

УДК 626-337

РАСЧЕТ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОТОКА В ВИХРЕВОЙ КАМЕРЕ ДЛЯ ЗАЩИТЫ НИЖНИХ БЬЕФОВ ГИДРОУЗЛОВ ОТ РАЗМЫВА

Поздеев А.Г., Кузнецова Ю.А.

*ФГБОУ ВО «Поволжский государственный технологический университет»,
Йошкар-Ола, e-mail: PozdeevAG@volgatech.net, KuznetsovaYA@volgatech.net*

В статье рассматривается автоматизированная методика расчета мобильного аналога вихревой галереи М.В. Потапова для защиты нижних бьефов гидроузлов от формирования воронок размыва. В качестве основной составляющей, формирующей вихри, направленные нормально основному потоку, используется вихревая камера. Для расчета используются уравнения процессов стационарного движения идеальной жидкости в вихревой камере в форме Громеки – Ламба при отсутствии внешних объемных сил. Решение указанных уравнений в прикладной среде MathCAD позволило установить линейную и угловую скорости вихря, распределение давления в камере, зависимость коэффициента использования сечения камеры и на этой основе определить величину завихренности потока, формируемого системой. Экстремальное значение коэффициента использования сечения вихревой камеры достигается за счет увеличения живого сечения потока, выходящего из камеры, и снижения тангенциальных скоростей в точках, расположенных на оси камеры.

Ключевые слова: гидроузел, нижний бьеф, размыв, идеальная жидкость, уравнения Громеки-Ламба, вихревая камера, коэффициент использования сечения камеры, эффект запираания, MathCAD

CALCULATION OF KINEMATIC CHARACTERISTICS OF FLOW IN VORTEX CHAMBER FOR HYDROSYSTEM TAILRACE PROTECTION AGAINST EROSION

Pozdeev A.G., Kuznetsova Yu.A.

*Volga State University of Technology, Yoshkar-Ola,
e-mail: PozdeevAG@volgatech.net, KuznetsovaYA@volgatech.net*

In the paper there is discussed an automated method of calculating a mobile analog of the vortex gallery of M.V. Potapov in order to protect the hydrosystem tailraces against erosion pool formation. The vortex chamber is used as the main component, forming vortices directed normal to the main flow. The calculation is based on the Gromeka-Lamb equations of perfect liquid motion in the vortex chamber without external body forces. The solution of these equations in MathCAD software environment allowed to establish linear and angular vortex velocities, pressure distribution in the chamber, and dependence of the chamber cross-section utilization factor, as well as to determine on this basis the vorticity of the flow, generated by the system. Extreme value of the chamber cross-section utilization factor is achieved by increasing the effective cross-section of the flow, running out of the chamber, and by reducing the tangential velocities at points located on the chamber axis.

Keywords: hydrosystem, tailrace, erosion, perfect liquid, Gromeka – Lamb equations, vortex chamber, chamber cross-section utilization factor, blocking effect, MathCAD

В работе рассматривается применение искусственной поперечной циркуляции для защиты нижних бьефов гидроузлов от размыва [4]. Наиболее эффективным среди известных способов регулирования русловых процессов, основанных на создании искусственной поперечной циркуляции, является использование донных галерей М.В. Потапова [5]. Расчеты действия поперечных донных галерей в MathCAD по методу источников для условий водосливной плотины Чебоксарской ГЭС показали их недостаточную эффективность [3]. С учетом того, что галерея не может быть установлена непосредственно в месте размыва, ее применение малоэффективно. Установка галерей на действующем гидроузле является сложной технической задачей. Это вызывает не-

обходимость разработки регуляторов скорости потока, основанных на новом принципе действия.

При использовании в качестве средств регулирования кинематических характеристик водного потока распределенных завихрений могут быть получены новые технические решения (рис. 1), позволяющие реализовать гашение придонных скоростей до уровня, обеспечивающего устойчивость дна нижнего бьефа.

