УДК 681.5.62-6:51-74

РАЗРАБОТКА И ОБОСНОВАНИЕ ФУНКЦИОНАЛА КАЧЕСТВА ПРИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОМ СИНТЕЗЕ КОМПОЗИТОВ СПЕЦИАЛЬНОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Бормотов А.Н.

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный технологический университет», Пенза, e-mail: aleks21618@yandex.ru

Статья посвящена обоснованию и выбору функционала качества, критериев оптимальности и целевой функции при математическом моделировании структуры и свойств композитов специального назначения с применением принципов системного анализа. В статье предлагается формировать целевую функцию с учетом как реакции системы на пробные воздействия, так и синхронных измерений характеристик системы и управляющих воздействий в процессе нормальной эксплуатации. Определяются перекрестные связи между свойствами материала. На их основе уточняются структурные и математические модели систем и подсистем с последующей идентификацией параметров из условий получения экстремумов функционала качества. Выполнено нормирование свойств композитов и объединение их в функционально зависимые группы, определены перекрестные связи между свойствами материала и параметрами структуры, предложен критерий оптимальности, сформулирована и решена задача оптимизации. Разработанные функционал качества, критерии оптимальности и целевая функция использовались в комплексе программ компьютерно-имитационного моделирования структуры и свойств композиционных материалов при математическом моделировании структуры и свойств композитов, а также при многокритериальном синтезе композитов специального назначения.

Ключевые слова: математическое моделирование, многокритериальный синтез, критерии оптимальности, функционал качества, целевая функция, композиционные материалы, системный анализ

DEVELOPMENT AND VALIDATION OF FUNCTIONAL QUALITY FOR MULTICRITERIA SYNTHESIS OF COMPOSITES OF SPECIAL PURPOSE

Bormotov A.N.

Penza State Technological University, Penza, e-mail: aleks21618@yandex.ru

The article is devoted to substantiation and choice of the cost functional, optimality criteria and the objective function in mathematical modeling of the structure and properties of composites of special purpose by applying the principles of system analysis. The article offers to form an objective function taking into account both the response of the system on the test impact, and simultaneous measurements of system and control actions in the course of normal operation. Define cross-links between the properties of the material. On the basis of their specified structural and mathematical models of systems and subsystems with the subsequent identification of parameters of the conditions for obtaining extrema of functional of quality. Performed the valuation of the properties of the composites, and combining them into a functionally dependent group identified cross-links between material properties and structural parameters of the proposed criterion of optimality, formulated and solved the optimization problem. Developed the cost functional, optimality criteria and the objective function used in the complex programs of computer simulation of structure and properties of composite materials in mathematical modeling of the structure and properties of composites, as well as for multicriteria synthesis of composites of special purpose.

Keywords: mathematical modeling, multicriteria synthesis, criteria of optimality, functional of quality, objective function, composite materials, system analysis

Выполнение математических операций с функциональными зависимостями, их сравнение, сложение или перемножение возможно, лишь когда представленные значения находятся в нормированном виде. В табл. 1 приведены усредненные значения основных эксплуатационных свойств макроуровня композиционных материалов (КМ). В табл. 2 приведены нормированные значения показателей качества КМ. В качестве нормальных значений взяты аналогичные свойства товарного тяжелого бетона [3–6].

Нормирование свойств выполнено по методике:

$$x_i^n = \frac{\left(x_i - x_n\right)}{x_n}, \qquad (1)$$

где x_i^n – нормированное значение текущего свойства КМ; x_i – абсолютное значение текущего свойства КМ; x_n – нормальное значение текущего свойства, за которое принято значение данного свойства тяжелого бетона.

