УДК 001.891.573

МОДЕЛИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРЕДПРИЯТИЙ МНОГОСЕКТОРНОЙ ЭКОНОМИКИ

Лебедев В.И., Лебедева И.В.

ФГАОУ ВПО «Северо-Кавказский федеральный университет», Институт информационных технологий и телекоммуникаций, Ставрополь, e-mail: victorlebedev2013@yandex.ru

При изучении динамических процессов развития предприятий в макроэкономическом анализе используют системы связанных, нелинейных, дифференциальных уравнений для важных экономических параметров. В работе изучаются процессы в развивающихся, самоорганизующихся экономических системах в областях экономических катастроф с помощью трёхсекторной модели функционирования экономики и теорий катастроф и бифуркаций. Построены модели развивающихся экономических предприятий в конкурентной среде и при наличии инновационной деятельности в виде системы нелинейных дифференциальных уравнений, которые анализируются по наилучшему совпадению данных, даваемых моделями с существующими динамическими рядами данных функционирования предприятий. Методами компьютерных технологий исследованы процессы стохастизации и появления новых структур в самоорганизующихся экономических системах. Рассмотрены регулярный, эволюционный и стохастический типы поведения экономических систем. Обсуждены оптимальные способы управления развитием предприятий с учётом инновационной деятельности и наличия конкуренции.

Ключевые слова: нелинейные синергетические модели, регулярные и стохастические сценарии развития, инновационная деятельность, конкуренция, управление

FUNCTIONING MODELS OF THE MULTISECTOR ECONOMY ENTERPRISES

Lebedev V.I., Lebedeva I.V.

North Caucasian Federal University», Institute of information technologies and telecommunications, Stavropol, e-mail: victorlebedev2013@yandex.ru

Connected, nonlinear differential equations for the important economic parameters have been used at studying of dynamic developments of the enterprises in the macroeconomic analysis. We study the processes of developing, self-organizing economic systems in the areas of economic disasters using functioning multisession model of the economy with help of catastrophes and bifurcations theories. Models of emerging economic enterprises in a competitive environment and in the presence of innovation in the form of a system of nonlinear differential equations are analyzed. The best match of the data given by the models and of existing dynamic data series operation of enterprises is discussed. Methods of computer technology, the processes of the randomization and the emergence of new structures in the self-organizing economic systems are investigated. Regular, evolutionary and stochastic behaviors of economic systems are considered. By development of the enterprises optimum ways of management are discussed with the account of innovative activity and competition presence.

Keywords: nonlinear synergetic models, regular and stochastic scenarios of development, innovative activity, competitive environment, management

Структура рыночной экономики предполагает развитую систему взаимосвязанных рынков, охватывающих обеспечение производства товаров и услуг, элементы материального и денежного обращения, потребительского рынка, рынков технологий и духовных благ. В классической модели рыночная экономика представляется как система нескольких взаимодействующих рынков: рынка производства товаров, рынка трудовых ресурсов, финансового рынка и других. В равновесии каждый из рынков описывается кривыми спроса и предложения соответствующих продуктов, пересечения которых определяют точки динамического равновесия. Отклонения от равновесия любого из рынков считаются малыми и в моделях установления нового равновесия обсуждаются лишь качественно [1, 2].

Важнейшей сферой макроэкономики является производство, наполняющее рынки товарной массой и определяющее формирование рыночных отношений. Между производством и потреблением товаров и услуг функционирует система распределения, определяемая сложившимися социальными отношениями в обществе. Детализация объектов рынков и связей делает возможным построение моделей социально-экономических процессов, что предоставляет исследователю возможность формализации теории процессов. Классическая модель рыночной экономики представляет макроэкономическую систему как взаимодействие трёх рынков: производства товаров, рынка трудовых ресурсов и финансового рынка [1, 2].

Моделирование социально-экономических процессов и объектов часто связывают с получением численных результатов, например в теории исследования операций, теории игр, в которых вводится целевая функция. Современный социально-экономический анализ не приводит к адекватному описанию сложных многопараметрических макроэкономических систем. Принцип оптимальности, широко используемый в большинстве математических работ по моделированию, эффективен не всегда, в силу отсутствия или сложности динамических экономических моделей неравновесных, открытых, самоорганизующихся систем. Такие проблемы, как автоколебания параметров, наличие у них быстрых изменений и скачков (катастроф), не описываются в моделях с использованием принципов оптимальности [2, 3].