Конструкция устройства для защиты нижних бьефов гидроузлов от размыва на основе систем гидравлически коротких трубопроводов состоит из ряда вихревых камер (рис. 1), расположенных поперек руслового потока подобно поперечной вихревой галерее. Жидкость поступает в каждую из камер

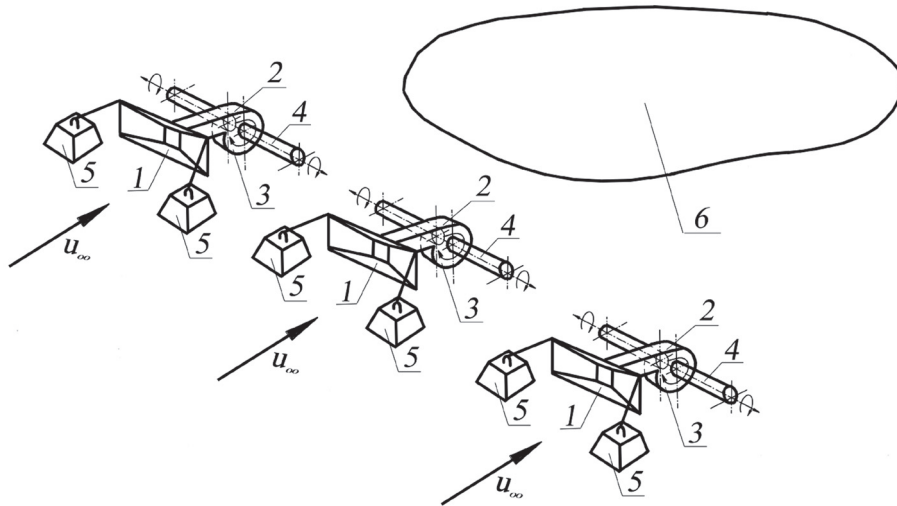


Рис. 1. Расположение системы вихревых камер в потоке:
1 – конфузор; 2 – подводящий патрубок; 3 – камера; 4 – направляющий патрубок;
5 – донный якорь; 6 – область размыва

через конфузоры 1, в которых ее скорость возрастает, а затем посредством поворотного патрубка 2 направляется в вихревую камеру 3. Из вихревой камеры 3 циркуляционный поток через патрубок 4 направляется наружу. При соединении завихренных потоков смежных камер образуется вихревая структура достаточной длины, имеющая направление вращения, замедляющее скорость в придонном слое.

В качестве математической модели предлагаемых регуляторов может использоваться теория вращательного движения идеальной жидкости [1]. Для описания поступательно-вращательного движения потока использованы уравнения динамики идеальной жидкости в форме Громеки – Ламба в пренебрежении внешними объемными силами.

В цилиндрической системе координат r , θ , z вихрь постоянного радиуса имеет угловую скорость [2]

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{du_\tau}{dr} + \frac{u_\tau}{r} \right), \quad (1)$$

где u_τ – касательная скорость в плоскости вихря; r – радиальная координата частицы вихря.

В области за пределами вихря вращение частиц отсутствует, поэтому $\omega_z = 0$, и

$$\frac{du_\tau}{u_\tau} = \frac{dr}{r}. \quad (2)$$

При постоянной интегрирования, выраженной через циркуляцию скорости Γ , интегрирование равенства (2) дает

$$u_\tau = \frac{\Gamma}{2\pi r}. \quad (3)$$

При совпадении вращения вихря с осью z и давлении в бесконечности p_∞ уравнение Бернулли имеет вид

$$\frac{p}{\rho} + \frac{u_\tau^2}{2} = \frac{p_\infty}{\rho}, \quad (4)$$

где p – текущее давление; ρ – плотность жидкости.

Избыточное давление при касательных скоростях в поле вихря $u_\tau = \frac{\Gamma}{2\pi r}$ равно

$$p - p_\infty = -\frac{\rho\Gamma^2}{8\pi^2 r^2}. \quad (5)$$

Приращение давления при циркуляции скорости $\Gamma = 2\pi r_c^2 \omega_z$ и радиусе камеры r_c равно

$$dp = \left(\frac{\rho\omega_z^2}{2} \right) dr_c. \quad (6)$$

Интегрируя (6) при $p = \text{const}$, $\omega_z = \text{const}$, и постоянной $C = p_\infty - \rho\omega_z^2 r_c^2$, найдем

$$p - p_\infty = \frac{\rho\omega_z^2 (r^2 - 2r_c^2)}{2}. \quad (7)$$

Площадь сечения вихря, через которое жидкость движется поступательно, равна

$$S = \pi(r^2 - r_c^2). \quad (8)$$

Коэффициент использования сечения вихря равен

$$\varepsilon = 1 - \left(\frac{r_c}{r}\right)^2. \quad (9)$$

Интеграл Громеки для несжимаемой идеальной жидкости имеет вид

$$\frac{p_{\text{вх}}}{\rho g} + \frac{u_{\text{вх}}^2}{2g} = \frac{p_{\text{вх}}}{\rho g} + \frac{u_{\tau}^2}{2g} + \frac{u_z^2}{2g} = H, \quad (10)$$

где $u_{\text{вх}}$, u_{τ} , u_z – полная, тангенциальная и осевая скорости, $u_{\text{вх}}^2 = u_{\tau}^2 + u_z^2$; H – напор, м.