Таблица 1

Усредненные значения показателей качества КМ

№ п/п	Показатели	Бетон	ЭКМ	ГГКМ
1	Средняя плотность, кг/м^3	2350	4550	4600–7550
2	Предел прочности при сжатии, МПа	22	120	50
3	Пористость, %	7	4	10
4	Водопоглощение, %	7	0,35	0,96
5	Усадка, %	0,15	0,08	0,3
6	Морозостойкость, циклов	200	500	350
7	Коэффициент водостойкости	0,9	0,85	0,9
8	Коэффициент химической стойкости в растворах кислот, щелочей и солей	0,8	0,9	0,9
9	Коэффициент радиационной стойкости	0,8	0,95	0,9
10	Коэффициент линейного ослабления γ-излучения (E_γ = 0,6 МэВ), см$^{-1}$	0,15	0,33	0,5–0,7

Таблица 2

Нормированные значения показателей качества КМ

Номер показателя	Бетон	ЭКМ	ГГКМ	ЭКМ норм.	ГГКМ норм.
1	2,35	4,55	7,55	–0,9361702	–2,21276596
2	2,2	1,2	5	0,45454545	–1,27272727
3	5	4	10	0,2	–1
4	7	3,5	7	0,5	0
5	1	0,8	3	0,2	–2
6	2	5	3,5	–1,5	–0,75
7	9	8,5	9	0,05555556	0
8	8	9	9	–0,125	–0,125
9	8	8,5	9	–0,0625	–0,125
10	1,5	3,3	7	–1,2	–3,66666667

Примечание. ЭКМ – эпоксидный композит, ГГКМ – глетглицериновый композит.

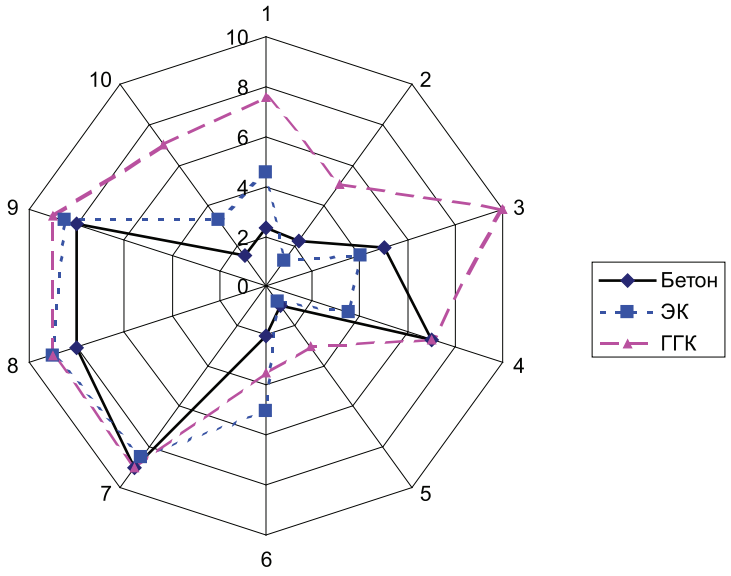

Рис. 1. Лепестковая диаграмма усредненных значений показателей качества КМ

На рис. 1, 2 показаны лепестковые диаграммы основных эксплуатационных свойств КМ и бетона в абсолютных и нормализованных значениях соответственно.