Качественная феноменологическая теория социально-экономических процессов ставит своими целями нахождение простейших моделей, описывающих данные системы и процессы в них. Эти модели могут восстанавливаться по динамическим рядам параметров исследуемых систем в виде регрессионных моделей. В динамических моделях проводится математический анализ возможных сценариев их поведения с помощью существующих методов (бифуркационный анализ, теория катастроф) и выдача рекомендаций для оптимизации процессов. Задачи качественного анализа делают акцент на получении качественного результата, на исследовании характерных черт всего явления, на прогнозировании явления [2–6].

Синергетические модели экономических процессов

В синергетических моделях рыночной экономики полагается, что субъекты являются открытыми и неравновесными и обмениваются информацией. Обмен информацией и взаимодействие с окружением может приводить к понижению энтропии в системе, что ведёт к появлению новых равновесных состояний и структур, изменениям с образованием новых форм в организации системы. Наряду с эволюционным, медленным изменением иногда в системе возникает динамический хаос с последующей самоорганизацией новых оптимальных структур. *Х*аотическое поведение экономических параметров рынков вблизи точек экономических катастроф описывают в нелинейной динамике сложных систем странными аттракторами [2]. Аттракторы в дальнейшем развитии превращаются в другие формы самоорганизации: в циклические колебания экономических параметров, стремление фазовых траекторий систем в устойчивые или неустойчивые состояния типа узлов и фокусов. Математический анализ нелинейных моделей проводится с помощью существующих методов бифуркационного анализа и теории катастроф [2, 3].

Качественное исследование моделей состоит в изучении топологических структур, на которые разбивается фазовый портрет системы. Сущностный анализ состоит в сопоставлении неприводимых структур фазового портрета конкретным объектам и процессам, происходящим с ними, совместно с бифуркационным анализом стационарных точек [2]. При макроэкономическом анализе динамических процессов используют ряд связанных, нелинейных дифференциальных уравнений для экономических параметров. Отбор нелинейной математической модели функционирования предприятий может быть решён лишь с помощью анализа наилучшего совпадения прогнозов, даваемых моделями с наблюдаемыми динамическими рядами. Динамические ряды данных предприятий анализируются на стационарность и при наличии значительных девиаций дисперсии, поведение динамической системы должно описываться дифференциальными уравнениями. Необходимо проводить обработку рядов для нахождения коэффициентов дифференциальных уравнений, выбираемых как пробные математические модели системы [2].

Пусть рассматривается экономическая система, поведение которой описывается системой дифференциальных уравнений первого порядка

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = F(\vec{x}, \vec{c}) = -\frac{\partial U(\vec{x}, \vec{c})}{\partial \vec{x}}, \qquad (1)$$

где вектор $\vec{x}$ задает состояние динамической системы набором существенных переменных – «параметров порядка»; $\vec{c}$ – вектор управляющих параметров; U – потенциал Тома [2], моделирующий характер поведения системы вблизи экономической катастрофы. Фазовая траектория такой системы стремится к единственному предельному состоянию, которым может быть замкнутая траектория, некоторая точка или многообразие – аттракторы. В процессе изменения потенциала U изменится как сама система, так и ее интегральные кривые в фазовом пространстве. Важно проследить за характером изменения стационарных особых точек потенциала U, которые называются *множеством катастроф*, в которых происходит существенное изменение поведения системы.

Если выделить существенные, медленно меняющиеся параметры модели, её параметра порядка (ПП) η, можно найти из (1) динамические уравнения, в которые войдут соответствующее ПП сопряжённые им поля h, а в уравнения для h войдут параметры внешних воздействий или управляющие параметры S, для которого можно получить соответствующие уравнения [4]. Таким образом, простая математическая модель представляет собой дифференциальные уравнения для параметров порядка (ПП) η, сопряжённых им полей h и параметров внешних воздействий или управляющих параметров S:

$$\tau_\eta \dot{\eta} = -\dot{\eta} + A_\eta \eta,$$
$$\tau_h \dot{h} = -h + A_h \eta h, \qquad (2)$$
$$\tau_s \dot{S} = \left(S_e - \dot{S}\right) - A_s \eta h.$$

Здесь A_η, A_h, A_s – константы связи; S_e – стационарный управляющий параметр; τ_η, τ_h, τ_s – времена релаксации параметров порядка, сопряжённых полей и управляющих параметров соответственно. В синергетике модель (2) называется моделью Лоренца, которая в наиболее простой и изученной форме описывает динамическое состояние хаоса. Этот аттрактор получил название аттрактор Лоренца и является наиболее изученной и популярной математической моделью, демонстрирующей поведение типа динамический хаос. Она же описывает и процесс самоорганизации систем из динамического хаоса при переходе в режим регулярного эволюционного поведения [2, 3].

