

УДК 635.2

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНТУРА УВЛАЖНЕНИЯ ПРИ КАПЕЛЬНОМ ОРОШЕНИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

**Мелихова Е.В.***ФГБОУ ВПО «Волгоградский государственный аграрный университет»,  
Волгоград, e-mail: mel-v07@mail.ru*

В статье рассмотрена проблема математического моделирования конфигурации и параметры контура увлажнения при капельном орошении овощных культур. Это обусловлено не только сложностью математического описания взаимосвязей процессов распространения влаги, но и необходимостью построения модели в трёхмерном пространстве с использованием средств компьютерной математики, поскольку количество моделируемых переменных составляет не менее четырех. Автором разработана математическая модель в виде дифференциального уравнения контура увлажнения при капельном орошении столовой свеклы на светло-каштановых почвах, в которой учитываются водно-физические свойства почвы, глубина увлажнения при заданных порогах влажности. Исследование полученной математической модели позволило численно рассчитывать поливные нормы с учётом глубины увлажнения. Дано сравнение расчетной величины поливной нормы при различных способах и глубине увлажнения.

**Ключевые слова:** математическая модель, контур увлажнения, капельное орошение, столовая свекла

## CIRCUIT MODELING OF MOISTURE UNDER DRIP IRRIGATION USING PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

**Melikhova E.V.***Volgograd State Agrarian University, Volgograd, e-mail: mel-v07@mail.ru*

In the article the problem of mathematical modelling of hydration circuit configurations and settings under drip irrigation of vegetable crops. This is due not only to the complexity of the mathematical description of the interrelationships of moisture, but distribution processes and the need to build the model in 3D space with the use of computer mathematics, as the number of modeling variables shall not be less than four. The author of the mathematical model in the form of a differential equation of the contour of the hydrate under drip irrigation of beets on light-chestnut soils in which ignored water-physical properties of soils, wetting depth when specified thresholds. Study of mathematical model received enabled the numerically calculate irrigation norms taking into account depth moisture. Comparison of the calculated amount of irrigation norms in different ways and the depth of the water.

**Keywords:** mathematical model, the boundary wetting, drip irrigation, beet

Проблема моделирования контура увлажнения при капельном орошении обусловлена не только сложностью математической зависимости, описывающей зависимость влагопередачи, но и необходимостью построения модели в трёхмерном пространстве. В связи с этим количество моделируемых переменных составляет не менее четырех, что требует использования математического аппарата дифференциальных уравнений в частных производных [1].

Локальность капельного орошения обуславливает особенности техники полива. К элементам техники капельного орошения следует отнести в первую очередь параметры очага (контура или полосы) увлажнения, их наибольший диаметр, ширину, глубину, горизонтальную и вертикальную площади контура увлажнения и влагонасыщенность. Параметры капельного орошения зависят от конструктивных особенностей капельниц, с помощью которых можно задавать режим орошения культур [2, 3].

Возделывание корнеплодов на капельном орошении при экстремальных климатических условиях Нижнего Поволжья обеспечит сохранение плодородия, предотвратит иссушение почв агроландшафтов, создаст условия накопления азота в почве, продуктивность пашни значительно возрастет. Немаловажным является то, что капельное орошение является энерго- и ресурсосберегающим способом полива сельскохозяйственных культур.

**Целью исследования** являлась разработка математической модели, позволяющей рассчитать водосберегающий режим полива столовой свеклы при капельном орошении на светло-каштановых почвах, за счет дифференциации глубины увлажнения слоя при поливах в период вегетации свеклы при капельном орошении, с различным уровнем минерального питания. Это позволит получать запланированные урожаи с рациональным использованием материальных, энергетических и природных ресурсов, учитывая водно-физиче-

ские свойства почвы, получить параметры контура увлажнения для светло-каштановых почв [2].

Обоснование параметров режима орошения было проведено на основе математического моделирования. За основу была взята известная математическая модель влагопереноса С.Н. Новосельского, которая описывается следующим уравнением:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial H}{\partial z} \right) + I_u - I_k, \quad (1)$$

где  $k_x, k_y, k_z$  – коэффициенты влагопроводности вдоль осей  $x, y, z$ ;  $I_u, I_k$  – интенсивность источников влагопоглощения и влагоотбора корнями растения соответственно.

