

УДК 519.872.7

СИСТЕМА ПРИНЯТИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ СТРАХОВОЙ КОМПАНИЕЙ ПРИ ОЦЕНКЕ РЕЗЕРВА ПРОИЗОШЕДШИХ, НО НЕЗАЯВЛЕННЫХ УБЫТКОВ

Бутов А.А., Галимов Л.А.

ФГБОУ ВПО «Ульяновский государственный университет», Ульяновск, e-mail: lin8773@yandex.ru

В настоящей статье приведена стохастическая имитационная модель поиска оптимальной величины резерва произошедших, но незаявленных страховых убытков в терминах систем массового обслуживания. Представлена математическая модель оптимального управления системой массового обслуживания с заданием функционала потерь в семимартингальных терминах. Представлены графики оптимального значения резерва произошедших, но незаявленных страховых убытков на примере статистических данных компании для страхования средств наземного и воздушного транспорта. Имитационное моделирование проводилось в программной среде высокого уровня Microsoft Visual Studio на языке C#, оценки функций распределения числа и размера страховых убытков – в среде Statistica. Настоящая имитационная модель может найти применение при определении оптимальной величины резерва произошедших, но незаявленных страховых убытков для прогнозирования финансово-экономической деятельности страховой компании.

Ключевые слова: имитационное моделирование, одноканальная система массового обслуживания, оптимальное управление, резерв произошедших, но незаявленных убытков

OPERATING DECISION SYSTEM BY INSURANCE COMPANY IN ESTIMATION OF INCURRED, BUT NOT REPORTED CLAIMS

Butov A.A., Galimov L.A.

International Relations Department Ulyanovsk State University, Ulyanovsk, e-mail: lin8773@yandex.ru

The article describes a stochastic search model of value incurred, but not reported claims in terms queueing systems. A mathematical model of optimal control queueing systems for a given losses functional is presented. The graphs of optimal incurred, but not reported claims value as an example of statistics insurance company for car and aircraft insurance are presented. A calculation carried out in high-level programming language C#. Distribution function estimates of count and size claims were built in Statistica. This model can be used in estimating of IBNR for financial planning of activities insurance company.

Keyword: simulation, single-channel queueing system, optimal control, reserve of incurred but not reported claims

Для исполнения страховой компанией обязательств перед клиентами в соответствии с [4, 6] страховщик наряду с резервом незаработанной премии, резервом заявленных, но неурегулированных убытков, стабилизационным резервом формирует резерв произошедших, но незаявленных страховых убытков (далее – РПНУ).

В страховой деятельности РПНУ является источником средств для оплаты требований клиентов, которые будут предъявлены ими в связи с уже произошедшими страховыми случаями и оказывает влияние на налогооблагаемую базу, тарифную политику, платежеспособность, финансовую устойчивость, страховую убыточность и т.п. В связи с этим правильность и точность оценки РПНУ является существенным для страховщика. С одной стороны, заниженная оценка может привести к нехватке средств на страховые выплаты и, следовательно, неплатежеспособности страховой компании, с другой, завышенная оценка требует адекватного размера актива в покрытие резерва [5, 6] и, следовательно, влияет на прибыль

страховщика. Таким образом, для страховой компании возникает оптимизационная задача нахождения такого значения РПНУ, при котором общий риск потери дохода, связанный с его формированием, будет минимальным.

В настоящей работе представлена стохастическая имитационная модель поиска оптимальной величины РПНУ страховой компанией, описанная в терминах систем массового обслуживания с построением функционала потерь $\Phi(T, I_{\max})$. В качестве практического применения модели найдены оптимальные значения РПНУ для страхования средств наземного транспорта и страхования средств воздушного транспорта на примере статистических данных страховой компании.

Постановка задачи

Рассмотрим стохастическую имитационную модель оценки резерва произошедших, но незаявленных страховых убытков в виде одноканальной системы массового обслуживания, представленную в статье [1] с отказами.

