УДК 62-503.57

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЗАЮЩЕГО ТРЕХЗВЕННОГО РОБОТА

Локтионова О.Г., Мальчиков А.В., Яцун А.С.

ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», Курск, e-mail: teormeh@inbox.ru

Актуальными являются исследования альтернативных принципов движения мобильных роботов, в том числе способов используемых различными животными, например змееподобные и червеподобные походки. В настоящей работе рассматривается способ передвижения трехзвенного робота, имитирующего движение змеи. Изменяемая геометрия корпуса, а также управляемые эффекты взаимодействия робота с поверхностью дают неоспоримые преимущества при движении по неровной и вязкой поверхности. Данные свойства позволяют роботу перемещаться в замкнутых пространствах завалов, трубопроводов, технологических полостях, что открывает большие возможности использования подобного рода аппаратов для поисковых и диагностических задач. В работе приводится описание конструкции трехзвенного робота. Представлено описание математической модели робота, позволяющее исследовать динамические эффекты, возникающие в процессе движения устройства при различных режимах и внешних условиях функционирования. В статье раскрыт принцип движения робототехнических устройств, в основе которого лежит создание управляемых сил трения в точках контакта устройства с поверхностью. Приведены результаты численного моделирования системы, а также анализ полученных результатов, устанавливающих зависимость средней скорости движения устройства от различных параметров системы.

Ключевые слова: ползающий робот, математическая модель движения робота, управляемые силы трения

MATHEMATICAL MODELING OF CRAWLING THREE-LINK ROBOT

Loktionova O.G., Malchikov A.V., Yatsun A.S.

Federal State Educational Institution of Higher Education Southwestern State University, Kursk, e-mail: teormeh@inbox.ru

Study of alternative principles of mobile robots movement, including methods used by various animals such as snake-like and worm-like gaits, is very important. In the paper, the movement method of three-link snake-like robot was presented. Variable geometry of the robot body provide many advantages moving over uneven and viscous surfaces. These properties allow the robot to move in confined spaces of pipes and technological cavities, that provide great possibilities to use this kind of devices for search and diagnostic tasks. In paper the robot design was described. The authors describe a mathematical model of the robot that allows to investigate the dynamic effects occurring during the robot movement in different modes of operation and environmental conditions. The principle of robot motion based on the creation of controlled frictional forces at the points of robot contact with the surface, was present. The article contains the results of numerical modeling of the system, as well as analysis of the results which establish the dependence of the robot average velocity on various parameters of the system.

Keywords: crawling robot, mathematical model of the robot, controlled frictional force

Одним из путей, позволяющих создать высокоэффективные устройства является копирование движения природных объектов. Особый интерес представляет создание роботов, имитирующих движение змей.

Вопросами проектирования таких устройств занимаются многие ученые, результаты исследования которых отражены в работах [1–5]. В настоящей статье рассматривается робот с возможностью движения за счет создания управляемых сил трения.

Описание робота

Трехзвенный ползающий робот представляет собой три звена 1, 2, 3 соединенных посредством шарниров 4, оснащенных поворотными сервоприводами.

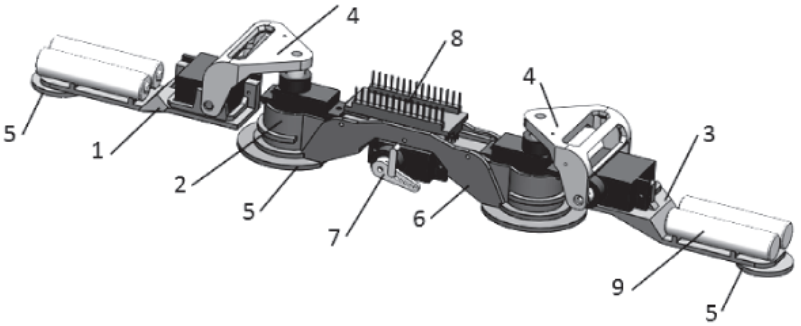


Рис. 1. Ползающий трехзвенный робот

Шарнир 4 позволяет осуществлять смещение боковых звеньев как в горизонтальной, так и в вертикальной плоскости, что обеспечивает изменение конфигурации корпуса устройства в зависимости от используемого режима перемещения.