Рассмотрим динамику систем в области катастроф в приближении стандартного синергетического подхода, учитывающего принцип соподчинения степеней свободы выделенным – ПП. В этом режиме выполняются следующие неравенства в иерархии времён релаксации: $\tau_\eta >> \tau_h$, τ_s, а временная зависимость сопряжённого поля и внешних параметров определяется изменением ПП: $h(t) = h(\eta(t))$ и $S(t) = S(\eta(t))$. При выполнении принципа подчинения поведение системы описывается уравнениями (2), в которых внешнее поле и управляющий параметр выражены через ПП. Когда параметр внешнего воздействия S_e меньше критического значения $S_c = (A_\eta A_h)^{-1}$, потенциал $U(\eta)$ имеет минимум в точке $\eta_0 = 0$ и упорядочения в системе не происходит. В закритической области при $S_e > S_c$ в минимуме потенциала катастроф система имеет ненулевой ПП [2]

$$\eta_0 = \eta_m (S_e/S_c - 1)^{1/2}, \qquad (3)$$

где $\eta_m^{-2} = A_s A_h$ и стационарное значение ПП возрастает с критическим показателем ½ при закритическом значении безразмерного параметра внешнего воздействия до $s = S_e/S > 1$. В закритическом режиме образуется область точек, притягивающая фазовые траектории, к которой система движется быстро, но при попадании в неё движение замедляется. Указанное множество, называемое «руслом», и соответствует эволюционному поведению системы [3].

Модели экономических предприятий с инновационной деятельностью

Исследуем влияние инновационной деятельности на динамику систем в области катастроф. Рассмотрим известную систему открытой трёхсекторной модели функционирования экономической системы, в которой учтём инновационную деятельность активной части работников и менеджеров предприятий в трёх секторах: производственном, характеризуемом выпуском продукции – $x(t)$, имеющим трудовые ресурсы – $y(t)$, располагающим финансовыми ресурсами – $z(t)$ [4, 5]. Творческую активность по созданию новых инновационных технологий будем учитывать функцией $m(t)$, которая даёт удельную характеристику эффективного изменения способов производства. Такой вариант открытой трёхсекторной модели функционирования экономической системы описывается системой уравнений для основных параметров секторов:

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \alpha_1 m + \alpha_2 xm + \alpha_3 m^2 +$$
$$+ \alpha_4 xm^2 - \alpha_5 x - \alpha_6 x^2 + \alpha_7 y;$$
$$\frac{\partial y}{\partial t} = -\beta_1 y + \beta_2 x - \beta_3 xz; \qquad (4)$$
$$\frac{\partial z}{\partial t} = -\gamma_1 z + \gamma_2 xy;$$
$$\frac{dm}{dt} = \delta_1 x - \delta_2 m + \delta_3 x^2,$$

здесь $\alpha_5 x$ и $\alpha_6 x$ – непроизводственные расходы системы; $\alpha_7 y$ – прирост валового продукта, связанный с производительностью труда; $\beta_1 y$ – выбывание трудовых ресурсов в процессе производства; $\beta_2 y$ – изменение трудовых ресурсов, связанное с ростом валового продукта; $\beta_3 xz$ – вовлечение трудовых ресурсов в связи с инвестициями и дополнительным производством товаров; $\gamma_1 z$ – доходы; $\gamma_2 xy$ – доход системы, связанный с ростом производства и ресурсов. Параметр $m(t)$, характеризующий эффективность управления предприятием, связанную с внедрением инновационных способов производства, меняющийся в интервале $0 < m < 1$ и определяемый относительным количеством принятых на предприятии инноваций, увеличивающими прибыль, описывается последним уравнением в системе (4). Члены системы: $\alpha_4 xm^2$ – планирование затрат капитала на проведение научных и инженерных инноваций; коэффициент α_2 – эффективность инновационной деятельности; $\alpha_2 xm$ – инновационные капитальные вложения в основные фонды.