Проектируя силы на направление радиуса, имеем

$$dP - dF = 0, \quad (11)$$

где dP – элементарная сила давления на стенку; dF – элементарная центробежная сила.

Величина элементарной внутренней силы давления на стенки камеры равна

$$dP = dpS_{\text{бок}} = dp2\pi rl, \quad (12)$$

где dp – элементарное внутреннее давление; $S_{\text{бок}}$ – площадь боковой поверхности, $S_{\text{бок}} = 2\pi rl$; r , l – внутренний радиус и длина участка камеры.

Элементарная центробежная сила равна

$$dF = dma_{\text{цб}} = (\rho S_{\text{бок}} dr) \left(\frac{u_{\tau}^2}{r} \right), \quad (13)$$

где dm – масса слоя жидкости, $dm = \rho S_{\text{бок}} dr$; $a_{\text{цб}}$ – центробежное ускорение,

$$a_{\text{цб}} = \frac{u_{\tau}^2}{r}. \quad (14)$$

Из условия $dF = dP$ получаем равенство

$$dp = \rho \left(\frac{u_{\tau}^2}{r} \right) dr. \quad (15)$$

Из сохранения момента количества движения найдем

$$r = \frac{u_{\text{вх}} r_{\text{вх}}}{u_{\tau}}. \quad (16)$$

Дифференцируем последнюю формулу

$$dr = -\frac{u_{\text{вх}} r_{\text{вх}}}{u_{\tau}^2} du_{\tau} = -\frac{u_{\tau} r}{u_{\tau}^2} du_{\tau} = -\frac{r}{u_{\tau}} du_{\tau} \quad (17)$$

и, подставляя в уравнение (14), получим

$$dp = -\rho u_{\tau} du_{\tau}. \quad (18)$$

Интегрируем полученное выражение, найдем

$$\frac{p}{\rho g} = -\frac{u_{\tau}^2}{2g} + C. \quad (19)$$

Из условия на границе ядра вихря $u_{\tau} = u_{\text{тм}}$ следует

$$C = \frac{v_{\text{тм}}^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g}. \quad (20)$$

Поэтому

$$\frac{p}{\rho g} = -\frac{u_{\tau}^2}{2g} + \frac{v_{\text{тм}}^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g}. \quad (21)$$

Сопоставляя уравнения (10) и (21), получим

$$H = \frac{u_{\text{тм}}^2}{2g} + \frac{u_z^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g}. \quad (22)$$

Уравнение неразрывности потока имеет вид

$$Q = u_0 \varepsilon \pi r_0^2,$$

с другой стороны,

$$Q = u_{\text{вх}} \pi r_{\text{вх}}^2,$$

где $u_{\text{вх}}$, $r_{\text{вх}}$, u_0 , r_0 – скорость и радиус входного и выходного сечений камеры.

Сравнивая эти два выражения, получим

$$u_{\text{вх}} = u_0 \varepsilon \left(\frac{r_0}{r_{\text{вх}}} \right)^2, \quad (23)$$

или, с учетом сохранения момента количества движения для неразрывной струи $u_{\text{вх}} R_{\text{вх}} = u_{\tau} r$,

$$u_{\tau} = u_z \left(\frac{R_{\text{вх}}}{r} \right) \left(\frac{r_0}{r_{\text{вх}}} \right)^2 \quad \text{и} \quad u_z = \sqrt{u_0^2 - u_{\tau}^2}, \quad (24)$$

где $R_{\text{вх}}$ – плечо частицы потока, равное расстоянию от оси вращения потока до центра тяжести камеры, $R_{\text{вх}} = R_{\text{к}} - r_{\text{вх}}$; $R_{\text{к}}$ – радиус камеры.

