

УДК 519.86; 519.87

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЗЛОПАМЯТНЫХ И НЕЗЛОПАМЯТНЫХ РОБОТОВ

**Шафер А.Е., Пенский О.Г.**

*ФГБОУ ВО «Пермский государственный национальный исследовательский университет»,  
Пермь, e-mail: ogpensky@mail.ru*

Статья посвящена описанию математических моделей злопамятных и незлопамятных роботов. Предлагаемые модели основаны на авторской гипотезе, говорящей о том, что псевдоэмоции робота представимы в виде амбивалентных псевдоэмоций, состоящих из отрицательных и положительных псевдоэмоций. В статье впервые вводится математическое определение злопамятных и незлопамятных роботов, основанное на коэффициентах памяти, характеризующих свойства роботов при запоминании отрицательных и положительных компонент псевдоэмоции. В статье предлагается способ определения злопамятных или незлопамятных роботов по известной псевдоэмоции робота, основанный на методе нахождения условного экстремума функции нескольких переменных. Приведенные результаты верификации математической модели натурными экспериментами подтверждают адекватность математической модели реальным психологическим качествам человека и дают возможность применения способа определения злопамятного или незлопамятного робота для исследования психологии человека.

**Ключевые слова:** робот, искусственный интеллект, психология робота, психология, эмоции, память

## MATHEMATICAL MODELS VINDICTIVE AND NOT VINDICTIVE ROBOTS

**Shafer A.E., Penskiy O.G.**

*Perm State University, Perm, e-mail: ogpensky@mail.ru*

The article describes the mathematical models resentful and vindictive robots. The proposed model is based on the author's hypothesis that says that the robot emotions represented as ambivalent emotions, consisting of positive and negative emotions. The paper first introduces the mathematical definition of vindictive and forgiving robots, based on the memory of the coefficients characterizing the properties of robots in memorizing negative and positive components of ambivalent emotions. The paper proposes a method for determining the resentful or forgiving robots known robot emotions, based on the method of finding the conditional extremum of a function of several variables. These results verify the mathematical model of natural experiments confirm the adequacy of the mathematical model of a real psychological qualities of the person and allow the use of a method for determining vindictive or forgiving a robot to study human psychology. The results of research presented in the article, can be used in the design of robots with desired qualities and psychological evaluation psychological traits in humans.

**Keywords:** robot, artificial intelligence, robot, psychology, psychology, emotion and memory

В работах [3–5] приведены математические модели, позволяющие имитировать роботами эмоциональное поведение человека. Эмоции человека, имитируемые роботом, назовем псевдоэмоциями, а воспитание робота, полученное в результате псевдоэмоций, назовем псевдовоспитанием. В работе [6] впервые описаны модели комплексных псевдоэмоций робота и комплексных эмоций человека. Частным случаем комплексных псевдоэмоций робота и эмоций человека являются амбивалентные псевдоэмоции и амбивалентные эмоции.

В работе [8] предложена математическая модель амбивалентных псевдоэмоций роботов  $\bar{M}_i(t)$ , которая представляет вектор  $\bar{M}_i(t) = (M_i^+(t), M_i^-(t))$ , где  $M_i^+(t)$  и  $M_i^-(t)$  удовлетворяют условиям  $M_i^+(t) \geq 0$ ,  $M_i^-(t) \leq 0$ ,  $M_i^+(t)$  и  $M_i^-(t)$  удовлетворяют математическому определению псевдоэмоции [5],  $t$  – текущее время действия псевдо-

эмоции,  $i$  – порядковый номер псевдовоспитательного такта,  $i = 1, 2, 3, \dots$  [5].

Введем гипотезу о том, что любая псевдоэмоция робота  $\bar{M}_i(t)$  представима в виде вектора

$$\bar{M}_i(t) = (M_i^+(t), M_i^-(t)).$$

Рассмотрим равномерно забывчивых роботов [5].

