

УДК 536.24:66-911

ЗАДАЧА ИНТЕНСИФИКАЦИИ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ВОССТАНОВЛЕНИИ ЭЛАСТОМЕРНЫХ ПОКРЫТИЙ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

¹Осипов Ю.Р., ¹Демакова А.О., ¹Шилова А.О., ¹Ночевалова Ю.А.,²Осипов С.Ю., ¹Богданов Д.А.¹ФГБОУ ВО «Вологодский государственный университет», Вологда,
e-mail: iur.osipov2011@yandex.ru;²ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», Тверь,
e-mail: osipov sergejj@rambler.ru

Рассмотрены исследования температурных режимов процесса восстановления гуммировочных покрытий с целью повышения их качества. Процесс протекает в условиях действующих возмущений стохастической природы, которые являются факторами неопределенности и влияют на ход вулканизации. Разработана математическая модель тепловых режимов вулканизации. Стохастическая задача решена с применением вероятностных критериев. Построены кинетические кривые теплового режима прогрева покрытия, полученные экспериментальным путем и при решении вероятностной задачи по предложенной математической модели.

Ключевые слова: теплообмен, температура, гуммировочное покрытие, стохастическая задача, неопределенность, вероятность, случайная величина, управление

INTENSIFICATION PROBLEM OF HEAT EXCHANGE IN ELASTOMETRIC COATING RECONSTRUCTION BASED ON THE THEORY OF OPTIMAL CONTROL

¹Osipov Yu.R., ¹Demakova A.O., ¹Shilova A.O., ¹Nochevalova Yu.A.,²Osipov S.Yu., ¹Bogdanov D.A.¹Federal Autonomous Educational Institution of Higher Education Vologda State University,
Vologda, e-mail: iur.osipov2011@yandex.ru;²Federal Autonomous Educational Institution of Higher Education Tver State Technical University,
Tver, e-mail: osipov sergejj@rambler.ru

Subject of research – the temperature of the recovery process of rubber protective coatings to improve their quality. The process takes place in conditions of perturbation stochastic nature. They introduce uncertainty and may significantly affect the course of the process. For thermal regimes have created a mathematical model. Stochastic problem is solved with the use of probabilistic criteria. As a result, the kinetic curves are constructed for the heating of the rubber coating. The dependences obtained experimentally and with the help of a mathematical model based on probability theory.

Keywords: heat transfer, temperature, rubberized coating, stochastic problem, uncertainty, probability, random variable, control

Процесс вулканизации относится к классу сложных химико-технологических процессов и протекает в условиях постоянно действующих возмущений стохастической природы, которые являются источниками или факторами неопределенности и существенно влияют на ход технологического процесса вулканизации.

В связи с тем, что, как это отмечалось в работе [3], оптимальная стратегия интенсификации процесса вулканизации не инвариантна вариациям возмущающих воздействий, для обеспечения заданного качества вулканизации необходимо учитывать факторы неопределенности. Задача интенсификации данного процесса заключается в повышении качества восстановительного ремонта при минимуме энергетических затрат и определяется температурным режи-

мом его проведения. Использование стохастической модели процесса вулканизации приводит к необходимости постановки и решения задач интенсификации на основе теории оптимального управления случайными процессами.

Проблема синтеза в стохастической системе состоит в определении алгоритма или закона управления объектом, обеспечивающего оптимальное протекание процесса или получение наилучшего конечного результата в заданных условиях с учетом случайных полезных сигналов (воздействий) и помех. Формулировка и решение этих стохастических задач осуществляется с применением вероятностных критериев, которые, в отличие от детерминированных, содержат дополнительную операцию статистического осреднения и поэтому являются более сложными.

Во многих задачах управления в условиях неполной информации, связанных с повторяющимися ситуациями, нет необходимости в том, чтобы ограничения удовлетворялись при каждой реализации случая. Затраты на накопление информации или другие затраты, обеспечивающие исключение невязок в условии задачи, могут превышать достигаемый при этом эффект. Часто конкретное содержание задачи требует лишь, чтобы вероятность попадания решения в допустимую область превышала заданное число $\alpha > 0$. В тех случаях, когда возможные невязки в отдельных ограничениях вызывают различный ущерб, имеет смысл дифференцированно подходить к разным условиям. Чтобы уравновесить ущерб, определяемый невязками в разных условиях задачи, следует ограничить снизу вероятность выполнения каждого из них различными числами $\alpha > 0$. Обычно $\alpha_1 > 1/2$. Подобные постановки задач стохастического программирования называют моделями с вероятностными ограничениями.