Пусть на стохастическом базисе $B(\Omega, \mathcal{F}, F = (\mathcal{F}_t)_{t \geq 0}, P)$ заданы $(A_t)_{t \geq 0}$ – точечный считающий процесс числа произошедших убытков в момент времени $t \geq 0$; $(D_t)_{t \geq 0}$ – точечный считающий процесс числа заявленных, но неурегулированных убытков; $(Q_t)_{t \geq 0}$ – количество произошедших, но незаявленных убытков. При этом A_t, D_t являются пуассоновскими процессами с компенсаторами

$$\tilde{A} = \int_0^t \lambda ds \quad \text{и} \quad \tilde{D}_t = \int_0^t I(Q_s \geq 0) \cdot \delta ds,$$

где $\lambda > 0$ – интенсивность входящего потока; $\delta > 0$ – интенсивность обслуживания. Пусть заявка, пришедшая в момент времени t , в случае, если на обслуживающем устройстве длина очереди превышает значение $Q_{\max}$, покидает систему и в дальнейшем в процессе обслуживания не участвует (рис. 1). Для этого введем точечный считающий процесс $(R_t)_{t \geq 0}$, обозначающий количество заявок, покинувших систему к моменту времени t в случае выполнения условия $Q_s \geq Q_{\max}$. Тогда

$$R_t = \int_0^t I(Q_s \geq Q_{\max}) dA_s, \quad (1)$$

где $I\{\cdot\}$ – индикаторная функция.

Взаимосвязь процессов A_t, D_t, Q_t, R_t представлена в виде системы массового обслуживания (рис. 1), в которой роль заявок играют произошедшие страховые случаи, входящий и выходящий потоки характеризуются процессами A_t, D_t соответственно; длина очереди в момент времени t характеризуется процессом Q_t , а количество отказов в обслуживании – процессом R_t . Общее балансовое уравнение СМО для определения длины очереди Q_t (рис. 2–3) на обслуживающем устройстве может быть записано в виде

$$Q_t = Q_0 + A_t - D_t - R_t, \quad (2)$$

где Q_0 – количество заявок на приборе в момент времени $t = 0$, $A_0, D_0, R_0 = 0$.

Пусть $\eta_k > 0$ – размер страхового возмещения k -й заявки, отказанной в обслуживании – есть случайная величина с функцией распределения $F(\eta_k \leq x)$, где $k \in \mathbb{N}$. Тогда суммарная величина страховых убытков (в у.е.), отказанных в обслуживании, может быть записана в следующем виде:

$$S_t = \int_0^t \eta_{(1+A_s - I\{Q_s \geq I_{\max}\})} dR_s, \quad (3)$$

где $I_{\max}$ – предельно допустимый размер РПНУ соответствующего вида страхования.

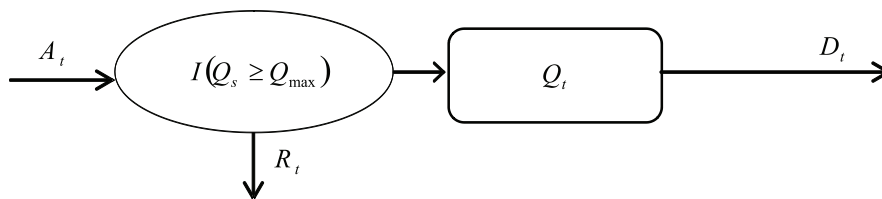


Рис. 1. Общая схема работы СМО



Рис. 2. Пример имитационного моделирования количества произошедших, но незаявленных страховых случаев (процесс Q_t) за время $T = 40$ месяцев для страхования средств наземного транспорта, $\lambda = 0,1420$, $\delta = 0,0925$