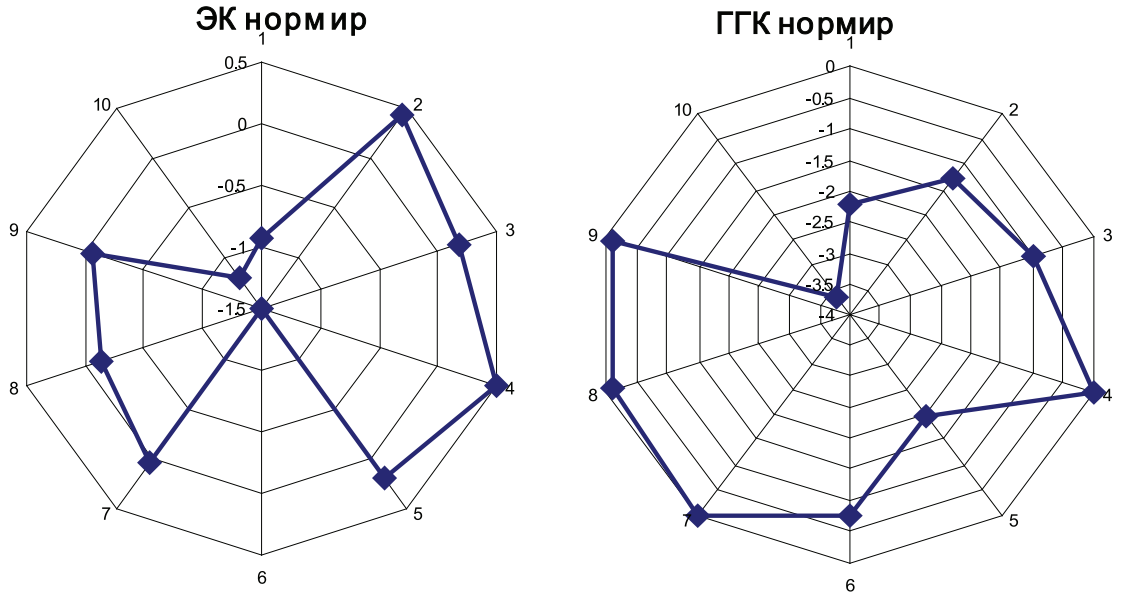

Рис. 2. Лепестковые диаграммы показателей качества КМ, построенные в нормализованном виде

Таблица 3

Группирование показателей КМ

	№ п/п	Показатели	Факторы	Функции
A	1.	Средняя плотность – ρ	ρ_f, ρ_s, υ_f, C, П, $S_{уд}$, $P_{пр}$, t, T	$R(\upsilon_f, C)$, $R(\mathrm{P}_{пр})$, $\rho(\upsilon_f, C)$, $\rho(P_{пр})$, $R(t)$, $R(\Pi(\rho(\upsilon_f, C)))$, $R(T)$, $R(\upsilon_f, S_{уд}) - f(\mathrm{A})$
	2.	Предел прочности – $R_{сж}$, $R_{из}$		
B	3.	Пористость – П	υ_f, $S_{уд}$, C, $\mathrm{P}_{прес}$, ρ, $R_{ср}$, t	$\Pi(\upsilon_f, C)$, $\Pi(P_{пр})$, $\Pi(\rho(\upsilon_f, C))$, $У(R(\upsilon_f, C))$, $У(t)$, $\Pi(S_{уд}) - f(\mathrm{B})$
	4.	Водопоглощение – W		
	5.	Усадка – У		
C	6.	Морозостойкость – F	П, W, $R_{сж}$, t, $\rho_{ср}$, υ_f	$k_{i.ст}\left(\frac{R_i\left(f\left(\mathrm{H}^+, \mathrm{OH}^-\right)\right)}{R_{сж}\left(\upsilon_f, C\right)}\right)$, $k_{i.ст}(t)$, $\mu(\rho(\upsilon_f, C) - f(\mathrm{C})$
	7.	Коэффициент радиационной стойкости – $k_{р.ст}$		
	8.	Коэффициент водостойкости – $k_{в.ст}$		
	9.	Коэффициент химической стойкости – $k_{х.ст}$		
	10.	Коэффициент линейного ослабления g-излучения – μ		

Примечания: ρ_f – плотность наполнителя; ρ_s – плотность связующего; υ_f – объемная степень наполнения; C – концентрация активного вещества (например, отвердитель в случае ЭКМ или глицерин в случае ГГЦК); $S_{уд}$ – удельная поверхность; $P_{пр}$ – давление прессования, t – время; Т – температура.