Таким образом, задача интенсификации процесса термообработки эластомерных обкладок заключается в следующем: необходимо определить такие законы изменения токов нагревательных элементов плит, при которых достигается минимум математического ожидания суммы квадратов отклонений, рассчитанной по математической модели и экспериментально определенной температур в «характерных» точках нагревательных плит при ограничениях на мощность и конструктивные параметры нагревательных элементов.

Результаты оценки адекватности полученной модели [2, 4] доказали ее пригодность в целях моделирования и интенсификации процесса термообработки при ремонте эластомерных обкладок гуммированных аппаратов. В результате получим

$$\dot{x}(\tau) = f(\tau, x, u, a, b), \tau_0 \leq \tau \leq \tau_1, \quad (1)$$

$\dim(x) = n, \quad \dim(u) = m, \quad \dim(b) = r,$
 $u(\tau) = \{I_1(t), I_2(t)\}$ – вектор управляющих воздействий; $I_1(t) \equiv u_1(t), \quad I_3(t) \equiv u_3(t),$
 $\underline{u}_1 \leq u_1 \leq \bar{u}_1, \quad \underline{u}_3 \leq u_3 \leq \bar{u}_3.$

С соответствующими начальными условиями:

$$x(\tau)|_{\tau=0} = x_0 + \xi_0.$$

Критерий оптимальности имеет вид

$$I_0(v) = M[f_0(x(\tau_1), x'(\tau_1))] \rightarrow \min_v,$$

$$f_0(x(\tau_1), x'(\tau_1)) = \sum_{i=1}^{10} (x_i(\tau_1) - x'_i(\tau_1))^2, \\ v = \{u, a\}, \quad (2)$$

где $x_{i,i=1,10}, \quad x'_{i,i=1,10}$ – соответственно расчетная и измеряемая в «характерных» точках температура, при условиях связи, представленных в виде уравнения теплопроводности при конкретных граничных условиях и ограничениях на конструктивные параметры и управляющие воздействия

$$\bar{\rho} \frac{l_1}{S_1} - R_{01} \leq 0, \quad \bar{\rho} \frac{l_3}{S_3} - R_{03} \leq 0,$$

и на мощность нагревателя $Q_1 - N_{01} \leq 0, \quad Q_3 - N_{03} \leq 0.$

Для решения задачи воспользуемся методами оптимизации систем со случайными параметрами [1, 5]. При этом задача (1–2) может быть формализована следующим образом:

$$I_0(v) = M[f_0(x(\tau_1), x'(\tau_1))] \rightarrow \min,$$

$$\dot{x} = f(\tau, x, u, a, b), \tau \in [\tau_0, \tau_1], \quad x(\tau_0) = x_0,$$

$$I_s(v) = M[f_s(x(\tau_1), x'(\tau_1))] \leq 0, \quad s \in J_1 = 1, q,$$

$$\Psi_s(u) \leq 0, \quad s \in J_2 = 1, k,$$

$$g_s(a) \leq 0, \quad s \in J_3 = 1, q_0, \quad (3)$$

$$\text{где } \Psi_s(u) = \begin{cases} u_1 - \bar{u}_1, \\ \underline{u}_1 - u_1, \\ u_3 - \bar{u}_3, \\ \underline{u}_3 - u_3, \\ Q_1 - N_{01}, \\ Q_3 - N_{03}. \end{cases}, \quad g_s(a) = \begin{cases} -\bar{\rho} \frac{l_1}{S_1} - R_{01}, \\ -\bar{\rho} \frac{l_3}{S_3} - R_{03}. \end{cases}$$

$I_s(v), \quad s = 1, \dots, q$ представляет собой часть компонентов вектора фазовых координат, не используемых в (2). Определим необходимые условия оптимальности для рассматриваемой задачи, используя методы математической теории экстремальных задач [1].