Будем считать, что  $M_i^+(t)$  порождает воспитание  $R_i^+(t)$ ,  $M_i^-(t)$  порождает воспитание  $R_i^-(t)$ , где

$$R_i^+(t) = r_i^+(t) + \theta^+ R_{i-1}^+(t);$$

$$R_i^-(t) = r_i^-(t) + \theta^- R_{i-1}^-(t); \quad r_i^+(t) = \int_0^t M_i^+(\tau) d\tau;$$

$$r_i^-(t) = \int_0^t M_i^-(\tau) d\tau,$$

где  $R_i^+(t)$  – псевдовоспитание робота, порожденное неотрицательной компонентой

амбивалентной псевдоэмоции  $M_i^+(t)$ ;  $R_i^-(t)$  – псевдовоспитание робота, порожденное неотрицательной компонентой амбивалентной псевдоэмоции  $M_i^-(t)$ ,  $r_i^+(t)$ ,  $r_i^-(t)$  – элементарные псевдовоспитания роботов, порожденные псевдоэмоциями  $M_i^+(t)$  и  $M_i^-(t)$  соответственно;  $\theta^+$  и  $\theta^-$  – коэффициенты памяти положительной компоненты и отрицательной компоненты амбивалентной псевдоэмоции, характеризующие запоминание роботом псевдовоспитаний  $R_{i-1}^+(t)$  и  $R_{i-1}^-(t)$  соответственно,  $\theta^+ \in [1, 1]$ ,  $\theta^- \in [1, 1]$ .

Введем следующее **определение**.

Незлопамятным роботом назовем робота, для которого справедливо неравенство  $\theta^+ > \theta^-$ , робота для коэффициентов памяти которого выполняется  $\theta^+ < \theta^-$ , назовем злопамятным.

**Способ разложения псевдоэмоции на вектор амбивалентных псевдоэмоций**

Предположим, что робот испытал единственную псевдоэмоцию  $M_0$ , породившую псевдовоспитание  $R_0$ , которое соответствует паре псевдовоспитаний  $(R_0^+, R_0^-)$ , причем справедливо соотношение

$$R_0 = R_0^+ + R_0^-.$$

Пусть при фиктивном такте [5] с порядковым номером  $i$  робот имеет псевдовоспитание  $R_i$ , причем справедливы формулы

$$R_i = R_i^+ + R_i^-; R_i^+ = (\theta^+)^i R_0^+; R_i^- = (\theta^-)^i R_0^-.$$

Пусть выполнено  $n$  фиктивных тактов [5]. Пусть для каждого из фиктивных тактов на основе экспериментов измерено значение псевдовоспитания робота  $R_i^{\text{экс}}$  в конце фиктивного такта с номером  $i$ . Отметим, что в работе [7] описан один из способов измерения псевдовоспитаний и псевдоэмоций, поэтому допущение о возможности измерения  $R_i^{\text{экс}}$  не является критичным.

Для фиктивного такта с номером  $i$  значение отклонения экспериментального псевдовоспитания от расчетного псевдовоспитания зададим формулой

$$\delta_i = \left( R_i^{\text{экс}} - (\theta^+)^i R_0^+ - (\theta^-)^i R_0^- \right)^2.$$

Очевидно, что для фиктивных тактов, количество которых равно  $n$ , суммарное значение отклонения экспериментального псевдовоспитания от расчетного псевдовоспитания  $\Delta$  удовлетворяет соотношению

$$\Delta(\theta^+, R_0^+, \theta^-, R_0^-) = \sum_{i=1}^n \delta_i = \sum_{i=1}^n \left[ R_i^{\text{экс}} - (\theta^+)^i R_0^+ - (\theta^-)^i R_0^- \right]^2. \tag{1}$$

Очевидно, что для того, чтобы величины  $\theta^+$ ,  $\theta^-$ ,  $R_0^+$ ,  $R_0^-$  адекватно описывали псевдовоспитательный процесс при фиктивных тактах, величина  $\Delta$  должна быть минимальна с учетом следующих ограничений:

$$\theta^+ \in [0, 1]; \theta^- \in [0, 1]; R_0^+ \geq 0; R_0^- \leq 0. \tag{2}$$

Используем метод Лагранжа [6] для определения условного экстремума функции (1) с ограничениями (2).

Стоит отметить, что для однозначного определения значений  $\theta^+$ ,  $R_0^+$ ,  $\theta^-$ ,  $R_0^-$  необходимо выполнение неравенства  $n \geq 4$ .

Для решения поставленной задачи разработана программа в пакете Mathematica [2]. Входными параметрами для программы является набор чисел  $R_1^{\text{экс}}, R_2^{\text{экс}}, \dots, R_n^{\text{экс}}$ .

На выходе программа возвращает значения, для которых значение целевой функции  $\Delta$  минимально.

Приведем примеры определения значений  $\theta^+$ ,  $R_0^+$ ,  $\theta^-$ ,  $R_0^-$ , полученные на основе разработанной программы по заданным экспериментальным значениям.