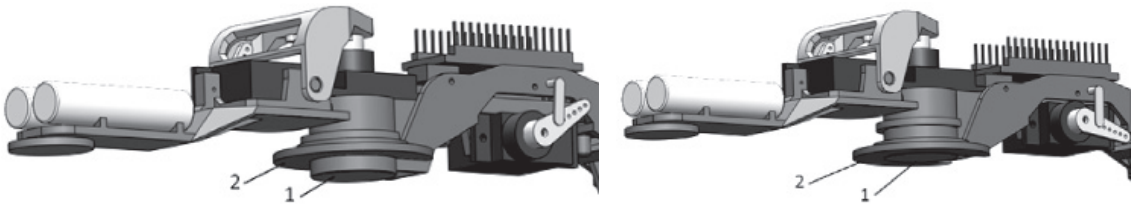
Подъем и опускание боковых звеньев позволяет скомпенсировать неровность поверхности. Смещения звеньев в горизонтальной плоскости позволяют реализовывать продольные, поперечные, а также смешанные походки.

На каждом звене установлены фрикционные опоры 5, посредством которых робот взаимодействует с поверхностью. Центральное звено 2 оснащено системой управления величиной силы трения. Изменение силы трения осуществляется путем введения в контактирующую зону дополнительной опорной поверхности 6 с фрикционным покрытием, обеспечивающим более высокую силу трения робота с поверхностью. Робот имеет плату управления 8, закрепленную на корпусе, а также элементы питания 9, обеспечивающие автономную работу устройства. Механизм изменения типа опорной поверхности 7 показан на рис. 2.

Oxyz. Для описания кинематики и динамики объекта с точками O_i, $i = 1–3$ звеньев связаны относительные системы координат $O_i x_i y_i z_i$, повернутые на углы φ_i относительно оси *Oz*, и $O_i' x_i' y_i' z_i'$, повернутые на углы θ_i относительно осей $O_i y_i$. Положительные направления углов отсчитываются против часовой стрелки от осей *Ox* и $O_i x_i$ соответственно. Будем считать, что движение робота происходит по горизонтальной шероховатой поверхности.

В работе рассматривается такое движение устройства, при котором опорные элементы звена 2 всегда взаимодействуют с поверхностью. Это приводит к тому, что системы координат $O_2 x_2 y_2 z_2$ и $O_2' x_2' y_2' z_2'$ совпадают. Звенья 1 и 3 могут находиться на поверхности и контактировать с ней, а могут быть подняты относительно плоскости *Oxy*.

Движение робота по поверхности происходит за счет моментов M_{1z}, M_{3z}, обеспечивающих поворот звеньев 1 и 3 относительно звена 2 в горизонтальной плоскости, и моментов M_{1y}, M_{3y}, посредством которых указанные звенья вращаются в вертикальной плоскости, а также за счет сил трения, возникающих при взаимодействии опор с поверхностью.



а б

Рис. 2. Опора центрального звена:
а – контакт с поверхностью осуществляется стационарной опорой 1;
б – контакт осуществляется дополнительной опорной поверхностью 2

Математическая модель трехзвенного робота

Для разработки математической модели рассмотрим расчетную схему, показанную на рис. 3. Положим, что каждое звено робота $i = 1–3$ является абсолютно твердым стержнем $O_i O_{i+1}$ длиной l_i и массой m_i, центр масс которого совпадает с центром симметрии C_i. На данном этапе исследований будем считать, что шарниры, обеспечивающие вращение звеньев в горизонтальной и вертикальной плоскостях, конструктивно располагаются на небольших расстояниях друг от друга, поэтому на расчетной схеме робота они совмещаются и располагаются в точках O_2 и O_3.

Движение устройства происходит в неподвижной абсолютной системе координат

Контакт робота с поверхностью осуществляется в точках O_i, $i = 1–4$, являющихся крайними точками звеньев. При этом возникают силы трения F_{fri}, направленные противоположно векторам скоростей указанных точек и описываемые моделью сухого трения.

$$F_{fri} = \begin{cases} -fN_i \operatorname{sgn}(v_{Oi}), & \text{если} \quad v_{Oi} \neq 0; \\ -F_{0i}, & \text{если} \quad v_{Oi} = 0, |F_{0i}| \leq fN_i; \\ -fN_i \operatorname{sgn}(F_{0i}), & \text{если} \quad v_{Oi} = 0, |F_{0i}| > fN_i. \end{cases}$$

где F_{0i} – горизонтальная проекция равнодействующей всех сил, кроме силы сухого трения, приложенных к точке контакта; f – коэффициент трения скольжения; N_i – нормальная реакция в точке O_i; v_{Oi} – скорость точки O_i [6–8].