Вариации δv , где $v = \{u, a\}$, в точке v будем называть возможными, если достаточно малое перемещение из точки $v \in \Theta$ в направлении вариаций не выводит за пределы множества Θ , т.е. существует такое малое положительное $\varepsilon > 0, (v + \varepsilon \delta v) \in \Theta$.

Функционал (3) является выпуклым и ограниченным, что следует из [3] и для того, чтобы он достигал минимума на Θ в точке $v^* = \{u^*, a^*\}$, необходимо и достаточно, чтобы в этой точке не было подходящих вариаций [1].

Решение задачи начинается с определения некоторого исходного $u^n(\tau), a^n, p^n, n = 0, 1, 2, \dots$; где n – номер текущей итерации, $p = (x_0, b)$.

В нашем случае исходным приближением может служить построенное при решении детерминированной задачи, являющееся аналогом исходной в предположении, что случайные возмущения, записываются математическими ожиданиями u^0 .

Задача Коши для уравнения (1) решается с заданным приближением u^n , a^n . Определяется исходное приближение x_1^n и вычисляются значения функционалов $M[f_s(x(\tau_1), x'(\tau_1))]$ и функций $\Psi_s(u)$, $g_s(a)$ при каждом фиксированном $\tau \in [\tau_0, \tau_1]$.

Далее формируется множество индексов

$$J_1(v^n) = \{s \in J_1 : M[f_s(x(\tau_1), x'(\tau_1))] = 0\}, \quad J_2(u^n) = \{s \in J_2 : \Psi_s[u(\tau)] = 0, \tau \in \tau_s\},$$

$$J_3(a^n) = \{s \in J_3 : g_s(a) = 0\}, \quad (4)$$

$$J(v^n, \varepsilon^n) \cup J_1(v^n, \varepsilon^n) \cup J_2(v^n, \varepsilon^n) \cup J_3(v^n, \varepsilon^n) : J_1(v^n, \varepsilon^n) = \{s \in J_1 : -\varepsilon^n \leq M[f_s(x, x')] \leq 0\},$$

$$J_2(u^n, \varepsilon^n) = \{s \in J_2 : -\varepsilon^n \leq \Psi_s[u(\tau)] \leq 0, \tau \in \tau_s\}, \quad J_3(a^n, \varepsilon^n) = \{s \in J_3 : -\varepsilon^n \leq g_s(a) \leq 0\},$$

$$\tau_s = \{\tau \in [\tau_0, \tau_1] : \Psi_s[u(\tau)] = 0\}, \quad \tau_s^* = \{\tau \in [\tau_0, \tau_1] : -\varepsilon^n \leq \Psi_s[u(\tau)] \leq 0\}, \quad (5)$$

где $J_1 = \{1, 2\}$, $J_2 = \{1, 4\}$, $J_3 = \{1, 2\}$, $\tau_s \subset \tau_s^*$, множества $J(v^n) = J(v^n, \varepsilon^n)$, совпадают при $\varepsilon^n = 0$, если $\tau_s = \tau_s^*$, где ε – параметры, вводимые для обеспечения сходимости итерационного алгоритма.

Согласно методу возможных направлений [3, 4], введем искусственную переменную σ , вектор с положительными компонентами θ , и определим конус возможных вариаций:

$$K_0 = \{\delta u^n, \delta a^n\} - \sum_{p=1}^r \int_{\tau_0}^{\tau_1} M \left(\frac{\partial H}{\partial u_p} \right) \delta u_p^n d\tau + \sum_{i=1}^{m_0} M \left(\frac{\partial f_s}{\partial a_i} - \int_{\tau_0}^{\tau_1} \frac{\partial H}{\partial a_i} d\tau \right) \delta a_i^n + \theta_s \sigma_s \leq 0, s \in J_1(v^n, \varepsilon^n),$$

$$\sum_{p=1}^r \frac{\partial \Psi_s}{\partial u} \delta u_p^n + \theta_s \sigma_s \leq 0, s \in J_2(u^n, \varepsilon^n), \quad \sum_{i=1}^{m_0} \frac{\partial g_s}{\partial a} \delta a_p^n + \theta_s \sigma_s \leq 0, s \in J_3(a^n, \varepsilon^n). \quad (6)$$