**Пример 1**

Для следующих значений псевдовоспитаний:  $R_1^{\text{экс}} = 100$ ,  $R_2^{\text{экс}} = 70$ ,  $R_3^{\text{экс}} = 20$ ,  $R_4^{\text{экс}} = 5$  получены соответствующие значения  $\theta^+$ ,  $R_0^+$ ,  $\theta^-$ ,  $R_0^-$ :  $R_0^+ = 380$ ,  $R_0^- = -280$ ,  $\theta^+ = 0,24$ ,  $\theta^- = 0,07$ .

Таким образом, согласно введенному выше определению можно сделать вывод о том, что рассмотренный робот является незлопамятным.

**Пример 2**

Для численных значений входных параметров псевдовоспитаний робота

$$R_1^{\text{экс}} = 100, R_2^{\text{экс}} = 89, R_3^{\text{экс}} = 74, R_4^{\text{экс}} = 57$$

получены следующие значения  $\theta^+$ ,  $R_0^+$ ,  $\theta^-$ ,  $R_0^-$ :

$$R_0^+ = 176, R_0^- = -76, \theta^+ = 0,46, \theta^- = 0,72.$$

Таким образом, можно сделать вывод о том, что этот робот является злопамятным.

Легко видеть, что, задавая коэффициенты  $\theta^+$ ,  $\theta^-$ , можно проектировать злопамятных или незлопамятных роботов. В этом случае для определения величин  $R_0^+$ ,  $R_0^-$  необходимо минимизировать целевую функцию (1) с заданными коэффициентами  $\theta^+$ ,  $\theta^-$  при выполнении условия (2). Таким образом, количество необходимых экспериментальных значений для определения  $R_0^+$ ,  $R_0^-$  уменьшается до двух.

### Исследование математической модели

При изучении математической модели на устойчивость каждый из входных параметров  $R_1^{\text{эксп}}$ ,  $R_2^{\text{эксп}}$ ,  $R_3^{\text{эксп}}$ ,  $R_4^{\text{эксп}}$  увеличивался на величину  $\sigma$ , равную 1% от эталонного значения. Эталонное значение соответствует данным второй строки табл. 1.

Анализ табл. 1 позволяет утверждать, что изменение исходных параметров на 1% влечет изменение параметров, возвращаемых моделью, не более чем на 18%. Таким образом, математическая модель устойчива относительно входных параметров.

Предлагая метод определения злопамятности или незлопамятности робота, целью которого является построение робота – психологического аналога человека, важно верифицировать математическую модель натурными экспериментами, проведенными с людьми.

В работе [9] описана компьютерная программа, позволяющая численно измерять эмоциональное состояние человека на основе микровибраций его головы. В работе [7] описаны экспериментальные значения воспитаний человека для фиктивных тактов. Эти значения помещены в табл. 2. На основе решения задачи минимизации функции (1) при ограничениях (2) вычислены значения коэффициентов  $\theta^+$ ,  $\theta^-$  для испытуемых, которые также приведены в табл. 2. Соответствие рассчитанных коэффициентов памяти результатам экспертного оценивания, проведенного с помощью известных психологических методов определения злопамятности или незлопамятности человека, приведены в последней колонке табл. 2.

Анализ табл. 2 позволяет утверждать, что предложенная методика определения злопамятных или незлопамятных людей позволяет получать верные результаты в 87% случаев.

Таблица 1

Характеристики устойчивости модели

	$R_0^+$	$R_0^-$	$\theta^+$	$\theta^-$
$R_1^{\text{эксп}}, R_2^{\text{эксп}}, R_3^{\text{эксп}}, R_4^{\text{эксп}}$	380	-280	0,24	0,07
$R_1^{\text{эксп}}, R_2^{\text{эксп}}, R_3^{\text{эксп}}, R_4^{\text{эксп}} + \sigma$	366	-266	0,24	0,07
$R_1^{\text{эксп}}, R_2^{\text{эксп}}, R_3^{\text{эксп}} + \sigma, R_4^{\text{эксп}}$	431	-331	0,23	0,08
$R_1^{\text{эксп}}, R_2^{\text{эксп}} + \sigma, R_3^{\text{эксп}}, R_4^{\text{эксп}}$	365	-265	0,24	0,06
$R_1^{\text{эксп}} + \sigma, R_2^{\text{эксп}}, R_3^{\text{эксп}}, R_4^{\text{эксп}}$	380	-280	0,24	0,07