В последнем уравнении системы (4) член $\delta_1 x$ – отражает увеличение вариантов инновационных производств; $\delta_2 m$ – уменьшение числа способов производства, оказавшихся неэффективными; $\delta_3 x^2$ – влияние вложений капитала в инвестиции, приносящие прибыль. Коэффициенты α_1, β_1, γ_1, δ_1 системы уравнений (4) определяют времена релаксации параметров *x, y, z, m* в режиме гладкой эволюции к квазиравновесным значениям для производственного, трудового и финансового рынков. Переход к обезразмеренным параметрам в системе уравнений (4) при определённых значениях коэффициентов системы уравнений приводит к модели Лоренца и решениям типа динамического хаотического поведения.

Рассмотрим механизмы, стабилизирующие хаотическое или неустойчивое поведение экономических систем. Рассмотрим случай, когда происходит быстрая релаксация степеней свободы параметров *y* и *z,* так что они входят в первое и последнее уравнения системы (4) своими квазиравновесными значениями. В этом случае имеем из (4)

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \alpha_1 m + \alpha_2 xm + \alpha_3 m^2 + \alpha_4 xm^2 - \alpha_5 x - \alpha_6 x^2;$$

$$\frac{dm}{dt} = \delta_1 x - \delta_2 m + \delta_3 x^2. \quad (5)$$

Имеются два стационарных ненулевых решения $x_{1,2}$ системы уравнений (5). Исследуем фазовой диаграммы возможных структур коллективизированного поведения экономических систем. Бифуркационный анализ корней характеристического уравнения (5) показывает, что при

$$\alpha_5\delta_2 > \alpha_1\delta_1 \quad (6)$$

в укороченной модели (5) существует единственное положительное стационарное состояние равновесия x_1, m_1. При выполнении условий для коэффициентов системы (5)

$$\alpha_5\delta_2 < \alpha_1\delta_1, \quad \alpha_6\delta_2^2 - \alpha_2\delta_1\delta_2 - \alpha_3\delta_1 > 0 \quad (7)$$

в модели таких положений два. Коэффициенты характеристического уравнения σ, μ для исследования корней системы (5), определяющих границы раздела на фазовой диаграмме неустойчивых решений типа седло, устойчивых и неустойчивых решений типа узел, седло и предельных циклов имеют вид

$$\sigma = \alpha_2 m + \alpha_4 m^2 - \alpha_5 - 2\alpha_6 m - \delta_2; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \mu = &-\alpha_2\delta_2 m - \alpha_4\delta_2 m^2 + \alpha_5\delta_2 + 2\alpha_6\delta_2 x - \alpha_1\delta_1 - \\ &-\alpha_2\delta_1 x - 2\alpha_3\delta_1 m - 2\alpha_4\delta_1 xm. \end{aligned} \quad (9)$$

Исследование соотношения (8), (9) показывает, что первое положительное стационарное состояние может быть устойчивым фокусом; устойчивым фокусом, который окружает неустойчивый предельный цикл; неустойчивым фокусом, вокруг которого есть единственный предельный цикл; неустойчивым фокусом без цикла. При $\mu < 0$ все решения системы (5) – неустойчивые решения типа седло. Второе положительное состояние равновесия при выполнении условия (7) для $\mu > 0$ всегда устойчиво и предельных циклов не имеет. Следовательно, параметры инновационной модели (5) дают возможность появления устойчивого эволюционного развития.

Модели конкурентного рынка

Технический прогресс общества обеспечивается конкурентной борьбой предприятий с инновационной технологией, повышающей качество и производительность труда, с предприятиями, выпускающими продукцию с устаревшей технологией. На модели конкурентной борьбы возможно проследить этапы конкуренции и понять варианты возможных её исходов. Пусть $x(t)$ – концентрация предприятий в момент времени *t,* выпускающих продукцию по устаревшей, но общепринятой технологии, а $n(t)$ – концентрация предприятий, внедривших инновационные технологии. Система дифференциальных уравнений для скорости изменения числа этих предприятий при конкурентной борьбе имеет вид

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \alpha_1 x - \alpha_2 xn - \alpha_3 x^2 n - \alpha_4 x; \quad (10)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \beta_1 n + \beta_2 n^2 - \beta_3 xn - \beta_4 n, \quad (11)$$

здесь $\alpha_1 x$ и $\beta_1 n$ – естественный прирост числа фирм обоих типов со скоростями α_1 и β_1; члены $\alpha_4 x$ и $\beta_4 n$ – естественное уменьшение количества предприятий; члены $-\alpha_2 xn$ и $-\beta_3 xn$ характеризуют уменьшение количества предприятий в результате их конкурентной борьбы; член $-\alpha_3 x^2 n$ характеризует убыль фирм со старой технологией в результате их большой плотности при ограниченном спросе и в результате конкуренции между собой и с предприятиями, обновившими свои технологии; член $\beta_2 n^2$ – нелинейный рост числа фирм, обеспеченный инновационными технологиями.