Выберем из всех допустимых вариаций δu_p^n , δa_i^n удовлетворяющих (6) вариации, имеющие наибольшую скорость убывания функционала (2). Вводя нормализацию $\|\delta u_p^n\| \leq 1$, $\|\delta a_i^n\| \leq 1$, приходим к необходимости решения задачи вида

$$\max \left\{ \sigma^n - \sum_{p=1}^r \int_{\tau_0}^{\tau_1} M \left(\frac{\partial H^s}{\partial u_p} \right) \delta u_p^n d\tau + \sum_{i=1}^{m_0} M \left(\frac{\partial f_s}{\partial a_i} - \int_{\tau_0}^{\tau_1} \frac{\partial H^s}{\partial a_i} d\tau \right) \delta a_i^n + \theta_s \sigma_s \leq 0, s \in J_1(v^n, \varepsilon^n) \right.$$

$$\left. \sum_{p=1}^r \frac{\partial \Psi_s}{\partial u_p} \delta u_p^n + \theta_s \sigma_s \leq 0, s \in J_2(u^n, \varepsilon^n), \quad \sum_{i=1}^{m_0} \frac{\partial g_s}{\partial a_p} \delta a_i^n + \theta_s \sigma_s \leq 0, s \in J_3(a^n, \varepsilon^n), \right. \quad (7)$$

$$\left. - \sum_{p=1}^r \int_{\tau_1}^{\tau_1} M \left(\frac{\partial H^0}{\partial u_p} \right) \delta u_p^n d\tau + \sum_{i=1}^{m_0} M \left(\frac{\partial f_0}{\partial a_i} - \int_{\tau_0}^{\tau_1} \frac{\partial H^0}{\partial a_i} d\tau \right) \delta a_i^n + \sigma^n \leq 0 \right\},$$

где $H = \sum_{i=1}^n \Lambda_i(\tau) \phi_i(\tau, x, u, a, b)$; $\Lambda_i(\tau) \neq 0$ – непрерывные случайные функции, определенные следующим образом:

$$\dot{\Lambda}_i = -\frac{\partial H^s}{\partial x_i}, \tau \in [\tau_1, \tau_0], \Lambda_i(\tau_1) = -\frac{\partial f_s}{\partial x_{i1}}, s = 0, \dots, q.$$

Произвольный вектор $(\delta u_p^n, \delta a_i^n, \sigma^n)$, удовлетворяющий (7), при $\sigma \geq 0$ определяет возможные подходящие вариации, так как

$$K = \{\delta u^n, \delta a^n\} - \sum_{p=1}^r \int_{\tau_0}^{\tau_1} M \left(\frac{\partial H^s}{\partial u_p} \right) \delta u_p^n d\tau + \sum_{i=1}^{m_0} M \left(\frac{\partial f_s}{\partial a_i} - \int_{\tau_0}^{\tau_1} \frac{\partial H^s}{\partial a_i} d\tau \right) \delta a_i^n \leq -\theta_s \sigma^n \leq 0, s \in J_1(v^n, \varepsilon^n),$$

$$\sum_{p=1}^r \frac{\partial \Psi_s}{\partial u_p} \delta u_p^n \leq -\theta_s \sigma^n \leq 0, s \in J_2(u^n, \varepsilon^n), \sum_{i=1}^{m_0} \frac{\partial g_s}{\partial a_p} \delta a_p^n \leq -\theta_s \sigma^n \leq 0, s \in J_3(a^n, \varepsilon^n). \quad (8)$$

– есть конус возможных вариаций [],

$$\delta I_0 = - \sum_{p=1}^r M \left(\frac{\partial H^0}{\partial u_p} \right) \delta u_p^n d\tau + \sum_{i=1}^{m_0} M \left(\frac{\partial f_0}{\partial a_i} - \int_{\tau_0}^{\tau_1} \frac{\partial H^0}{\partial a_i} d\tau \right) \delta a_i^n \leq -\sigma^n \leq 0.$$