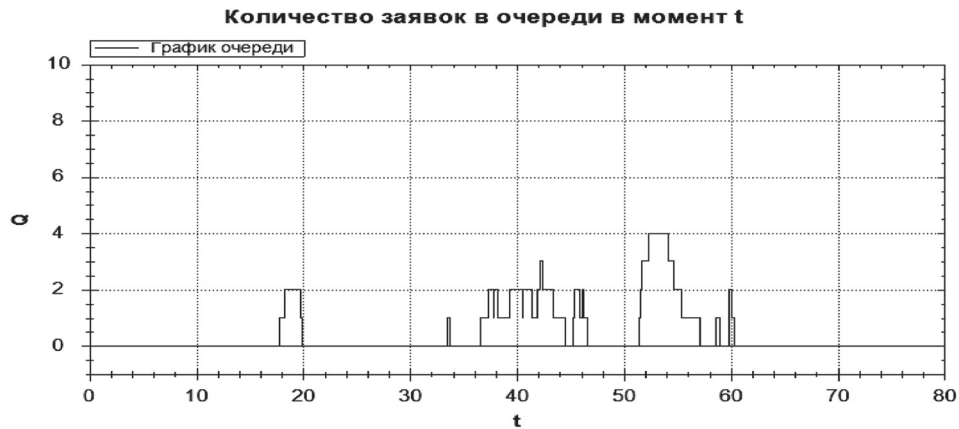


Рис. 3. Пример имитационного моделирования количества произошедших, но незаявленных страховых случаев (процесс $Q(t)$) за время $T = 60$ месяцев для страхования средств воздушного транспорта, $\lambda = 1,83$, $\delta = 0,80$

Тогда балансовое уравнение величины РПНУ запишется в виде:

$$I_t = \int_0^t \eta_{(1+A_{s-})} \cdot dA_s - \int_0^t \eta_{(1+A_{s-} \cdot I \{I_{s-} < I_{\max}\})} dD_s - \int_0^t \eta_{(1+A_{s-} \cdot I \{I_{s-} \geq I_{\max}\})} dR_s. \quad (4)$$

При рассмотрении задачи об оптимальном управлении определим функционал потерь:

$$\Phi(T, I_{\max}) = l \cdot ES_T + \frac{1}{T} \cdot h \cdot \int_0^T I_t dt, \quad (5)$$

где слагаемое $\frac{1}{T} \cdot h \cdot \int_0^T I_t dt$ можно интерпретировать как зарезервированную сумму денежных средств страховой компанией под произошедшие, но незаявленные страховые выплаты, а слагаемое ES_T – незарезервированная сумма денежных средств под произошедшие, но незаявленные клиентом страховые выплаты. Отсюда возникает задача достаточно сложного компромисса: с одной стороны увеличение слагаемого ES_T (при $I_{\max} \rightarrow 0$) ведет к неисполнению обязательств страховой компанией перед клиентами и, следовательно, ведет к увеличению риска разорения страховой компании. С другой стороны, завышение значения РПНУ (при $I_{\max} \rightarrow \infty$) оказывает влияние на прибыль страховщика (потерю дохода) и, следовательно, ведет к возникновению дополнительных рисков для его финансовой устойчивости [4]. Коэффициенты $l, h > 0$ в выражении (4) характеризуют степень риска потери дохода, разорения страховой компании и определяются экспертно.

Таким образом, в задаче необходимо определить управляемое значение $I_{\max}$ – оп-

тимальное значение величины РПНУ, при котором общий риск потери дохода, связанный со страховой деятельностью, при установленных значениях $l, h > 0$ является минимальным. Следовательно, необходимо решить задачу оптимального управления в форме

$$\Phi(T, I_{\max}) \rightarrow \min_{I_{\max} \geq 0}. \quad (6)$$

Эксперимент, результаты моделирования

Построим численное решение задачи (5)–(6) для модели СМО (1)–(2) при фиксированном значении $\lambda > 0, \delta > 0$ с заданной функцией распределения размера страхового возмещения $F(\eta \leq x)$. В статье [1] было установлено, что для страхования средств наземного транспорта $\lambda = 0,1420$, $\delta = 0,0925$, функция распределения размера страхового возмещения η (в 10^4 тыс. руб.) имеет логнормальное распределение с параметрами $\mu = 3,5016$, $\sigma^2 = 0,93$. Для страхования средств воздушного транспорта $\lambda = 1,83$, $\delta = 0,80$, функция распределения размера страхового возмещения η имеет логнормальное распределение с параметрами $\mu = 0,6635$, $\sigma^2 = 1,5842$ (в 10^5 у.е.).