Для построения целевой функции качества было выполнено объединение свойств КМ в функциональные группы, внутри которых свойства зависят от одних и тех же факторов, а между группами зависимость минимальна. В табл. 3 показано объединение свойств в группы.

Группа А – *плотность и прочность* – условно обозначены как функции вида $f(\mathrm{A}_i)$. Определяющие характеристики в понятии качества КМ. Зависят как от простейших факторов, так и от сложных комплексных свойств материалов, а также зависят от функций более простых показателей

и факторов. В физическом смысле характеризуются как факторы, при увеличении которых качество материала также возрастает.

Группа В – *пористость, водопоглощение, усадка* – условно обозначены как функции вида $f(B_i)$. Являются эксплуатационными свойствами КМ, обусловленными протеканием в материале наряду со структурообразованием и деструктивных процессов. В физическом смысле характеризуются как факторы, при увеличении которых качество материала снижается.

Группа С – *морозостойкость и коэффициенты стойкости КМ в различных агрессивных средах* – условно обозначены как функции вида $f(C_i)$. Определяются как отношение показателей до к аналогичным показателям после экспозиции в агрессивных средах. В физическом смысле характеризуются как факторы, при увеличении которых качество материала также возрастает.

Как видно из табл. 3, ряд показателей (выход функции) был определен эмпирически в зависимости от различных факторов. Причем построение эмпирических зависимостей производилось и по результатам реализации математических планов и без математического планирования эксперимента. Это дало набор зависимостей одного и того же свойства, но в зависимости от разного числа факторов. В подобных случаях необходимо выполнить объединение функций по методике [3, 5, 6, 10]. Например, зависимости $R(\upsilon_f, C)$, $R(P_{пр})$, $R(t)$, $R(\Pi(\rho(\upsilon_f, C)))$, $R(T)$, $R(\upsilon_f, S_{уд})$ необходимо объединить в зависимость вида $R(\upsilon_f, C, P_{пр}, t, \Pi, T, S_{уд})$ и т.д.

Критерий оптимальности (КО) – признак, на основании которого производится сравнительная оценка возможных решений (альтернатив) и выбор наилучшего. Сущность задачи оптимизации заключается в необходимости выбора наилучшего варианта действий, обеспечивающих достижение вполне определённого, т.е. заданного результата при минимальном расходе ресурсов [7, 8, 9]. Для КМ это выбор наилучшей рецептуры и технологии, обеспечивающих получение КМ со строго заданными структурой и свойствами [1, 2, 7].

Результаты каждого решения характеризуются сочетанием значений нескольких показателей. Чтобы установить, какое из возможных решений лучше, нужно сравнить их по нескольким показателям. В этом случае возникает необходимость в формировании КО, который облегчит сравнительную оценку альтернатив.

Объективная необходимость сравнивать варианты по нескольким несоизмеримым показателям является основной причиной трудностей, которые нужно преодолеть при формировании КО при моделировании и синтезе КМ.

При формировании КО и функционала качества КМ основным методологическим принципом является системный подход к оценке возможных решений. Сущность системного подхода заключается в том, что целесообразность тех или иных изменений объекта определяется с учётом его взаимосвязей, исходя из интересов системы, составной частью которой является рассматриваемый объект [2, 5, 6, 10].

Для оценки качества КМ и управляющих воздействий в виде рецептуры и технологии были построены и исследованы несколько функционалов качества.

1 вид – Φ_1. Классический функционал. Вводится функция потерь $F(a, x, y)$, характеризующая величину отклонения ответа модели $a(x)$ от правильного ответа y на произвольном объекте $x \in X$. Функция потерь отыскивается в виде $F(a, x, y) = (a(x) - y)^2$. Функционал качества, характеризующий среднюю ошибку a на произвольной выборке X^m:

$$Q\left(a, X^m\right) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} F\left(a, x_i, y_i\right). \qquad (2)$$

В этой связи для оценки качества КМ был использован функционал:

$$\Phi_1 = \alpha_1 \sum f\left(A_i\right) + \alpha_2 \sum f\left(B_i\right) + \alpha_3 \sum \left(C_t\right)$$

Графическое отображение функционала представлено на рис. 3. Для анализа функций использовалась среда MathCad, v14.