Следовательно, за счет максимизации σ^n выбираются такие подходящие вариации δu^n , δa^n в направлении которых функционал (2) убывает, а функция $M[H(\tau, x, u, a, b, \Lambda)]$ переменного u почти для всех $\tau \in [\tau_0, \tau_1]$ возрастает достаточно быстро. Основное значение нормализации – это обеспечение единственности решения вспомогательной задачи выбора подходящих вариаций. В направлении наискорейшего спуска $\delta u_p^n = \alpha_p^n \left(\frac{\partial H^0}{\partial a_i} \right)$ задача о выборе возможных вариаций (7) сводится к отысканию конечномерного вектора $(\alpha^n, \delta a^n)$, обеспечивающего

$$\max \left\{ \delta u^n - \sum_{p=1}^r \left[\int_{\tau_0}^{\tau_1} M \left(\frac{\partial H^s}{\partial u_p} \frac{\partial H^0}{\partial u_p} \right) d\tau \right] \alpha_p^n + \sum_{i=1}^{m_0} M \left(\frac{\partial f_s}{\partial a_i} - \int_{\tau_0}^{\tau_1} \frac{\partial H^s}{\partial a_i} d\tau \right) \delta a_i^n + \theta_s \sigma^n \leq 0, s \in J_1(v^n, \varepsilon^n), \right.$$

$$\left. \sum_{p=1}^r \left[M \left(\frac{\partial H^0}{\partial u_p} \right) \frac{\partial \Psi_s}{\partial u_p} \right] \alpha_p^n + \theta_s \sigma^n \leq 0, s \in J_2(u^n, \varepsilon^n), \sum_{i=1}^{m_0} \frac{\partial g_s}{\partial a_p} \delta a_p^n + \theta_s \sigma^n \leq 0, s \in J_3(a^n, \varepsilon^n), \right. \quad (9)$$

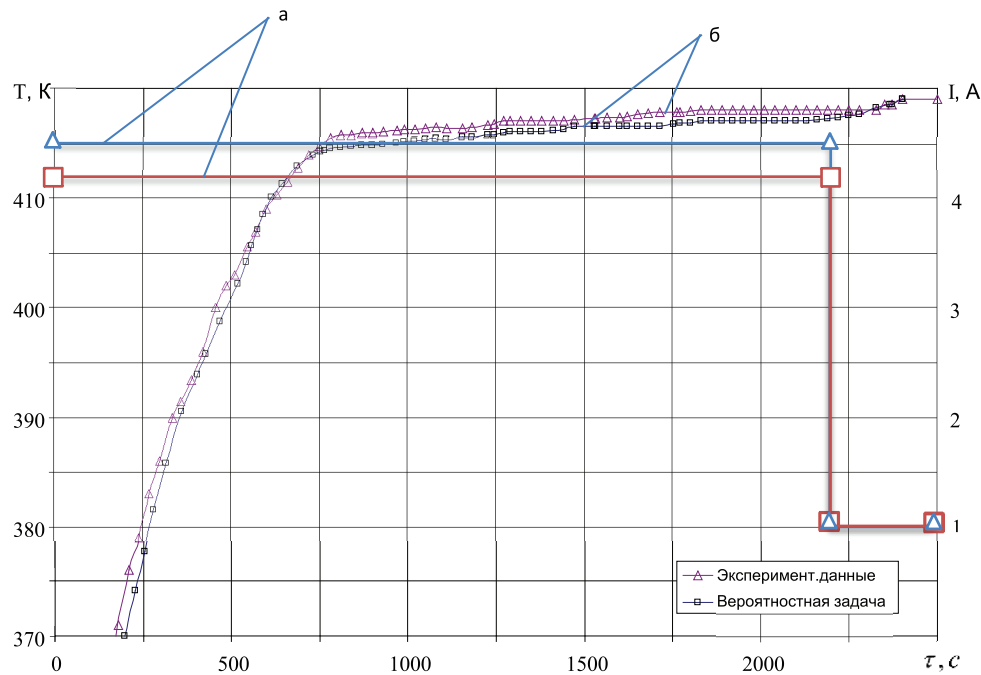
$$\left. - \sum_{p=1}^r \left[\int_{\tau_0}^{\tau_1} M \left(\frac{\partial H^s}{\partial u_p} \frac{\partial H^0}{\partial u_p} \right) d\tau \right] \alpha_p^n + \sum_{i=1}^{m_0} M \left(\frac{\partial f_s}{\partial a_i} - \int_{\tau_0}^{\tau_1} \frac{\partial H^0}{\partial a_i} d\tau \right) \delta a_i^n + \sigma^n \leq 0, \sigma^n \geq 0 \right\}.$$