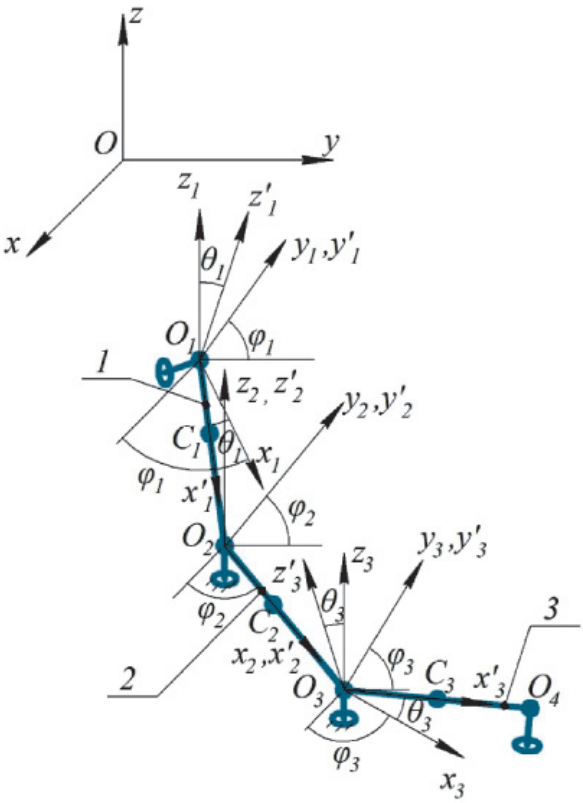


Рис. 3. Расчетная схема робота

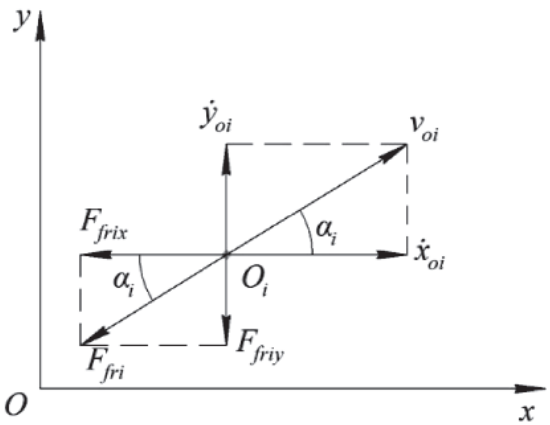


Рис. 4. Схема приложения сил трения в контактных точках

Нормальные реакции в опорных точках при взаимодействии четырех контактных элементов с поверхностью равны

$$N_1 = \frac{m_1 g}{2}; \quad N_2 = \frac{(m_1 + m_2)g}{2};$$

$$N_3 = \frac{(m_2 + m_3)g}{2};$$

$$N_4 = \frac{m_3 g}{2}.$$

При двух опорах имеем

$$N_2 = \left(m_1 + \frac{m_2}{2}\right)g; \quad N_3 = \left(\frac{m_2}{2} + m_3\right)g.$$

Проекции силы трения на оси Ox и Oy абсолютной системы координат определяются по формулам

$$F_{frix} = F_{fri}\cos\alpha_i; \quad F_{friy} = F_{fri}\sin\alpha_i,$$

где $\alpha_i = \left(\arcsin\frac{\dot{y}_{Oi}}{v_{Oi}}\right) \Big/ \left(\arccos\frac{\dot{x}_{Oi}}{v_{Oi}}\right)$; $\dot{x}_{Oi}$, $\dot{y}_{Oi}$ – проекции скорости точки O_i на оси Ox и Oy.