Из (24) тангенциальная скорость около стенки насадка $r = r_0$ равна

$$u_{\tau 0} = \frac{u_z \varepsilon (R_{\text{к}} - r_{\text{вх}}) r_0}{r_{\text{вх}}^2}. \quad (25)$$

Та же скорость на границе вихря, где нет избыточного давления и $r = r_m$,

$$u_{\text{тм}} = u_z \varepsilon \frac{(R_{\text{к}} - r_{\text{вх}}) r_0^2}{r_{\text{вх}}^2 r_m}. \quad (26)$$

Отсюда, принимая во внимание выражение (9), получаем

$$u_{\text{тм}} = \frac{u_z A \varepsilon}{\sqrt{1 - \varepsilon}}, \quad (27)$$

где A – геометрическая характеристика вихревой камеры

$$A = \frac{(R_k - r_{\text{вк}}) r_0}{r_{\text{вк}}^2}. \quad (28)$$

Подставляя значение из выражений (21) и (27) и решая полученное уравнение относительно Δp , находим

$$\frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{u_3^2}{2n} \left(\frac{1}{\varepsilon^2} + \frac{A^2}{1 - \varepsilon} \right), \quad (29)$$

где $\frac{\Delta p}{\rho g} = H - p_z / \rho g$; $u_3 = u_z \varepsilon$.

Отсюда

$$u_3 = \xi \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}, \quad (30)$$

где ξ – коэффициент скорости.

Далее рассматривается расчет в среде MathCAD кинематических характеристик потока, формируемого конструкцией, выполненной в виде вихревой камеры [2].

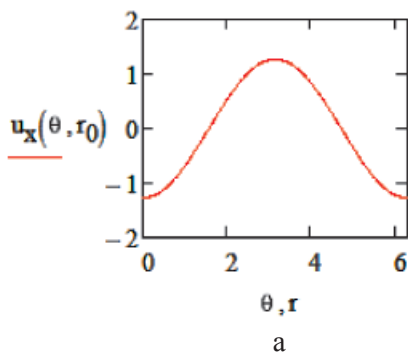
Численное моделирование в среде MathCAD

Циркуляция скорости $\Gamma := 2 \text{ м}^2/\text{с}$.

Радиус входного патрубка вихревой камеры $r_0 := 0,25 \text{ м}$.

Линейная скорость на границе входного патрубка вихревой камеры

$$u_{\tau 0} := \frac{\Gamma}{2 \cdot \pi \cdot r_0} = 1,273 \text{ м/с}.$$



Текущий полярный радиус-вектор $r := 0 \dots r_0 \text{ м}$.

Текущий угол поворота полярного радиуса-вектора $\theta := 0, \pi/180 \dots 4 \cdot \pi \text{ м}$.

Компоненты декартовой системы координат $x(\theta, r) := r \cdot \cos(\theta)$, м; $y(\theta, r) := r \cdot \sin(\theta)$, м.

Проекция скорости точки вихря на оси декартовой системы координат (рис. 2):

$$u_x(\theta, r) := \frac{\Gamma}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{x(\theta, r)}{x(\theta, r)^2 + y(\theta, r)^2}, \text{ м/с};$$

$$u_y(\theta, r) := \frac{\Gamma}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{y(\theta, r)}{x(\theta, r)^2 + y(\theta, r)^2}, \text{ м/с}.$$

Угловая скорость на границе входного патрубка

$$\omega_{\tau 0} := \frac{u_{\tau 0}}{r_0} = 5,093 \text{ рад/с}.$$

Текущая температура воздуха $t := 14^\circ\text{C}$.

Текущая температура воздуха

$$T := t + 273,5 = 287,5 \text{ К}.$$

Регрессионная зависимость плотности воды от температуры

$$\rho(t) := (1000 - 0,062 \cdot t - 0,00355 \cdot t^2) = 999,082 \text{ кг/м}^3.$$

Ускорение свободного падения $g := 9,81 \text{ м/с}^2$.

Удельный расход плотины $q := 4,66 \text{ м}^3/\text{с}$.

Скорость течения в нижнем бьефе $v_{\text{н}} := 0,83 \text{ м/с}$.

Глубина потока в нижнем бьефе

$$H_{\text{нб}} := \frac{q}{v_{\text{н}}} = 5,614 \text{ м}.$$

Глубина погружения рассматриваемой точки потока $h := 0 \dots H_{\text{нб}}$, м.