Здесь коэффициенты при неизвестных α_p^n – известные величины, вычисляемые при u^n , a^n , p^n вдоль n -х траекторий по формулам

$$\dot{\Lambda}_i^s = - \frac{\partial H}{\partial x_i}, \tau \in [\tau_1, \tau_0], \Lambda_i^s(\tau_1) = - \frac{\partial f_s}{\partial x_{i1}}, s = 0, \dots, q. \quad (10)$$

Случайные величины и вектор-функции, входящие в правые части (9), (10), моделируются по их заданным вероятностным характеристикам. Наиболее простую вычислительную схему имеют алгоритмы, построенные на основе метода Монте-Карло (статистических испытаний). Для каждой выборки значений реализаций случайных векторов и вектор-функций при помощи численных методов интегрируется система (10), причем численное интегрирование проводится некоторое количество решений (10) для различных значений реализаций векторов и вектор-функций.

Задача выбора подходящих вариаций (9) является задачей линейного программирования с двухсторонними ограничениями на переменные. При ее решении возникают затруднения, связанные с тем, что задача линейного программирования (8) имеет бесконечное число ограничений. Поэтому, как известно [1, 4], для того, чтобы преодолеть эту трудность, интервал времени $[\tau_0, \tau_1]$ покрывается счетной сеткой с шагом τ , (узлы сетки $\tau_v = v\tau$ ($v = 0, \dots, \tau_1 = (N_\tau)$) и улучшение управляющей функции производится при каждом фиксированном $\tau_v \in [\tau_0, \tau_1]$. Таким образом, решение (9) сводится к приближенному.



Кинетические кривые теплового режима прогрева покрытия марки 1751 (1,5) + 2566 (1,5 + 1,5 + 1,5) при $\delta_{cm} = 4$ мм до и по результатам решения вероятностной задачи

Величина шага h^n , на который следует сместиться в направлении подходящих вариаций $\delta u^n, \delta a^n$, вычисляется как наименьший, положительный корень уравнений

$$\delta I_0 = \sum_{p=1}^r \left[\int_{\tau_0}^{\tau_1} M \left(\frac{\partial H^0}{\partial u_p} \right) d\tau \right] \alpha_p^n + \sum_{i=1}^{m_0} \left(\frac{\partial f_0}{\partial \alpha_i} - \int_{\tau_0}^{\tau_1} \frac{\partial H^0}{\partial u_p} d\tau \right) \delta a_i^n = 0, \quad (11)$$

$$M[f_s(x(\tau_1), x'(\tau_1))] = 0 \quad (s \in J_1), \Psi_s(u) = 0 \quad (s \in J_2), \quad g_s(a) = 0 \quad (s \in J_3). \quad (12)$$

Частные производные и функции вычисляются в точке $(u^n(\tau) + h^n \delta u^n(\tau)|_{\tau \in \tau_s}, a^n + h^n \delta a^n)$; h^n – единственная переменная; $u^n(\tau), a^n, \delta u^n, \delta a^n$ – известные векторы; $\tau_s = \cup_s \tau_s$. Если какое-либо из уравнений (12) не имеет положительных корней, то его наименьший положительный корень полагается равным ∞ .

Определим $\Delta I_0 = I_0(u^{n+1}) - I_0(u^n)$. Поскольку решение задачи имеет в большинстве случаев быструю сходимость по функционалу и несколько медленнее сходится по управлению, то находится также $\Delta H = M[H(u^{n+1}) - H(u^n)]$ для каждого $[\tau_0, \tau_1]$. Производим оценку $\Delta I_0, \Delta H$. Если $|\Delta I_0| < \varepsilon_0, |\Delta H| < \varepsilon_0, J(v^n, \varepsilon^n) = J(v^n)$, после этого итерационный процесс прекращается. В противном случае переходим к определению $u^n(\tau)$,

a^n, p^n и продолжаем вычисления используя новое приближение

$$u^{n+1}(\tau) = u^n(\tau) + h^n \delta u^n(\tau)|_{\tau \in \tau_s},$$

$$a^{n+1} = a^n + h^n \delta a^n.$$

Таким образом, метод возможных направлений предусматривает выбор начального приближения, выбор подходящих вариаций, в направлении которых функционал $I_0(v)$ убывает, а функция $M[H]$ переменного u почти для всех $\tau \in [\tau_0, \tau_1]$ возрастает достаточно быстро, обеспечение условий сходимости процесса к оптимальному решению, определение длины шага и оценку приближений.