Для каждой точки $0, \Delta, 2 \cdot \Delta, \dots, n \cdot \Delta$, где $n \in N^0 = \{0, 1, 2, \dots, N\}$, Δ – дискретность шага, рассчитаем значение функционала (4) (рис. 1, 2).

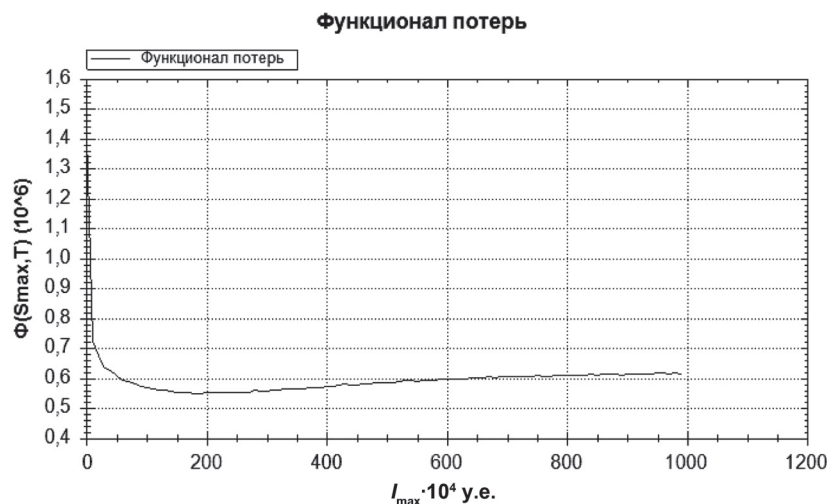


Рис. 4. График $\Phi(S_{max}, T)$ для КАСКО АМ, $T = 1000$, $\Delta = 10$ тыс. руб.,
 $\lambda = 0,1420$, $\delta = 0,0925$, $\eta - \log \text{Normal}(3,65016; 0,93)$, $l = 1$, $h = 1$

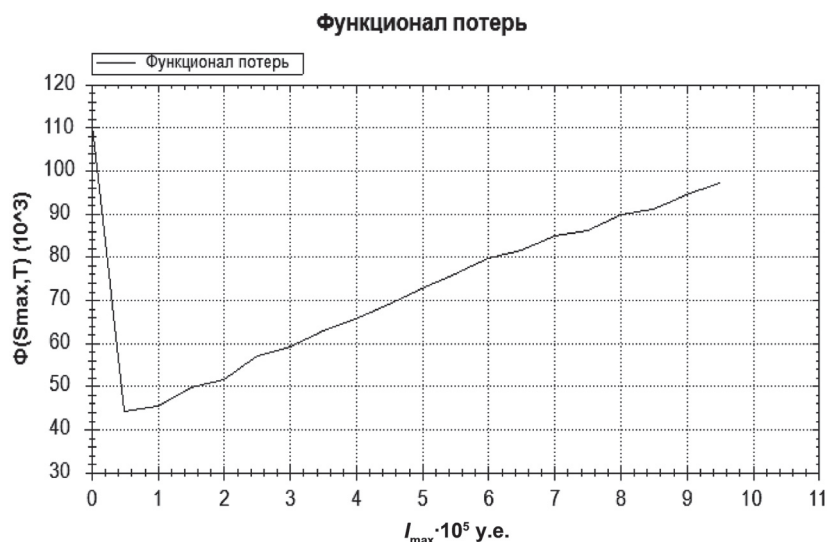


Рис. 5. График $\Phi(S_{max}, T)$ для КАСКО ВС, $T = 1000$, $\Delta = 50$ тыс. у.е.,
 $\lambda = 1,83$, $\delta = 0,80$, $l = 1$, $h = 2$