Гидростатическое давление

$$p_0(h) := \rho(T) \cdot g \cdot h, \text{ Па}$$

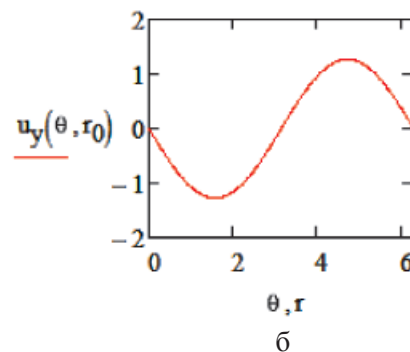


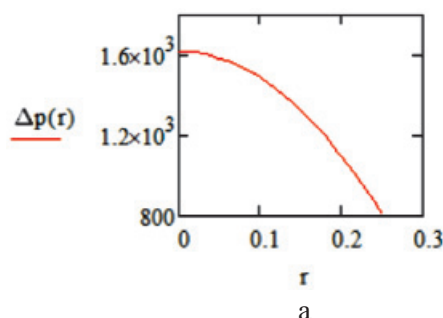
Рис. 2. Компоненты линейной скорости вихря в проекции на оси координат x, y , м

Избыточное давление в центре вихря
 $\Delta p_c := -\rho(T) \cdot \Gamma^2 / 8 \cdot \pi^2 \cdot r_0^2 = -558,276 \text{ Па}.$

Текущий полярный радиус-вектор
 $r := 0,001 \dots r_0, \text{ м}.$

Распределение давления в ядре вихря во входном патрубке вихревой камеры (рис. 3, а)

$$\Delta p(r) := -\frac{\rho \cdot \omega_{\tau 0}^2}{2} \cdot (r^2 - 2 \cdot r_0^2), \text{ Па}.$$



Осевая скорость в вихревой камере

$$u_z := \sqrt{u_0^2 - u_{\tau}^2} = 9,995 \text{ м/с}.$$

Геометрическая характеристика вихревой камеры

$$A := (r_{\text{вх}} - r_0) \cdot \frac{r_0}{r_{\text{вх}}^2}.$$

Коэффициент скорости (рис. 4, а)

$$\xi(\varepsilon_i) := 1 / \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_i^2} + \frac{A}{1 - \varepsilon_i}}.$$

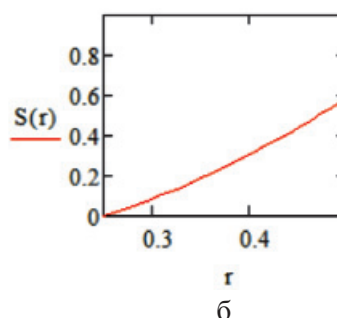


Рис. 3. Изменение давления в ядре вихря (а) и живого сечения (б) от радиуса

Входной радиус вихревой камеры
 $r_{\text{вх}} := 0,5 \text{ м}.$

Текущий радиус вихревой камеры
 $r := r_0, r_0 + 0,01 \dots r_{\text{вх}}, \text{ м}.$

Площадь сечения, через которую жидкость движется поступательно (рис. 3, б)

$$S(r) := \pi \cdot (r^2 - r_0^2), \text{ м}^2.$$

Коэффициент использования сечения вихря (рис. 4, а) $\varepsilon(r) := 1 - (r_0/r)^2$; $\varepsilon_i := \varepsilon(r).$

Осевая скорость на выходе из патрубка
 $u_0 := 10,0 \text{ м/с}.$

Коэффициент использования сечения вихря при входе в вихревую камеру

$$\varepsilon_{\text{вх}} := 1 - \left(\frac{r_0}{r_{\text{вх}}} \right)^2 = 0,75.$$

Осевая скорость на входе в вихревую камеру

$$u_{\text{вх}} := u_0 \cdot \varepsilon_{\text{вх}} \cdot \left(\frac{r_0}{r_{\text{вх}}} \right)^2 = 1,875 \text{ м/с}.$$

Плечо частицы потока от оси вращения до центра тяжести камеры $R_{\text{вх}} := r_{\text{вх}} - r_0, \text{ м}.$

Тангенциальная скорость в вихревой камере

$$u_{\tau} := u_{\tau 0} \cdot \frac{R_{\text{вх}}}{r_0} \cdot \frac{r_0}{r_{\text{вх}}} = 0,318 \text{ м/с}.$$

Из графика (рис. 4, б) следует, что в зависимости от коэффициента использования сечения вихревой камеры может установиться тот или иной расход. При очень больших или очень малых коэффициентах использования сечения вихревой камеры коэффициент расхода принимает малые значения. В первом случае расход уменьшается за счет малых живых сечений для прохода жидкости, во втором случае – малые значения продольной скорости, снижающиеся за счет с создания больших тангенциальных скоростей в точках, расположенных близко к оси камеры, приводят к уменьшению осевого расхода.