Результаты решения задач интенсификации для различных марок ремонтируемых

гуммировочных покрытий [3, 4] представлены на рисунке, где под буквой «а» показаны законы изменения токов нагревательных элементов плит, под буквой «б» – изменение во времени средней по поверхности температуры вулканизируемого участка ремонтируемого покрытия. Кривая 1 описывает изменения средней по поверхности температуры при эксперименте по результатам реализации детерминированной задачи процесса вулканизации, кривая 2 характеризует изменение температуры, полученное при реализации решения вероятностной задачи.

На рисунке «а» представлено управляющее воздействие процессом вулканизации при ремонте покрытия марки 1751 (1,5) + 2566 (1,5 + 1,5 + 1,5) при $\delta_{\text{ст}} = 4$ мм, которое представляет собой кусочно-постоянную функцию. График имеет две ярко выраженные площадки (основной нагрев и остывание в индукторе), что не противоречит физико-химическим основам процесса вулканизации. Первая площадка, находящаяся на уровне 4,2 А, имеет продолжительность 2400 с и соответствует процессу разогрева, вторая – соответствует процессу выдержки.

При сравнении результатов можно сделать обоснованный вывод, что введение в математическую модель формализованных возмущений стохастической природы позволяет существенно снижать максимальные значения токов (до 5–7%) и, как следствие, обеспечивать меньшие затраты электроэнергии.

Характерной особенностью найденных законов является разная высота площадок по отношению к найденным законам про-

цесса ремонта покрытий, что объясняется толщиной нагреваемых участков ремонтируемых покрытий.

Список литературы

1. Боднер В.А. Оптимизация терминальных стохастических систем / В.А. Боднер, Н.Е. Роднищев, Е.П. Юриков. – М.: Машиностроение, 1987. – 208 с.
2. Кафаров В.В. Развитие идей перспективного стохастического программирования для задач химической технологии / В.В. Кафаров, В.И. Бодров, В.Г. Матвейкин // ДАН СССР. – 1989. – Т. 308. – № 4. – С. 918–921.
3. Осипов С.Ю. Технологические режимы при восстановлении гуммировочных покрытий с учетом технико-экономических критериев [Текст]: монография / С.Ю. Осипов, Ю.Р. Осипов, С.А. Шлыков; М-во образования и науки Российской Федерации, Вологодский гос. ун-т. – Вологда: ВоГУ, 2016. – 163 с.
4. Рудобашта С.П. Диффузия в химико-технологических процессах / С.П. Рудобашта, Э.М. Карташов. – М.: КолосС, 2010. – 478 с.
5. Юдин Д.Б. Задачи и методы стохастического программирования / Д.Б. Юдин. – М., 1979.

References

1. Bodner V.A. Optimizacija terminalnyh stohasticheskikh sistem / V.A. Bodner, N.E. Rodnischev, E.P. Jurikov. M.: Mashinostroenie, 1987. 208 p.
2. Kafarov V.V. Razvitie idej perspektivnogo stohasticheskogo programmirovaniya dlja zadach himicheskoy tehnologii / V.V. Kafarov, V.I. Bodrov, V.G. Matvejkin // DAN SSSR. 1989. T. 308. no. 4. pp. 918–921.
3. Osipov S.Ju. Tehnologicheskie rezhimy pri vosstanovlenii gummirovocznyh pokrytij s uchetom tehniko-jekonomicheskikh kriteriev [Tekst] : monografija / S.Ju. Osipov, Ju.R. Osipov, S.A. Shlykov; M-vo obrazovaniya i nauki Rossijskoj Federacii, Vologodskij gos. un-t. Vologda: VoGU, 2016. 163 p.
4. Rudobashta S.P. Diffuzija v himiko-tehnologicheskikh processah / S.P. Rudobashta, Je.M. Kartashov. M.: KolosS, 2010. 478 p.
5. Judin D.B. Zadachi i metody stohasticheskogo programmirovaniya / D.B. Judin. M., 1979.