Из рис. 3 видно, что функционал Φ_1 помимо экстремума в середине области эксперимента имеет экстремальные значения на одном из краев области, что делает его непригодным для использования в качестве функции качества КМ, т.к. изначально область планирования эксперимента выбиралась таким образом, чтобы экстремумы уравнений регрессий и моделей свойств лежали внутри области планирования.

2 вид – Φ_2. Функционал выбирался в виде

$$\Phi_2 = \frac{\alpha_1 \sum f\left(A_i\right) + \alpha_3 \sum \left(C_i\right)}{\sqrt[3]{\alpha_2 \sum f\left(B_i\right)}}.$$

Графическое отображение функционала представлено на рис. 4. Из рис. 4 видно,

что функционал Φ_2 имеет ярко выраженный экстремум на одном из краев области, что делает его также непригодным для использования в качестве функции качества КМ.

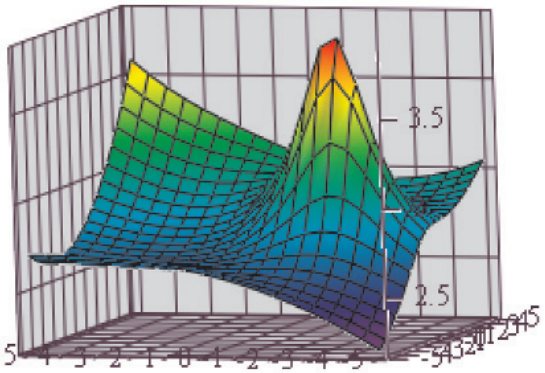

Рис. 3. Функция качества вида Φ_1

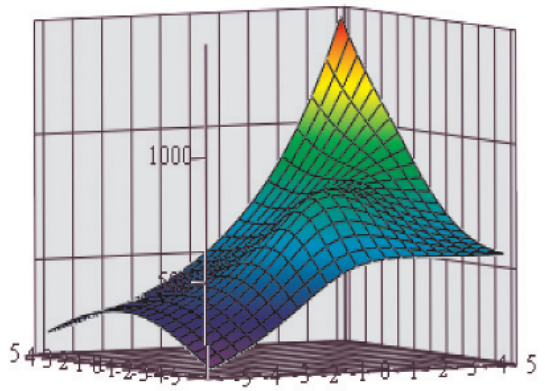

Рис. 4. Функция качества вида Φ_2

3 вид – Φ_3. Функционал выбирался в виде

$$\Phi_3 = \frac{\sqrt[2]{\alpha_1 \sum f(A_i)} \cdot \sqrt[5]{\alpha_3 \sum (C_i)}}{\sqrt[2]{\alpha_3 \sum (B_i)}}.$$

Графическое отображение функционала представлено на рис. 5. Из рис. 5 видно, что функционал Φ_3 помимо экстремума в середине области эксперимента имеет экстремальные значения на одном из краев области, что делает его также непригодным для использования в качестве функции качества КМ.

4 вид – Φ_4. В основу построения функционала была положена идея о том, что свойства КМ, объединенные в группы А и С, при своем увеличении вызывают увеличение качества всей системы, а свойства, объединенные в группу В – снижение качества системы. Поэтому функционал Φ_4 было решено отыскивать а виде сложной дробно-рациональной функции, где в числителе находятся функции свойств групп А и С, а в знаменателе – функции свойств группы В. Функционал принимался в виде

$$\Phi_4 = \frac{\alpha_1 \sum f(A_i) + \alpha_3 \sum (C_i)}{\alpha_2 \sum f(B_i)}.$$