Коэффициент трения между опорой и поверхностью является управляемой величиной и обусловлен изменением фрикционных свойств опорных элементов за счет использования различных материалов. В работе рассматривается один из возможных вариантов перемещения робота – змееподобное движение – при котором отрыва опорных элементов звеньев 1 и 3 от поверхности не происходит. Это позволяет от пространственной задачи перейти к плоской и рассмотреть движение устройства по горизонтальной шероховатой поверхности, совпадающей с плоскостью Oxy. Движение

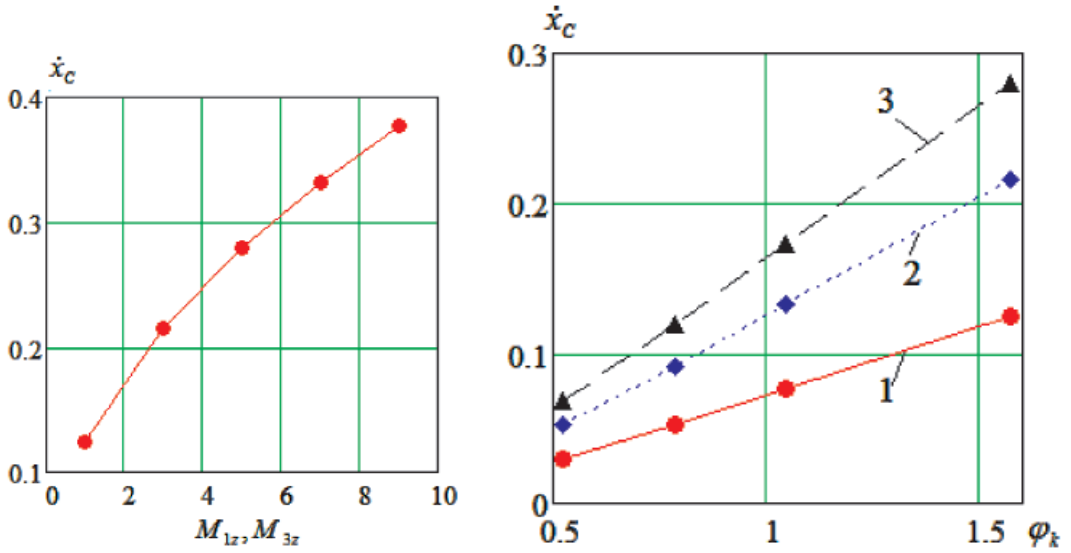


Рис. 5. График зависимостей:
а – $\dot{x}_C(M_{1z}, M_{3z})$ при $\varphi_k = \pi/2$;
б – $\dot{x}_C(\varphi_k)$ при $M_{1z} = M_{3z} = 1$ Нм; 2 – $M_{1z} = M_{3z} = 3$ Nm; 3 – $M_{1z} = M_{3z} = 1$ Нм

устройства представлено в виде последовательности пяти этапов, на каждом из них поведение объекта описывается своими дифференциальными уравнениями с учетом накладываемых связей.

Для обобщения результатов моделирования на рис. 5 представлены графики средней скорости $\dot{x}_C$ перемещения робота вдоль оси *Ox* от значений угла φ_k и моментов, создаваемых приводами. Средняя скорость вычисляется как отношение расстояния, пройденного центром масс объекта за один цикл (пять этапов), ко времени цикла.

На рис. 5, б видно, что с увеличением значений угла φ_k средняя скорость движения робота возрастает по пропорциональному закону, причем коэффициент пропорциональности растет по мере роста φ_k.

График, представленный на рис. 5, б, позволяет сделать вывод о том, что средняя скорость устройства почти пропорциональна моментам приводов, обеспечивающих относительное движение звеньев.

Выводы

В статье предложена конструкция робота, имитирующего движение змеи, отличительной особенностью которого является управляемое трение в точках контакта робота с поверхностью. Разработана математическая модель движения робота, позволяющая рассчитать мгновенные значения скоростей точек звеньев робота, а также величину средней скорости робота в зависимости от величины управляющих моментов. Установлено, что скорость практически пропорционально зависит от максимального угла поворота звеньев механизма и величины управляющих моментов.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № № 13-08-00795 а.

Список литературы

1. Черноусько Ф.Л. Движение многозвенника по горизонтальной плоскости // Прикладная математика и механика. – 2000. – Вып. 1. – С. 8–18.

2. Черноусько Ф.Л. О движении трехзвенника по плоскости // Прикладная математика и механика. – 2001. – Т. 65. – Вып. 1. – С. 15–20.