Функция  $I_u$  определяется геометрией увлажнителей, их положением в пространстве и режимом водоподачи. Если источники – пористые и проницаемые сферы исчезающего малого радиуса, то

$$I_u = \sum_{i=1}^{N_i} Q_i(t) \cdot \delta(x - x_i) \cdot \delta(y - y_i) \cdot \delta(z - z_i), \quad (2)$$

где  $x_i, y_i, z_i$  – координаты  $i$ -го источника;  $Q_i(t)$  – его расход;  $\delta$  – дельта-функция Дирака;  $N_i$  – число точечных источников.

Основными параметрами контура увлажнения являются высота и ширина (рис. 2).

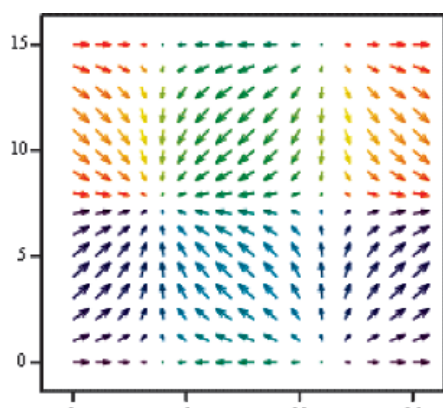


График векторного поля

М

ния влагопереноса в частных производных (рис. 1). Для практического инженерного использования описанной выше методики нами предложено аппроксимирующее выражение вида:

$$F(x, y) = \cos(\pi Ax) + i \cdot \sin(\pi By), \quad (3)$$

где  $A, B$  – параметры, характеризующие контур увлажнения;  $i$  – мнимая единица.

Классической формулой для определения поливной нормы является зависимость А.Н. Костякова:

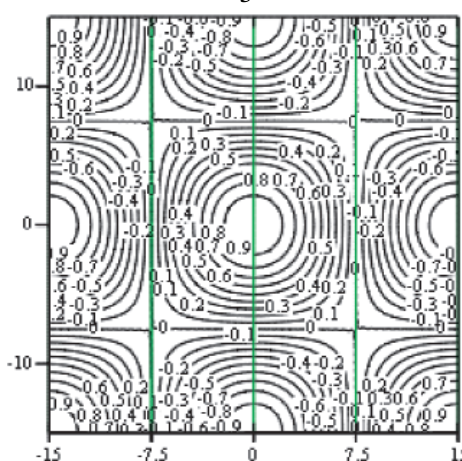
$$m = 100 \cdot \gamma \cdot H (\beta_{\text{нв}} - \beta_{\text{пп}}), \quad (4)$$

где  $m$  – поливная норма, м<sup>3</sup>/га;  $H$  – глубина расчетного слоя почвы, м;  $\gamma$  – плотность расчетного слоя почвы, т/м<sup>3</sup>;  $\beta_{\text{нв}} - \beta_{\text{пп}}$  – наименьшая и наибольшая предполивная влагоёмкость расчетного слоя, %.

Расчёт по формуле (4) дает увеличенное значение поливной нормы, что приводит к нерациональному использованию водных ресурсов [1].

При методике расчета поливной нормы для дифференциации глубины увлажняемого слоя предлагается определять поливную норму с учётом эллипсоидной формы образуемого в результате полива контура увлажнения рис. 3. Объём эллипсоида считается по формуле

$$V = \frac{11}{3} \cdot \pi \cdot H \cdot R, \quad (5)$$



ф

Рис. 1. Поле поверхностного натяжения воды. График контура увлажнения

Таким образом, используя встроенные функции Mathcad было получено численное решение дифференциального уравне-

где  $H$  – расчетная глубина увлажняемого слоя почвы, считая от поверхности земли, м;  $R$  – наибольший радиус увлажнения почвогрунта, м.