Заключение

Таким образом, была рассмотрена модель поиска оптимального значения резерва произошедших, но незаявленных убытков в семимартингальных терминах систем массового обслуживания. При заданных величинах λ , δ и функции распределения размера страхового возмещения $F(\eta \leq x)$, рассчитываемых статистически, и l , h , определяемых экспертно, найден

оптимальный размер РПНУ для страхования средств наземного и воздушного транспорта (рис. 4–5).

Вышеуказанная модель может быть использована как альтернативный метод модели расчета РПНУ при составлении финансовой отчетности страховой компании, при выборе оптимальной стратегии резервирования при финансовом планировании страховой деятельности и т.п.

Список литературы

1. Бутов А.А., Галимов Л.А., Стохастическая имитационная модель оценки резерва произошедших, но незаявленных страховых убытков терминах СМО // Фундаментальные исследования. – 2016. – № 8–2. – С. 234–238.
2. Бутов А.А., Раводин К.О. Теория случайных процессов: учебно-методическое пособие. – Ульяновск: УлГУ, 2009. – 62 с.
3. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. – М.: Изд-во «Наука», 1966. – 432 с.
4. Приказ Министерства Финансов Российской Федерации от 11 июня 2002 г. № 51н «Об утверждении правил формирования страховых резервов по страхованию иному, чем страхование жизни». – URL: <http://base.garant.ru/12127460/> (дата обращения: 13.09.2016).
5. Указание Банка России от 16.11.2014 г. № 3444-У «О порядке инвестирования средств страховых резервов и перечне разрешенных для инвестирования активов». – URL: <http://www.cbr.ru/finmarkets/files/legislation/3444-U.pdf> (дата обращения 13.09.2016).
6. Федеральный закон № 4015-1 от 27 ноября 1992 г. № 4015-1 (ред. от 23.05.2016) «Об организации страхового дела в Российской Федерации». – URL: <http://base.garant.ru/10100758/1/> (дата обращения: 13.09.2016).

References

1. Butov A.A., Galimov L.A., Stokhasticheskaya imitacionnaya model ocenki rezerva proizoshedshih, no nezayavlennyh strahovyh ubytkov terminah SMO // Fundamentalnye issledovaniya. 2016. no. 8–2. pp. 234–238.
2. Butov A.A., Ravodin K.O. Teoriya sluchajnyh processov: uchebno-metodicheskoe posobie. Ulyanovsk: UIGU, 2009. 62 p.
3. Gnedenko B.V., Kovalenko I.N. Vvedenie v teoriyu massovogo obsluzhivaniya, Izdatelstvo «Nauka», M., 1966. 432 p.
4. Prikaz Ministerstva Finansov Rossijskoj Federacii ot 11 iyunya 2002. no. 51n «Ob utverzhdenii pravil formirovaniya strahovyh rezervov po strahovaniyu inomu, chem strahovanie zhizni» URL: [http://base.garant.ru/12127460/\(data obrashcheniya: 13.09.2016\).](http://base.garant.ru/12127460/(data obrashcheniya: 13.09.2016).)
5. Ukazanie Banka Rossii ot 16.11.2014 g. no. 3444-U «O poryadke investirovaniya sredstv strahovyh rezervov i perechne razreshennyh dlya investirovaniya aktivov» URL: <http://www.cbr.ru/finmarkets/files/legislation/3444-U.pdf> (data obrashcheniya 13.09.2016).
6. Federalnyj zakon no. 4015-1 ot 27 noyabrya 1992. no. 4015-1 (red. ot 23.05.2016) «Ob organizacii strahovogo dela v Rossijskoj Federacii» URL: <http://base.garant.ru/10100758/1/> (data obrashcheniya: 13.09.2016).