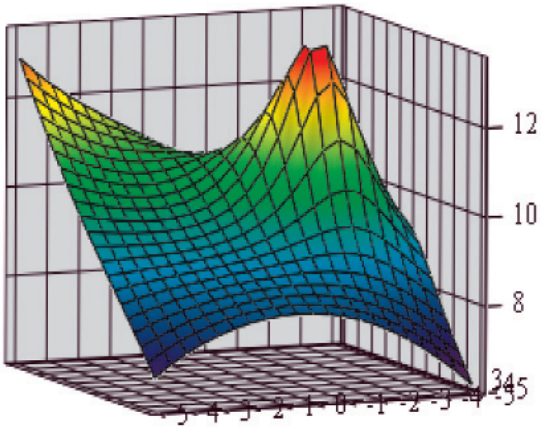

Рис. 5. Функция качества вида Φ_3

Графическое отображение функционала представлено на рис. 6. Из рис. 6 видно, что функционал вида Φ_4 имеет ярко выраженный экстремум внутри области планирования эксперимента, что доказывает правильность предпосылок о выборе вида функционала качества [3, 5, 7, 10].

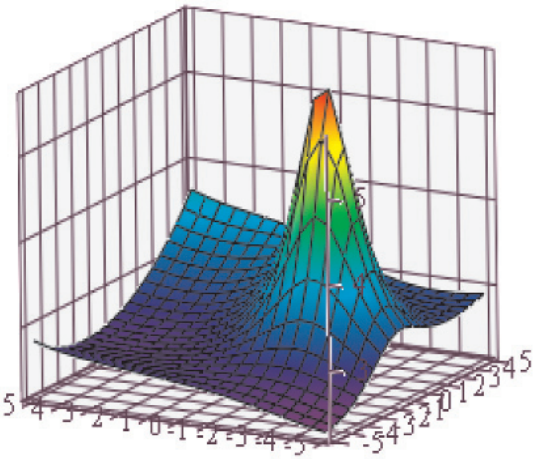

Рис. 6. Функция качества вида Φ_4

Дальнейшее исследование функционала Φ_4 на экстремум при заданных ограничениях позволило определить область в факторном пространстве, соответствующую наилучшим значениям показателей основных физико-механических и эксплуатационных свойств КМ [1, 2, 3, 6, 10].

Разработанные функционал качества, критерии оптимальности и целевая функция использовались в комплексе программ компьютерно-имитационного моделирования структуры и свойств композиционных материалов при математическом моделировании структуры и свойств композитов, а также при многокритериальном синтезе композитов специального назначения.

Статья публикуется при поддержке гранта № 3018 Базовой части Госзадания вузам на 2016 год.

Список литературы

1. Бормотов А.Н. Математическое моделирование и многокритериальный синтез композиционных материалов специального назначения: дис... д-ра техн. наук. – Пенза, 2011. – С. 316.

2. Бормотов, А.Н. Математическое моделирование и многокритериальный синтез композиционных материалов / А.Н. Бормотов, И.А. Прошин, Е.В. Королёв. – Пенза: Изд-во ПГТА, 2011. – 352 с.

3. Бормотов А.Н. Многокритериальный синтез композита как задача управления // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2010. – Т. 16. – № 4. – С. 924–937.

4. Бормотов А.Н. Многокритериальный синтез сверхтяжелого композита / А.Н. Бормотов, И.А. Прошин // Вестник Брянского государственного технического университета. – 2009. – № 4. – С. 29–36.

5. Бормотов А.Н., Прошин И.А., Кузнецова М.В. Система управления качеством при математическом моделировании и многокритериальном синтезе наномодифицированных композитов специального назначения // Труды Института системного анализа Российской академии наук. – 2014. – Т. 64. – № 2. – С. 110–118.

