсификация теплоотдачи в каналах при ламинарном режиме // Энергетика Татарстана. – 2016. – № 1. – С. 33–35.

7. Лаптев А.Г., Фарахов Т.М., Лаптева Е.А. Модели явлений переноса в неупорядоченных насадочных и зернистых слоях / А.Г. Лаптев, Т.М. Фарахов, Е.А. Лаптева // Теоретические основы химической технологии. – 2015. – Т. 49. – № 4. – С. 407–414.

8. Рамм В.М. Абсорбция газов. – М.: Химия, 1976. – 656 с.

9. Owen P. Dust deposition from a turbulent airstream. In: Aerodynamic Capture of Particles / Ed. E.G. Richardson. – London, New York, 1960. – P. 8–25. Discuss. P. 50–53.

### References

1. Blinichev V.N., Komlev V.G., Zaharov V.M. Issledovanie koefitsientov soprotivlenija i teplootdachi sloja nasadki // Izv. vuzov. Himija i himicheskaja tehnologija 1987. T. 30. no. 2. pp. 124–126.
2. Kagan A.M., Laptev A.G., Pushnov A.S., Farahov M.I. Kontaknyje nasadki promyshlennyh teplomassoobmennyh apparatov / pod red. A.G. Lapteva. – Kazan: Otechestvo, 2013. 454 p.
3. Laptev A.G. Modeli pograničnogo sloja i raschet teplomassoobmennyh processov. Kazan: Izd-vo Kazansk. un-ta, 2007. 500 s.
4. Laptev A.G., Basharov M.M., Lapteva E.A. Jefferktivnost teplo- i massootdachi v nasadochnyh slojah // Fundamentalnye issledovanija. 2015. no. 11. pp. 278–282.
5. Laptev A.G., Farahov T.M., Dudarovskaja O.G. Matematicheskaja model peremeshivanija zhidkostej s dispersnoj fazoj pri laminarnom i turbulentnom rezhimah v nasadochnyh smesiteljah / A.G. Laptev, T.M. Farahov, O.G. Dudarovskaja // Teoreticheskie osnovy himicheskaj tehnologii. 2015. T.49. no. 1. pp. 23–32.
6. Laptev A.G., Dudarovskaja O.G., Farahov T.M. Intensifikacija teplootdachi v kanalah pri laminarnom rezhime // Jenergetika Tatarstana. 2016. no. 1. pp. 33–35.
7. Laptev A.G., Farahov T.M., Lapteva E.A. Modeli javlenij perenosa v neuporjadochennyh nasadochnyh i zernistyh slojah / A.G. Laptev, T.M. Farahov, E.A. Lapteva // Teoreticheskie osnovy himicheskaj tehnologii. 2015. T. 49. no. 4. pp. 407–414.
8. Ramm V.M. Absorbicija gazov. M.: Himija, 1976. 656 p.
9. Owen P. Dust deposition from a turbulent airstream. In: Aerodynamic Capture of Particles / Ed. E.G. Richardson. London, New York, 1960. pp. 8–25. Discuss. pp. 50–53.