

УДК 621.789; 519.246

**РЕГРЕССИОННАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ЛАЗЕРНОГО УПРОЧНЕНИЯ****Чигиринский Ю.Л., Щепетнов И.А., Чигиринская Н.В.***ФГБОУ ВПО «Волгоградский государственный технический университет»,  
Волгоград, e-mail: Julio-Tchigirinsky@yandex.ru*

Представлена и обоснована статистическая модель, отражающая взаимосвязи характеристик обрабатываемого материала и технологических режимов лазерного упрочнения с результатами обработки – глубиной поверхностного слоя с измененными физико-механическими свойствами. Модель построена как обобщение результатов исследований отечественных и зарубежных специалистов. Для определения коэффициентов регрессии использована методика полнофакторного производственного эксперимента. При построении аддитивной и мультипликативных моделей обеспечено выполнение комплекса условий Гаусса – Маркова. Показано, в результате сравнения моделей с точки зрения достоверности, адекватности и относительной погрешности, что наиболее корректное описание процесса дает степенная мультипликативная модель. Приведены практические рекомендации относительно применения методов математической статистики для отбора управляющих факторов, построения регрессионных моделей и прогнозирования результатов лазерного упрочнения поверхностей стальных деталей.

**Ключевые слова:** качество поверхности, поверхностный слой с измененными физико-механическими характеристиками, лазерное упрочнение, регрессионная модель, полнофакторный эксперимент, управляющие технологические факторы, достоверность, адекватность

**REGRESSION MODEL OF LASER HARDENING PROCESS****Chigirinskiy Y.L., Schepetnov I.A., Chigirinskaya N.V.***Volgograd State Technical University, Volgograd, e-mail: Julio-Tchigirinsky@yandex.ru*

Presents and justifies a statistical model that expresses the relationship of the characteristics of the processed material and technological conditions of laser hardening the processing results – the depth of the surface layer with modified physical and mechanical properties. The model is constructed as a generalization of the research results of domestic and foreign experts. To determine the coefficients of the regression methodology used full factorial production experiment. When building additive and multiplicative models based on the complex conditions of the Gauss-Markov. Shows the comparison of models from the point of view of reliability, adequacy, and relative error, which is the most correct description of the process gives power multiplicative model. Practical recommendations on the application of mathematical statistics methods for the selection of control factors in the regression models and prediction results of laser surface hardening of steel parts.

**Keyword:** surface quality, surface layer of the modified physical-mechanical characteristics, laser hardening, regression model, full factorial experiment, control technological factors, reliability, model adequacy

Проведен литературный обзор научных работ по лазерному упрочнению поверхностного слоя сталей и чугунов и выявлены основные факторы, которые в конечном итоге влияют в большей мере на требуемые свойства поверхностной закалки.

Виртуальный полнофакторный эксперимент охватывает стали [3] 20ХН3А, 45ХН2МФА, 12Х13, 30Х13, 12Х17, 15Х25Т, 12Х18Н10Т. Данные для моделирования получены в результате анализа результатов исследований [1, 2, 7 и др.], опубликованных в научных периодических и монографических изданиях. Достоверность средних значений, определенная по критерию Стьюдента, составила не менее 98% с учетом объемов статистических выборок не менее 140 наблюдений.

Общий массив (табл. 1) исходных данных включает усредненные результаты 140 экспериментов, что образует выборку, репрезентативность которой достаточна

для построения аддитивной [4, 5] четырехфакторной ( $140 > 2^4 = 16$ ) и мультипликативных ( $140 > 3^4 = 81$ ) регрессионных моделей.

Для уточнения списка объясняющих переменных определим (1, 2) коэффициенты корреляции (табл. 2):

коэффициент корреляции «фактор-функция»

$$r_{\Phi_j R} = \frac{\sum_{i=1}^k (\Phi_{ij} - \bar{\Phi}_j) \cdot (R_i - \bar{R})}{k \cdot \sigma_{\Phi_j} \cdot \sigma_R}; \quad (1)$$

коэффициент интеркорреляции факторов

$$r_{\Phi_j \Phi_z} = \frac{\sum_{i=1}^k (\Phi_{ij} - \bar{\Phi}_j) \cdot (\Phi_{iz} - \bar{\Phi}_z)}{k \cdot \sigma_{\Phi_j} \cdot \sigma_{\Phi_z}}. \quad (2)$$

Таблица 1

Усредненные результаты экспериментов

Размер пятна лазера ( $r$ , мм)	Время закалки, ( $t$ , с)	Коэффициент температурного расширения ( $\alpha \cdot 10^{-6}$ , $^{\circ}\text{C}^{-1}$ )	Скорость ( $V_{\text{обр}}$ , м/с)	Глубина закалки ( $Z_{\text{зак}}$ , мм)
$\Phi_1$	$\Phi_2$	$\Phi_3$	$\Phi_4$	R
1	0,28	13	7	0,031
1	0,14	13	14	0,020
1	0,09	13	21	0,017
1	0,07	13	28	0,015
...				
2,5	0,35	13	14	0,034
2,5	0,23	13	21	0,028
2,5	0,17	13	28	0,024
2,5	0,71	13	7	0,045
...				
3	0,42	11,5	14	0,026
3	0,28	11,5	21	0,021
3	0,21	11,5	28	0,018
3	0,85	11,5	7	0,037