Таблица 2

Результаты верификации модели натурными экспериментами

№ п/п	$R_1^{\text{эксп}}$	$R_2^{\text{эксп}}$	$R_3^{\text{эксп}}$	$R_4^{\text{эксп}}$	$\theta^+$	$\theta^-$	Экспертная оценка
1	227	202	174	148	0,84	0,34	Незлопамятные
2	148	145	142	139	0,97	0,92	Незлопамятные
3	151	140	126	112	0,88	0,39	Незлопамятные
4	162	160	154	148	0,96	0,06	Незлопамятные
5	211	181	150	122	0,79	0,48	Незлопамятные
6	157	151	145	134	0,8	0,83	Злопамятные
7	227	209	193	171	0,81	0,78	Незлопамятные
8	193	183	176	165	0,89	0,89	Злопамятные

### Заключение

Таким образом, в настоящей публикации впервые предложена математическая модель злопамятных и незлопамятных роботов, основанная на амбивалентных псевдоэмоциях. Эта модель позволяет проектировать роботов с заданными психологическими характеристиками (злопамятностью и незлопамятностью). На основе проведенных численных и натуральных экспериментов можно сделать вывод о том, что способ определения злопамятных или незлопамятных роботов адекватно отражает реальные психологические качества человека.

Предложенная модель злопамятных и незлопамятных роботов может быть использована при разработке нового класса компьютерных игр, учитывающих психологическое поведение их героев. Одним из возможных применений предложенного в статье метода определения злопамятных или незлопамятных людей может быть, например, определение психологических качеств человека при приеме на работу, формирование групп людей, члены которых будут наиболее дружелюбно настроены друг к другу, что, на наш взгляд, будет определять отсутствие конфликтов в группе при выполнении заданий, и т.д.

### Список литературы

1. Галеев Э.М. Оптимизация. Теория. Примеры. Задачи: учеб. для вузов. – М.: Эдиториал УРСС, 2000. – 320 с.
2. Пакет Математика [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.exponenta.ru/educat/systemat/lerner/1.asp> (дата обращения: 01.03.2016).
3. Пенский О.Г. Гипотезы и алгоритмы математической теории исчисления эмоций / О.Г. Пенский, П.О. Зонova. – Пермь: Перм. гос. ун-т, 2009. – 152 с.

4. Пенский О.Г. Математические модели эмоциональных роботов. – Пермь: Перм. гос. ун-т, 2010. – 192 с.

5. Пенский О.Г. Основы математической теории эмоциональных роботов / О.Г. Пенский, К.В. Черников. – Пермь: Перм. гос. ун-т, 2010. – 256 с.

6. Пенский О.Г. Модели амбивалентных эмоций роботов / О.Г. Пенский, К.В. Черников // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. – 2010. – № 3(3). – С. 97–95.

7. Черников К.В. Математические модели роботов с неабсолютной памятью: автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. физ.-мат. наук. (05.13.18) / Черников Кирилл Викторович; Пермский национальн. исслед. политехн. ун-т. – Пермь, 2013. – 16с.

8. Шафер А.Е. Модель амбивалентных эмоций робота // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. – 2015. – № 2(29). – С. 63–67.

9. ЭЛСИС [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.elsys.ru/> (дата обращения: 12.12.2015).

### References

1. Galeev E.M. Optimizaciya. Teoriya. Primery. Zadachi. Moskva: Editorial URSS, 2000. 320 p.
2. Paket Matematika (2016), Available at: <http://www.exponenta.ru/educat/systemat/lerner/1.asp> (accessed: 01 March 2016).
3. Penskiy O.G., Zonova P.O. Gipotezy i algoritmy matematicheskoi teorii ischisleniya emocii. Perm: Perm. gos. un-t, 2009. 152 p.
4. Penskiy O.G., Chernikov K.V. Osnovy matematicheskoi teorii emocionalnyh robotov. Perm: Perm. gos. un-t, 2010. 256 p.
5. Penskiy O.G., Chernikov K.V. Osnovy matematicheskoi teorii emocionalnyh robotov. Perm: Perm. gos. un-t, 2010. 256 p.
6. Penskiy O.G., Chernikov K.V. Modeli ambivalentnyh emocii robotov. – Vestnik Permskogo universiteta. Matematika. Mehanika. Informatika, 2010, no. 3(3), pp. 97–95.
7. Chernikov K.V. Matematicheskie modeli robotov s neabsolyutnoi pamyatyu: avtoref. dis. na soisk. uchen. step. kand. fiz.-mat. nauk. Perm; Permskii nacionaln. issled. politehn. un-t. Perm, 2013. 16p.
8. Shafer A.E. Model ambivalentnyh emocii robota – Vestnik Permskogo universiteta. Matematika. Mehanika. Informatika, 2015, no. 2(29), pp. 63–67.
9. ELSYS (2012), Available at: <http://www.elsys.ru/> (accessed: 12 Desember 2015).