Рассмотрим начальный этап зарождения предприятий с новой технологией, когда они ввиду малочисленности не представляют серьёзную конкуренцию $n \ll x$ и положим α_2 в правой части уравнения (10) равным нулю. Проведём анализ возможных решений системы уравнений (10), (11) с помощью характеристического уравнения.

В нашем приближении можно получить для коэффициентов квадратичного характеристического уравнения выражения

$$\sigma = -\alpha_3 x'n' + \beta_2 n'; \qquad (12)$$

$$\Delta = \alpha_3 x'n' \left(\beta_3 x' - \beta_4 n'\right). \qquad (13)$$

Здесь x' и n' – положения равновесия модели. При условии $(\beta_3 x' - \beta_4 n') > 0$ реализуется фазовая траектория типа седло. Таким образом, наша модель стала неустойчивой, как только появилась хоть одна фирма, использующая инновационную технологию выпуска продукта. В модели есть бифуркация, связанная с членом $\beta_2 n^2$, которая приводит к исчезновению предприятий, использующих старые технологии.

Заключение

Исследованы кооперативные явления в системах взаимодействующих, рыночных предприятий, эволюционирующих естественным образом в условиях рыночной экономики. Рассмотрены регулярный и стохастический типы поведения экономических систем. Обсуждены оптимальные способы управления развитием экономических систем и показаны возможности исключения катастрофических ситуаций.

Список литературы

1. Колемаев В.А. Математическая экономика: монография. – М.: ЮНИТИ, 1998. – 240 с.

2. Лебедев В.И. Математические модели синергетической экономики: монография / В.И. Лебедев, И.В. Лебедева – Ставрополь: СевКавГТУ, СТИС (филиал) ЮРГУЭС, 2011. – 221 с.

3. Лебедев В.И. Модели синергетической экономики: монография / В.И. Лебедев, И.В. Лебедева. – Saarsbrucken, Deutschland: Palamarium academic publishing, 2014. – 220 p.

4. Лебедев В.И. Трёхсекторная модель функционирования экономических систем / В.И. Лебедев, И.В. Лебедева // Вестник Северо-Кавказского федерального университета.– Ставрополь, 2012. – № 4(33). – С. 21–24.

5. Лебедева И.В., Математические модели функционирования предприятий, участвующих в инновационной деятельности / И.В. Лебедева, В.И. Лебедев // Вестник Северо-Кавказского федерального университета. – Ставрополь, 2013. – № 6(39). – С. 15–18.

6. Мараховский А.С., Математическое моделирование оптимального управления в социально-экономических системах / Мараховский А.С., Ширяева Н.В. Таточенко Т.В. // Вестник Северо-Кавказского федерального университета. – Ставрополь, 2014. – № 2(41). – С. 274–279.

References

1. Kolemaev V.A., *Matematicheskaja ekonomika* (Mathematical economy), M.: YUNITI, 1998. 240 p.

2. Lebedev V. I., Lebedeva I. V. *Matematicheskie modeli sinergeticheskoj ekonomiki* (Mathematical models of synergetic economy) Stavropol : NCSTU, 2011. 221 p.

3. Lebedev V. I., Lebedeva I. V. *Modeli sinergeticheskoj ekonomiki* (Models of synergetic economy) Saarsbrucken, Deutschland: Palamarium academic publishing, 2014. 220 p.

4. Lebedev V.I., Lebedeva I.V., *Vestnik. SCFU,* 2013. no. 4(33). pp. 21–24.

5. Lebedeva I.V, Lebedev V.I., *Vestnik.SCFU,* 2013. no. 6(39). pp. 15–18.

6. Marahovsky A.S., Shiryaeva N.V., Tatochenko T.V., *Vestnik.SCFU,* 2014. no. 2(41). pp. 274 279.

Рецензенты:

Торопцев Е.Л., д.э.н., профессор, заведующий кафедрой математического анализа, Институт математики и естественных наук, Северо-Кавказский федеральный университет, г. Ставрополь;

Мараховский А.С., д.э.н., профессор кафедры прикладной математики и компьютерной безопасности, Институт информационных технологий и телекоммуникаций, Северо-Кавказский федеральный университет, г. Ставрополь.