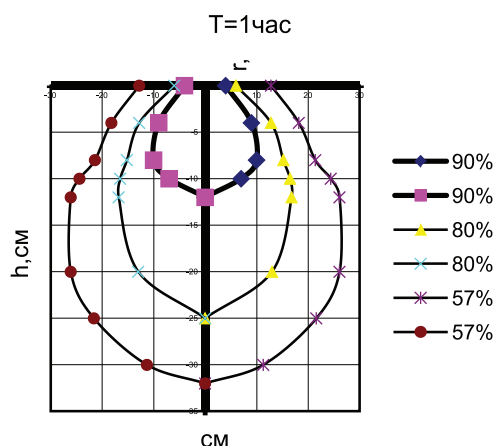


Рис. 2. Распространение влажности почвы в контурах, % от НВ

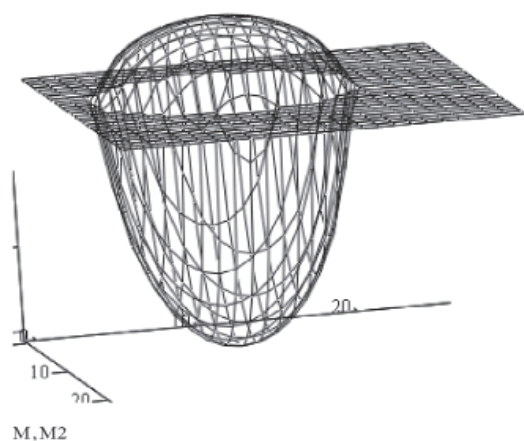


Рис. 3. Пространственная модель контура увлажнения

Подставляя данное выражение в формулу А.Н. Костякова, получаем выражение

$$m = 0,12 \cdot H \cdot R \cdot \gamma_{об} \cdot (\beta_{НВ} - \beta_{ПП}). \quad (6)$$

Значение поливной нормы при капельном орошении с учётом эллипсовидной формы контура увлажнения определяют следующим образом:

$$m = 11,5 \cdot H \cdot R \cdot \gamma_{об} \cdot (\beta_{НВ} - \beta_{ПП}), \quad (7)$$

где  $H$  – расчётная глубина увлажняемого слоя почвы, м;  $R$  – радиус увлажнения, м;  $\gamma_{об}$  – объёмная масса, т/м<sup>3</sup>; 11,5 – коэффициент, полученный в результате действий  $11\pi/3$ .

Математическая обработка экспериментальных данных показала (рис. 2), что радиус контура увлажнения коррелируется с глубиной увлажнения по формуле

$$R = 0,431H. \quad (8)$$

Подставив выражение (8) в формулу (7), получим

$$m = 4,96 \cdot H^2 \cdot \gamma_{об} \cdot (\beta_{НВ} - \beta_{ПП}) \cdot n, \quad (9)$$

где  $m$  – значение поливной нормы, л/га;  $n$  – количество капельниц на га.

Умножив полученное выражение на количество капельниц, получаем формулу для вычисления поливной нормы:

$$m = 96,36 \cdot H^2 \cdot \gamma_{об} \cdot (\beta_{НВ} - \beta_{ПП}). \quad (10)$$

Расчёты по формуле (10) для различной глубины увлажнения приведены в таблице.

#### Сравнение величин поливной нормы по различным формулам

Глубина промачивания, м	Величина поливной нормы, м <sup>3</sup> /га		Расчетная формула
	70% НВ	85% НВ	
0,2	195	98	$m = 100 \cdot \gamma \cdot H (\beta_{НВ} - \beta_{ПП})$
0,3	283	150	
0,4	340	170	
0,5	423	211	
0,2	88	44	$m = 100 \cdot h \alpha \frac{K_k}{(2,0 - 2,0K_k + K_k^2)^{0,5}} (\beta_{НВ} - \beta_{ПП})$
0,3	190	95	
0,4	267	134	
0,5	378	189	
0,2	32	14	$m = 96,36 \cdot H^2 \cdot \gamma_{об} \cdot (\beta_{НВ} - \beta_{ПП})$
0,3	67	34	
0,4	108	47	
0,5	168	84	