Таблица 2

Корреляция и интеркорреляция

$\Phi_2$	$\Phi_3$	$\Phi_4$	R	
0,0593	0,000	0,0000		
	0,000	-0,7523	0,4659	$\Phi_1$
		0,0000	0,8416	$\Phi_2$
			-0,0316	$\Phi_3$
			-0,6521	$\Phi_4$

Поскольку коэффициенты интеркорреляции (2) факторов достаточно малы, можно говорить о слабом взаимном влиянии, за исключением коэффициента интеркорреляции фактора  $r_{\Phi_2, \Phi_4}$ . Однако, несмотря на вероятную интеркорреляцию факторов  $\Phi_3$  и  $\Phi_4$ , многие авторы [1, 2, 7] включают эти факторы в исследования. Аналогично, несмотря на малые значения (табл. 3) коэффициентов корреляции «фактор-функция» (1) для факторов  $\Phi_1$  и  $\Phi_3$ , что практически означает отсутствие линейной зависимости функции отклика от этих факторов, мы также рассматриваем их при моделировании.

Ранее [4, 6] мы обсуждали вопросы, связанные с корректностью построения и возможностью математического анализа регрессионных моделей, в частности с так называемыми условиями Гаусса – Маркова. Для обеспечения выполнения комплекса условий в отношении ортогональности и ро-

татабельности исходных данных, выполним их нормирование [5] в соответствии с соотношениями (3...5, табл. 3).

В работе рассматриваются три спецификации исходных моделей: линейная, степенная и показательная (экспоненциальная), – наиболее часто применяемые для описания процессов механической и физико-технической обработки. Процедура нормирования (3...5) позволяет привести все модели к одинаковому – линейному – виду в безразмерном координатном пространстве. Использование нормированного координатного пространства позволяет выполнять количественное сравнение коэффициентов регрессии с целью ранжирования технологических факторов по степени воздействия на результат исследуемого процесса.

Фрагмент массива нормированных исходных данных для построения степенной модели и результаты моделирования приведены в табл. 4.

Из представленных (рисунок) графиков видно, что поведение прогнозных линий идентично экспериментальным данным, следовательно, все модели соответствуют реальному процессу. Наиболее близко к экспериментальной кривой лежит график степенной модели, наибольшая погрешность у модели линейной.

В соответствии с неравенством (6) определены значения доверительной вероятности  $\alpha$  из условия статистической значимости всех рассматриваемых технологических факторов.