3. Мальчиков А.В. Исследование движения плоского шестизвенного внутритрубного мобильного робота / А.В. Мальчиков, С.Ф. Яцун, С.Б. Рублев // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – Самара, 2012. – № 4 (5). – С. 1263–1265.

4. Сорокин К.С. Управление перемещением трехзвенника на плоскости с трением // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2009. – № 3. – С. 165–176.

5. Фигурина Т.Ю. Управляемые квазистатические движения двузвенника по горизонтальной плоскости // Изв. РАН. ТисУ. – 2004. – № 3. – С. 160–176.

6. Локтионова О.Г. Моделирование движения трехзвенного робота с управляемыми силами трения по абсолютно гладкой горизонтальной поверхности / Яцун С.Ф. Рублев С.Б. Волкова Л.Ю., Наумов Г.С. // КубГАУ. – № 91(07). – С. 1–11.

7. Яцун С.Ф. Трехзвенный ползающий робот как средство передвижения / С.Ф. Яцун, Л.Ю. Волкова, С.Б. Рублёв, Г.С. Наумов // Межд. конф. прогресс транспортных средств и систем. – 2013. – С. 293–294.

8. Яцун С.Ф. Автоматизированный мобильный комплекс для диагностики трубопроводов переменного диаметра / С.Ф. Яцун, А.В. Мальчиков // Автоматизация и современные технологии. – М., 2012. – № 12. – С. 3–8.

References

1. Chernousko F.L. *Dvizhenie mnogozvennika po gorizontalnoj ploskosti* (Movement of multilink robots on the plane) // Journal of Applied Mathematics and Mechanics Russian Academy of Sciences, 2000. Vol. 64, no. 1. pp. 8–18.

2. Chernousko F.L. *O dvizhenii trekhzvennika po ploskosti* (About movement three-link mechanism on the plane) / Journal of Applied Mathematics and Mechanics Russian Academy of Sciences. 2001. Vol. 65, no. 1. pp. 15–20.

3. Malchikov A.V. *Issledovanie dvizheniya ploskogo shestizvennogo vnutritrubnogo mobilnogo robota* (Investigation of movements of six-link planar in-pipe crawling robot) / A.V. Malchikov, S.F. Jatun, S.B. Rublev // The international database SCOPUS – the project for Izvestiya of Samara scientific centre of the russian academy of sciences. Samara, 2012, no. 4 (5). pp. 1263–1265.

4. Sorokin K.S. *Upravlenie peremeshcheniem trekhzvennika na ploskosti s treniem* (Motion control of multilink robot on a plane with friction) // RAS report. Theory and control systems 2009. no. 3. pp. 165–176.

5. Figurina T.YU. *Upravlyaemye kvazistaticheskie dvizheniya dvuzvennika po gorizontalnoj ploskosti* (Controlled quasi-static motion of two-link robot on a horizontal plane) // RAS report. Theory and control systems. 2004. no. 3. pp. 160–176.

6. Loktionova O.G. *Modelirovanie dvizheniya trekhzvennogo robota s upravlyaemymi silami treniya po absolyutno gladkoj gorizontalnoj poverhnosti* (Simulation of motion three-link robot with controllable forces of friction completely smooth horizontal surface) / Jatsun S.F. Rublev S.B. Volkova L.Yu. Naumov G.S. // KubGAU, no. 91 (07), pp. 1–11.

7. Jatsun S.F. Trekhzvennyj polzayushchij robot kak sredstvo peredvizheniya / Jatsun S.F., Volkova L.Yu., Rublyov S.B., Naumov G.S. // International Conference Progress of vehicles and systems. 2009. 2013. pp. 293–294.

8. Jatsun S.F. *Avtomatizirovannyj mobilnyj kompleks dlya diagnostiki truboprovodov peremennogo diametra* (The automated mobile complex for diagnostics of pipelines of varying diameter) / S.F. Jatsun, A.V. Malchikov // Automation and modern technology. M., 2012. no. 12. pp. 3–8.

Рецензенты:

Кобелев Н.С., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой теплогазоснабжения и вентиляции, ФГБОУ ВПО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск;

Шевякин В.Н., д.т.н., профессор, ФГБОУ ВПО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск.