

УДК 621.37.519

## СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ С ЦИФРОВОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

<sup>1</sup>Сагиева Д.И., <sup>2</sup>Ширина Н.Ю., <sup>1</sup>Татаров М.О., <sup>2</sup>Мурашов А.А.

<sup>1</sup>Ярославский филиал военно-космической академии им. А.Ф. Можайского,  
Ярославль, e-mail: mastertmo@mail.ru;

<sup>2</sup>Московский финансово-юридический университет МФЮА, филиал, Ярославль,  
e-mail: shirina-natasha@mail.ru

Рассматривается стохастический подход к решению традиционных задач радиолокации: обнаружения и выявления сигналов. Выполняется анализ современных подходов к цифровой обработке радиотехнических сигналов. Отмечено, что цифровой обработке, несмотря на известные преимущества, присущи недостатки: наличие эффектов стробоскопического характера, нелинейностей амплитудных характеристик, наличие шумов квантования и округления, которые обычными способами, вытекающими из классической теории обнаружения сигналов, учесть не удастся. В статье рассматривается использование радиотехнических сигналов с фазовой цифровой модуляцией несущего сигнала. При этом фазово-импульсная модуляция сигнала осуществляется в виде задержки (или упреждения) появления импульса по отношению к началу периода на время, соответствующее значению информационных символов (модулируемого сигнала). Импульсы имеют постоянную длительность. Как и в случае широтно-импульсной модуляции, частота следования импульсов сигнала является постоянной величиной. Записываются общие математические выражения фазовой цифровой модуляции. Предполагается, что в рамках общего подхода статистической радиофизики можно использовать стандартный метод внедрения в процесс обработки и формирования радиолокационных сигналов искусственной стохастичности, который предполагает наряду с естественной стохастичностью, обусловленной случайной природой входных сигналов, использовать искусственно созданные помехи. При этом в процессе наблюдения цели в параметры схем обработки и формирования сигналов вводятся случайные параметры, процедуры и компоненты. Задача ограничивается случаем обнаружения квазидетерминированного сигнала, когда неинформативные параметры случайны, а их законы распределения вероятностей известны. Составляется отношение правдоподобия, в котором каждое конкретное значение параметра рассматривается как условное, а безусловное отношение правдоподобия получается путем усреднения по случайным параметрам.

**Ключевые слова:** радиотехнические сигналы, модуляция, аналого-цифровое преобразование, рандомизация сигнала, отношение правдоподобия, закон распределения.

## STATISTICAL EVALUATION OF RADIO SIGNALS WITH DIGITALLY MODULATION

<sup>1</sup>Sagieva D.I., <sup>2</sup>Shirina N.Y., <sup>1</sup>Tatarov M.O., <sup>2</sup>Murashov A.A.

<sup>1</sup>Mozhaisky Military Space Academy, Yaroslavl, e-mail: mastertmo@mail.ru;

<sup>2</sup>Moscow University of Finance and Law, Yaroslavl, e-mail: shirina-natasha@mail.ru

A stochastic approach to solve the traditional problems of radar, such as detection and identification signals is considered in this article. Analysis of modern approaches to the digital processing of radio signals is made. Digital processing, despite the known advantages, does have some drawbacks: the stroboscopic nature effects, the nonlinearity of amplitude characteristics, the quantization noise and the adjustment which cannot be taken into account by conventional methods. The article discusses the use of radio signals with phase digital modulation of the carrier signal. Pulse-phase modulation is a delay (or advance) the appearance of momentum with respect to the beginning of the period for the period corresponding to the value of information symbols (modulating signal). As in the case of pulse-width modulation, pulse repetition frequency of the signal is constant. General mathematical expressions of phase digital modulation are written. It is assumed that it is possible to use the standard method for the introduction of artificial stochasticity in the processing and forming of radar signals, which suggests, along with the natural stochasticity due to the random nature of the input signals, use the artificially created noise. During the process of target monitoring the random parameters, procedures, and components must be entered in arrangement of processing and forming of radar signals. The problem is limited to the case of the detection deterministic signal when uninformative parameters are random and their probability distributions are known. Compiled the likelihood ratio in which each particular value is seen as conditional and unconditional likelihood ratio is obtained by averaging over the random parameters.

**Keywords:** radio signals, modulation, analog-digital conversion, randomization of signal, likelihood ratio, distribution law

В работе исследуются методы обработки и формирования сигналов в радиолокационных станциях (РЛС) с селекцией движущихся целей (СДЦ) с применением методов рандомизации грубых статистик, когда стохастичность искусственно и целе-

направленно закладывается в модели сигналов и алгоритмы их обработки.

Современные исследования в области радиолокации в первую очередь идут по пути выбора вида зондирующих сигналов и совершенствования методов и средств

цифровой, в общем случае пространственно-временной обработки эхо-сигналов в когерентно-импульсных радиолокационных станциях. Одно из направлений этих исследований заключается во внедрении в технику обработки и формирования радиолокационных сигналов новых цифровых технологий, поднимающих радиолокацию на новый современный уровень [1].

В работе [1] указывается, что цифровая обработка сигналов РЛС в первую очередь включает в себя дискретизацию и квантование. При этом могут использоваться различные способы этих операций:

1. Квантование во времени, обусловленное периодической структурой когерентно-импульсного сигнала и отдельных реализаций эхо-сигналов.

2. Квантование пространства по осям координат электромагнитного поля фазированными антенными решетками (ФАР) РЛС.

3. Квантование по уровню амплитуды и фазы сигналов в каналах пространственно-временной фильтрации.

4. Квантование координат и параметров движения цели, каковыми могут быть дальность, пеленг, скорость (доплеровское смещение частоты).

5. Квантование обычных и пространственных частот в апертуре ФАР РЛС, что в свою очередь связано с квантованием угловых направлений по азимуту и углу места.

6. Квантование распределений, поскольку входной пространственно-временной сигнал в процессе его наблюдения представляет собой случайный процесс, развивающийся во времени.

В данной работе, несмотря на возможность использования любого вида квантования, мы ограничились рассмотрением наиболее простого – квантования по времени. Квантование по времени превращает непрерывные функции (сигнала)  $y(t)$  в решетчатые функции  $y(t)$ .

Цифровой обработке сигналов, несмотря на известные преимущества, присущи недостатки: наличие нелинейностей амплитудных характеристик, наличие шумов квантования, округления и т.п., которые обычными способами, вытекающими из классической теории обнаружения сигналов, учесть не удастся. При устранении указанных недостатков в РЛС для получения гарантированных решений необходимо учитывать не только ограничения по определению области предсказания в выборе и параметров сигналов, но и ресурсные ограничения: разрядность, частоты квантования, размеры окон пространственно-временных выборок, размеры областей предсказания и многообразие

способов устранения априорной неопределенности. Одним из направлений решения данной проблемы является искусственное введение случайного процесса (рандомизации) в процедуру цифровой обработки сигналов. В настоящее время на основе такого подхода создан целый ряд устройств, реализующих различные способы обеления помех [2].

При цифровой обработке последовательность передаваемых символов является дискретным сигналом. С каждым из возможных значений символа сопоставляется некоторый набор параметров несущего колебания. Эти параметры поддерживаются постоянными в течение интервала  $T$ , то есть до прихода следующего символа. Фактически это означает преобразование последовательности чисел  $\{n_k\}$  в ступенчатый сигнал  $S_n(t)$  с использованием кусочно-постоянной интерполяции:

$$S_n(t) = \varphi(n_k);$$

$$iT \leq t < (i+1)T, \quad (1)$$

где  $\varphi(n_k)$  – некоторая функция преобразования набора чисел  $n_k$ .

Полученный сигнал  $S_i(t)$  далее используется в качестве модулирующего сигнала обычным способом. Такой способ модуляции, когда параметры несущего колебания меняются скачкообразно, называется *манипуляцией*. В данной работе рассматривается только пример фазовой манипуляции. При этом *фазово-импульсная модуляция* сигнала осуществляется в виде задержки (или упреждения) появления импульса по отношению к началу периода на время, соответствующее значению информационных символов (модулируемого сигнала). Импульсы имеют постоянную длительность. Как и в случае широтно-импульсной модуляции, частота следования импульсов сигнала является постоянной величиной. Широкое использование этого типа модуляции определяется, прежде всего тем, что отношения сигнал шум, определяемое формулой [3]

$$ОСШ = E_0/N_0, \quad (2)$$

где  $E_0$  – энергия модулирующего сигнала, которая может быть рассчитана по следующему выражению:

$$E_0 = \int_0^T S_n^2(t) dt; \quad (3)$$

$N_0$  – двухступенчатая спектральная плотность помех рассчитывается по формуле

$$N_0 = \lim_{T \rightarrow \infty} [V(\omega) \cdot V(-\omega)]; \quad (4)$$

$$V(\omega) = \frac{1}{\sqrt{T}} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} v(t)e^{j\omega t} dt, \quad (5)$$

где  $v(t)$  – сигнал помех; обеспечивают оптимальные значения характеристик ошибок.

Общий вид  $n$ -уровневой фазовой манипуляции записывается в виде

$$x(t) = A \cos(\omega_c t + S_n(t)\Delta\phi), \quad (6)$$

где  $S_n(t)$  определяется формулой (1);  $\Delta\phi$  – величина, на которую отличаются фазы соседних сигналов. Традиционно в радиолокации применяется «пачка модулированных сигналов», но с точки зрения статистических оценок это не имеет принципиального значения.

$$t_i = iT + \xi_i, \quad (8)$$

где  $\xi_i$  – случайная величина с нулевым средним и некоторой ненулевой дисперсией  $\sigma^2$ .

Для введения искусственной стохастичности как правило используется псевдослучайная величина, которая имеет равномерное распределение на отрезке  $[0, 1]$ .

Функция плотности вероятности этой величины определяется выражением

$$f(\eta) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \eta \leq 1; \\ 0, & \eta < 0; \quad \eta > 1. \end{cases} \quad (9)$$

Псевдослучайная величина  $\eta$  имеет математическое ожидание (среднее значение)  $M(\xi) = 0,5$  и дисперсию  $D(\xi) = 1/12$ .

На рисунке представлен график функции распределения псевдослучайной величины  $\eta$ .

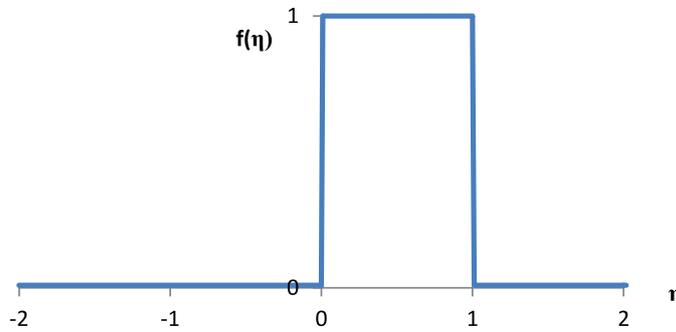


График функции распределения псевдослучайной величины  $\eta$

Цифровая обработка принятого сигнала включает в себя дискретизацию сигнала по времени и квантование по уровню. Дискретизация сигналов по времени делает систему дискретной, а квантование по уровню – нелинейной. В процессе квантования сигналов по уровню происходит процесс выделения из точно измеренного значения сигнала  $x(t)$ , дискретного уровня  $x(iT)$ , где  $T$  – интервал дискретизации. Этот процесс можно представить как прохождение непрерывного импульса через элемент с многоступенчатой характеристикой, т.е. через  $m$ -разрядный аналого-цифровой преобразователь (АЦП). При этом величина шага квантования  $h$  определяется соотношением

$$h = \frac{x_{\max}(t)}{2^m - 1}. \quad (7)$$

В работе [2] предлагается введение искусственной стохастичности в процесс цифровой обработки сигналов, например, «рандомизации» – дискретизации сигнала по времени, которая определяется по следующей формуле:

Построение случайной величины  $\xi_i$  с нулевым средним и некоторой ненулевой дисперсией  $\sigma^2$  может быть выполнено несколькими способами. Рассмотрим некоторые из них.

Случайная величина с  $\xi_i$  равномерным распределением может быть построена по следующей формуле:

$$\xi_i = T(\eta - 0,5), \quad (10)$$

где  $\eta$  – псевдослучайная величина, свойства которой определяются формулой (9). Псевдослучайная величина  $\xi_i$ , определяемая формулой (10), имеет математическое ожидание (среднее значение)  $M(\xi) = 0$  и среднеквадратичное отклонение  $\sigma = T/\sqrt{12}$ .

Случайная величина с  $\xi_i$  также с равномерным распределением может быть построена по другой формуле:

$$\xi_i = T\left(\eta^2 - \frac{1}{3}\right), \quad (11)$$

где  $\eta$  – псевдослучайная величина, свойства которой определяются формулой (9).

Псевдослучайная величина  $\xi_p$ , определяемая формулой (11), имеет математическое ожидание (среднее значение)  $M(\xi) = 0$  и среднеквадратичное отклонение  $\sigma = T/\sqrt{11,25}$ .

Случайная величина  $\xi_i$  с нормальным (Гауссовым) распределением может быть построена по следующей формуле:

$$\xi_i = T \sum_{k=1}^m (\eta_k - 0,5), \quad (12)$$

где  $m$  – целое число, принимающее значение  $m \geq 6$ ;  $\eta_i$  – случайная величина, подчиняющаяся равномерному распределению в соответствии с формулой (9). Псевдослучайная величина  $\xi_p$ , определяемая формулой (12), имеет математическое ожидание (среднее значение)  $M(\xi) = 0$  и среднеквадратичное отклонение.

$$\sigma = T \sqrt{\frac{m}{12}}. \quad (13)$$

Как показано в работе [2], введение искусственной стохастичности позволяет уменьшить разрядность АЦП при сохранении точности квантования. Анализ использования псевдослучайных величин, определяемых формулами (10)–(12), показал, что лучшие результаты по снижению разрядности АЦП дает распределение, определяемое формулой (12).

Основной статистической оценкой при обнаружении и различении сигналов является отношение правдоподобия, которое при использовании детерминированного сигнала на фоне белого шума выражается следующей формулой [3, 4, 5]:

$$l = \frac{w(y(t)|H_1)}{w(y(t)|H_0)} = \exp\left(\frac{2z - E_0}{N_0}\right) \geq \alpha, \quad (14)$$

где  $w(y(t)|H_1)$  – условная вероятность присутствия сигнала  $s(t)$  в принятом сигнале  $y(t)$  (функция правдоподобия);  $w(y(t)|H_0)$  – условная вероятность присутствия помех в принятом сигнале  $y(t)$ ;  $E_0$  – энергия сигнала  $s(t)$  и  $N_0$  – двухступенчатая спектральная плотность помех определяются формулами (3–5);  $z$  – коэффициент линейной корреляции сигнала  $s(t)$  и принятого сигнала  $y(t)$ ;  $\alpha$  – некоторый уровень отношения правдоподобия.

Проведенное авторами математическое моделирование сигналов в среде Delfi7.0, параметры которых соответствуют современным РЛС, с использованием формул (3)–(14) показало, что применение искусственной стохастичности при цифровой об-

работке сигналов позволяет при одинаковой разрядности АЦП повысить значение критерия правдоподобия на 9–11 %.

Рассмотрим также задачу обнаружения сигналов со случайными неинформативными параметрами. При этом при разработке алгоритма обнаружения сигналов, как и в работе [1], рассмотрим наиболее простую задачу обнаружения квазидетерминированного сигнала, когда неинформативные параметры случайны, а их законы распределения вероятностей известны. В этом случае отношение правдоподобия при каждом конкретном значении параметра рассматривается как условное, а безусловное отношение правдоподобия получается путем усреднения по случайным параметрам. Пусть вектор неинформативных случайных параметров  $\beta = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n\}$  имеет плотность вероятности  $w = w(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ . Для получения отношения правдоподобия при наличии в сигнале неинформативных параметров необходимо в начале сформировать это отношение в предположении, что эти параметры фиксированы и известны. В результате получим отношение правдоподобия как функцию случайных параметров  $l = l(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ . Далее необходимо усреднить условное отношение правдоподобия по случайным параметрам:

$$\bar{l} = \int_{\beta} l(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n) w(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n) d\beta_1 d\beta_2 \dots d\beta_n. \quad (15)$$

Решение данной задачи также связано с реализацией возможностей использования «грубых статистик» при введении искусственной стохастичности на этапе цифровой обработки сигнала.

Отметим, что введение искусственной стохастичности существенно изменяет классический подход к задаче обнаружения сигналов, т.к. «стохастичность» в классической постановке является естественной и определяется заданными моделями отраженных сигналов, помех и собственного шума приёмника. Для сравнения в качестве базовой возьмём классическую теорию радиолокационного обнаружения сигналов, однако при этом учтём эффекты дискретизации и квантования.

Классическая задача приёма сигнала на фоне шума решается в рамках теории статистических решений. При этом сигнал подвергается ряду преобразований. В классической теории решений проектировщик системы не может управлять сигналом на входе: операция передачи задаётся внешними условиями, все сигналы определены вместе с вероятностями наступления каждого из них. Введение искусственной

стохастичности позволяет осуществить линеаризацию исходных нелинейных по времени данных. Предложенный метод, как и метод Монте-Карло, является инструментом, разрешающим компромисс между «дискретизацией», «грубым квантованием» и размерами окон пространственно-временных выборок.

В заключение следует отметить, что использование искусственной стохастичности при цифровой обработке радиотехнических сигналов позволяет снизить разрядность радиолокационных данных, уменьшить усреднения боковых лепестков частотных характеристик и улучшить пространственно-частотные характеристики обработки сигналов.

#### Список литературы

1. Горбунов Ю.Н. Стохастическая радиолокация: Условия решения задач обнаружения, оценивания и фильтрации // Журнал радиоэлектроники. – 2014. – № 11. – С. 1–23.
2. Горбунов Ю.Н. Цифровая обработка радиолокационных сигналов в условиях использования грубого (мало-разрядного) квантования: монография. – М.: ФКА, ФГУП «ЦНИРТИ им. акад. А.И. Берга», 2008. – 87 с.
3. Бакулев П.А. Радиолокационные системы: учебник для вузов. – М.: Радиотехника, 2004. – 320 с.
4. Радиолокационные системы [Электронный ресурс]: учебник / В.П. Бердышев, Е.Н. Гарин, А.Н. Фомин [и др.];

под общ. ред. В.П. Бердышева; разработ.: Центр обучающих систем ИнТКСФУ. – Версия 1.0. – Электрон. дан. (4 Мб). – Красноярск: СФУ, 2012.

5. Тисленко В.И. Статистические методы обработки сигналов в радиотехнических системах: учебное пособие, 2007. – 245 с.

#### References

1. Gorbunov Ju.N. Zhurnal radiojelektroniki. 2014. no. 11. pp. 1–23.
2. Gorbunov Ju.N. Cifrovaja obrabotka radiolokacionnyh signalov v uslovijah ispolzovanija grubogo (malo razrjadnogo) kvantovanija. Moscow: FKA, FGUP «CNIRTI im. akad. A.I. Berga», 2008. 87 p.
3. Bakulev P.A. Radiolokacionnyye sistemy. Uchebnik dlja vuzov, M.: Radiotehnika, 2004, 320 p.
4. Tislenko V.I. Statisticheskie metody obrabotki signalov v radiotekhnicheskikh sistemah. Uchebnoe posobie, 2007, 245 p.
5. Radiolokacionnyye sistemy [Elektronnyj resurs]: uchebnik. V.P. Berdyshev, E.N. Garin, A.N. Fomin [i dr.]; pod obshh. red. V.P. Berdysheva; Versija 1.0. Jelektron. dan. (4 Mb). Krasnojarsk: SFU, 2012.

#### Рецензенты:

Бачурин В.И., д.ф.-м.н., профессор кафедры «Высшая и прикладная математика», Ярославский филиал МИИТ, г. Ярославль;

Смирнов А.Д., д.ф.-м.н., профессор, Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, г. Ярославль.