Интерпретация результатов

В результате расчета кинематических характеристик потока в вихревой камере установлено, что в зависимости от коэффициента использования сечения расход через камеру может принимать экстремальное значение. При очень больших или очень малых коэффициентах использования сечения вихревой камеры коэффициент расхода принимает малые значения вплоть до «запирания» системы. В первом случае расход уменьшается за счет малых сечений для прохода жидкости, во втором случае – малые значения продольные скорости, снижающиеся за счет создания больших тангенциальных

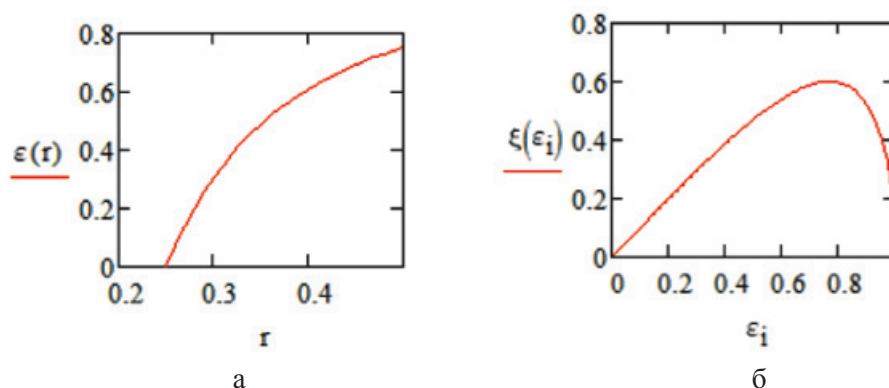


Рис. 4. Зависимость коэффициента использования сечения камеры от ее радиуса (а) и коэффициента скорости от коэффициента использования сечения (б)

скоростей в точках, расположенных близко к оси камеры, приводят к уменьшению осевого расхода.

Разработанная информационно-технологическая модель, реализованная в среде MathCAD, позволяет автоматизировать процесс расчета кинематических параметров устройства для гидродинамической защиты нижних бьефов гидроузлов от русловых деформаций на основе систем гидравлически коротких трубопроводов.

Список литературы

1. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. – М.: Мир, 1973. – 758 с.
2. Киясбейли А.Ш. Вихревые счетчики-расходомеры / А.Ш. Киясбейли, М.Е. Перельштейн. – М.: Машиностроение, 1974. – 160 с.
3. Кузнецова Ю.А. Средства инженерно-экологической защиты нижних бьефов гидроузлов: монография. – Йошкар-

Ола: Поволжский государственный технологический университет, 2014. – 260 с.

4. Поздеев А.Г. Размыв нижних бьефов гидротехнических сооружений турбулентным потоком / А.Г. Поздеев, Ю.А. Кузнецова // Научно-технический вестник Поволжья. – 2015. – № 5. – С. 263–265.

5. Потапов М.В. Сочинения. – М.: Госиздат, 1950. – Т. 1. – 397 с.; 1951, Т. 2. – 518 с.

References

1. Bjetcheloz Dzh. Vvedenie v dinamiku zhidkosti [Introduction to flow dynamics]. Moscow, Mir, 1973. 758 p.
2. Kijasbejli A. Sh., Perelshtejn M. E. *Vihrevye schetchiki-rashodometry* [Vortex flow meters]. Moscow, Mashinostroenie, 1974. 160 p.
3. Kuznetsova Y. A. *Sredstva inzhenerno-jekologicheskoy zashhity nizhnih befov gidrouzlov: monografija* [Engineering and environmental protection facilities in hydrosystem tailraces: monograph]. Yoshkar-Ola, Povolzhskij gosudarstvennyj tehnologicheskij universitet, 2014. 260 p.
4. Pozdeev A. G., Kuznetsova Y. A. *Nauchno-tehnicheskij vestnik Povolzhja*, 2015, no. 5, pp. 263–265.
5. Potapov M. V. *Sochinenija* [Essays]. Moscow, Gosizdat, 1950, T. 1. 397 p.