На основании исследований установлена зависимость поливной нормы и глубины увлажнения. Для сравнения значения поливной нормы, рассчитанной по формуле, предложенной нами, в таблице представлены различные зависимости поливной нормы при капельном орошении и формулы, принятой за основу [4, 5].

$$m = 100 \cdot h\alpha \frac{K_k}{(2,0 - 2,0K_k + K_k^2)^{0,5}} \times (\beta_{\text{нв}} - \beta_{\text{пп}}), \quad (11)$$

где  $\alpha$  – объёмная масса расчётного слоя почвы, т/м<sup>3</sup>;  $K_k$  – увлажняющий участок, выраженный в частях от площади питания растения.

На рис. 3 представлена пространственная модель контура увлажнения полученного решения (3) дифференциального уравнения (1). Как показали исследования, глубина увлажнения и радиус контура увлажнения находятся в корреляционной зависимости.

Таким образом, исследование контура увлажнения позволило создать математическую модель распространения контура увлажнения при капельном орошении и численно рассчитывать поливные нормы с учётом глубины увлажнения.

#### Список литературы

1. Мелихова Е.В. Математическое моделирование и оптимизация режима орошения корнеплодов на светло-каштановых почвах Волгоградской области // Известия Нижневолжского агроуниверситетского комплекса: наука и высшее профессиональное образование. – 2009. – № 1. – С. 114–126.
2. Патент РФ № 2343695. 2009. Рогачев А.Ф., Салдаев А.М., Мелихова Е.В. Поливная трубка для капельного орошения / Патент RU № 2343695.2009. Бюл. № 2.

3. Патент РФ № 154632 U1; A01G25/02 Рогачев А.Ф., Бородычев В.В., Мелихова Е.В., Шатырко Д.В. Капельница для комбинированного орошения / Патент RU № 154632 U1; A01G25/02.

4. Шуравилин А.В. Обоснование режимов увлажнения почв при капельном орошении картофеля в аридной зоне / А.В. Шуравилин, Ю.И. Сухарев, М.А. Табук, В.В. Бородычев // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Агрономия и животноводство. – 2013. – № 3. – С. 45–52.

5. Ясониди О.Е. Водосбережение при орошении. – Новочеркасск, – 2004. – 473 с.

#### References

1. Melihova E.V. Matematicheskoe modelirovanie i optimizacija rezhima oroshenija korneplodov na svetlo-kashtanovyh pochvah Volgogradskoj oblasti // Izvestija Nizhnevolszhskogo agrouniversitetskogo kompleksa: nauka i vysshee professionalnoe obrazovanie. 2009. no. 1. pp. 114–126.
2. Patent RF no. 2343695. 2009. Rogachev A.F., Saldaev A.M., Melihova E.V. Polivnaja trubka dlja kapelnogo oroshenija / Patent RU no. 2343695.2009. Bjul. no. 2.
3. Patent RF no. 154632 U1; A01G25/02 Rogachev A.F., Borodychev V.V., Melihova E.V., Shatyрко D.V. Kapelnica dlja kombinirovannogo oroshenija / Patent RU no. 154632 U1; A01G25/02.
4. Shuravilin A.V. Obosnovanie rezhimov uvlazhnenija pochv pri kapelnom oroshenii kartofelja v aridnoj zone / A.V. Shuravilin, Ju.I. Suharev, M.A. Tabuk, V.V. Borodychev // Vestnik Rossijskogo universiteta družby narodov. Serija: Agronomija i zhivotnovodstvo. 2013. no. 3. pp. 45–52.
5. Jasonidi O.E. Vodoberehenie pri oroshenii. Novocherkassk, 2004. 473 p.

#### Рецензенты:

Рогачев А.Ф., д.т.н., профессор, зав. кафедрой «Математическое моделирование и информатика», ФГБОУ ВПО «Волгоградский государственный аграрный университет», г. Волгоград;

Бородычев В.В., д.с.-х.н., профессор, директор Волгоградского филиала ГНУ ВНИГим, г. Волгоград.