6. Коновалов В.В. К обоснованию параметров быстроходного смесителя / В.В. Коновалов, А.В. Чупшев, В.П. Терюшков, С.С. Петрова // Известия Самарской государственной сельскохозяйственной академии. – 2008. – № 3. – С. 151–154.

7. Коновалов, В.В. Обоснование угла установки емкости и длительности перемешивания сухих смесей барабанным смесителем / В.В. Коновалов, Н.В. Димитриев, С.А. Кшникаткин, А.В. Чупшев // Нива Поволжья. – 2013. – № 1 (26). – С. 46–50.

8. Таранцева К.Р. Модели и методы прогноза питтинговой коррозии // Физикохимия поверхности и защита материалов. – 2010. – Т. 46. – № 1. – С. 98–106.

9. Таранцева К.Р. Проблемы коррозионной стойкости оборудования в химико-фармацевтической промышленности // Коррозия: материалы, защита. – 2007. – № 3. – С. 15–20.

10. Tarantsev, K.V. Optimization of parameters for electrohydrodynamic emulsifiers / K.V. Tarantsev, K.R. Tarantseva // Chemical and Petroleum Engineering. – 2002. – Т. 38. – № 9–10. – С. 576–577.

References

1. Bormotov A.N. Matematicheskoe modelirovanie i mnogokriterialnyj sintez kompozicionnyh materi-alov special-nogo naznachenija: dis... doktora tehn. nauk. Penza, 2011. pp. 316.

2. Bormotov A.N. Matematicheskoe modelirovanie i mnogokriterialnyj sintez kompozicionnyh materi-alov / A.N. Bormotov I.A. Proshin, E.V. Koroljov. Penza: Izd-vo PGTA, 2011. 352 p.

3. Bormotov A.N. Mnogokriterialnyj sintez kompozita kak zadacha upravlenija / Vestnik Tambovskogo gosudarstvennogo tehnicheskogo universiteta. 2010. T. 16. no. 4. pp. 924–937.

4. Bormotov A.N. Mnogokriterialnyj sintez sverhtjazhelogo kompozita / A.N. Bormotov, I.A. Proshin // Vestnik Brjanskogo gosudarstvennogo tehnicheskogo universiteta. 2009. no. 4. pp. 29–36.

5. Bormotov A.N. Sistema upravlenija kachestvom pri matematicheskom modelirovanii i mnogokriterial-nom sinteze nanomodificirovannyh kompozitov specialnogo naznachenija / Bormotov A.N., Proshin I.A., Kuznecova M.V. // Trudy Instituta sistemnogo analiza Rossijskoj akademii nauk. 2014. T. 64. no. 2. pp. 110–118.

6. Konovalov V.V. K obosnovaniju parametrov bystrohodnogo smesitelja / V.V. Konovalov, A.V. Chupshev, V.P. Terjushkov, S.S. Petrova // Izvestija Samarskoj gosudarstvennoj selskohozjajstvennoj akademii. 2008. no. 3. pp. 151–154.

7. Konovalov V.V. Obosnovanie ugla ustanovki emkosti i dlitelnosti peremeshivanija suhih smesej ba-rabannym smesitelem / V.V. Konovalov, N.V. Dimitriev, S.A. Kshnikatkin, A.V. Chupshev // Niva Povolzhja. 2013. no. 1 (26). pp. 46–50.

8. Taranceva K.R. Modeli i metody prognoza pittingovoj korrozii / Fizikohimija poverhnosti i zashhita materialov. 2010. T. 46. no. 1. pp. 98–106.

9. Taranceva K.R. Problemy korrozionnoj stojkosti oborudovanija v himiko-farmacevticheskoj promysh-lennosti / Korrozija: materialy, zashhita. 2007. no. 3. pp. 15–20.

10. Tarantsev, K.V. Optimization of parameters for electrohydrodynamic emulsifiers / K.V. Tarantsev, K.R. Tarantseva // Chemical and Petroleum Engineering. 2002. T. 38. no. 9–10. pp. 576–577.