Таблица 3

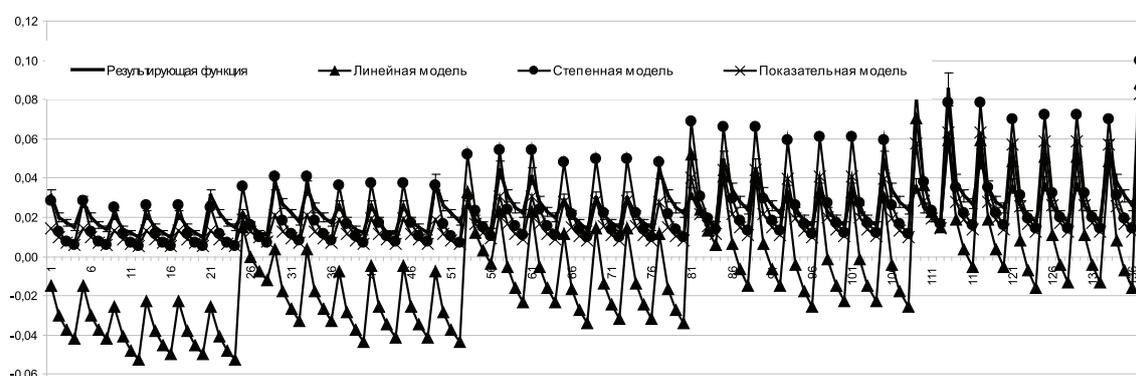
## Преобразования исходной модели

Спецификация модели	Исходная модель	Правила нормирования	Нормированная модель
Линейная модель	$R = B_0 + \sum_{j=1}^n B_j \cdot \Phi_j$	$Y_i = 2 \cdot \frac{R_i - \max(R)}{\max(R) - \min(R)} - 1;$ $X_{ij} = 2 \cdot \frac{\Phi_{ij} - \max(\Phi_j)}{\max(\Phi_j) - \min(\Phi_j)} - 1$	$Y_i = \sum_{j=1}^n A_j \cdot X_{ij}$ (3)
Степенная модель	$R = B_0 \cdot \prod_{j=1}^n \Phi_j^{B_j}$	$Y_i = 2 \cdot \frac{\ln\left(\frac{R_i}{\max(R)}\right)}{\ln\left(\frac{\max(R)}{\min(R)}\right)} - 1;$ $X_{ij} = 2 \cdot \frac{\ln\left(\frac{\Phi_{ij}}{\max(\Phi_j)}\right)}{\ln\left(\frac{\max(\Phi_j)}{\min(\Phi_j)}\right)} - 1$	$Y_i = \sum_{j=1}^n A_j \cdot X_{ij}$ (4)
Показательная модель	$R = B_0 \cdot \prod_{j=1}^n B_j^{\Phi_j}$	$Y_i = 2 \cdot \frac{\ln\left(\frac{R_i}{\max(R)}\right)}{\ln\left(\frac{\max(R)}{\min(R)}\right)} - 1;$ $X_{ij} = 2 \cdot \frac{\Phi_{ij} - \max(\Phi_j)}{\max(\Phi_j) - \min(\Phi_j)} - 1$	$Y_i = \sum_{j=1}^n A_j \cdot X_{ij}$ (5)

Таблица 4

## Параметры степенной модели (нормированные величины)

№ п/п	Y (норма R)	X <sub>1</sub> (норма Φ <sub>1</sub> )	X <sub>2</sub> (норма Φ <sub>2</sub> )	X <sub>3</sub> (норма Φ <sub>3</sub> )	X <sub>4</sub> (норма Φ <sub>4</sub> )
1	0,0567	-0,8378	0,1060	-0,2439	-0,8672
...					
140	-0,3616	0,8533	-0,1073	0,7355	0,8799
Коэфф. регрессии	a <sub>1</sub>	0,21	0,62	0,21	-0,41
Критерий Стьюдента	t <sub>1</sub>	0,64	1,86	0,63	1,23



Сравнение экспериментальных данных и результатов моделирования

Статистическая значимость факторов  $X_j$  оценивается [5] по критерию Стьюдента (6)

$$t = \frac{|A_j|}{\sigma^{(j)}} \geq T_\alpha (3^n - 1). \quad (6)$$

Проверка адекватности моделей выполнена [5] по критерию Фишера (7) при уровне доверительной вероятности, соответствующем статистической значимости факторов.

$$F_{\text{мод}} = \left( \frac{\sigma_{\text{эксп}}}{\sigma_{\text{мод}}} \right)^2 = \frac{\sum_{i=1}^z (R_i^{\text{эксп}} - \bar{R})^2}{\sum_{i=1}^z (R_i^{\text{эксп}} - R_i^{\text{мод}})^2}. \quad (7)$$

Результаты моделирования приведены в табл. 5, 6.

Сравнение коэффициентов регрессии нормированных моделей позволяет сделать следующее заключение: линейная модель не в полной мере учитывает влияние рассматриваемых технологических факторов, поскольку коэффициент  $A_0$  (степень риска) достаточно велик, по сравнению с коэффициентами регрессии технологических факторов.

Ранжированные по степени значимости списки технологических факторов выглядят следующим образом.

Для степенной модели:  
 – длительность воздействия лазерного луча (время обработки);  
 – скорость вращения обрабатываемой детали;  
 – радиус лазерного луча (радиус светового пятна на обрабатываемой поверхности);  
 – теплофизические характеристики обрабатываемого материала.

Для показательной модели:  
 – длительность воздействия лазерного луча (время обработки);  
 – радиус лазерного луча (радиус светового пятна на обрабатываемой поверхности);  
 – скорость вращения обрабатываемой детали;  
 – теплофизические характеристики обрабатываемого материала.

Сравнительная оценка погрешности и достоверности (табл. 6) моделей позволяет сформулировать следующие выводы:

1) степенная полнофакторная модель наиболее адекватно описывает процесс лазерного упрочнения поверхностного слоя исследованных сталей;

2) проведенный авторами предварительный анализ литературы о наиболее значимых факторах, влияющих на процесс закалки, вполне согласуется с результатами моделирования.

Таблица 5

Коэффициенты регрессии нормированных моделей

Модель		Значимость факторов				
		$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
1	Линейная, все факторы	-0,637	0,344	0,899	0,666	-0,119
2	Линейная, значимые факторы	-0,637	0,344	0,899	0,666	-0,119
3	Степенная, все факторы	-0,217	0,213	0,624	0,212	-0,411
4	Степенная, значимые факторы	-0,217	0,213	0,624	0,212	-0,411
5	Показательная, все факторы	-0,217	0,342	0,525	0,221	-0,311
6	Показательная, значимые факторы	-0,217	0,342	0,525	0,221	-0,311

Таблица 6

Параметры моделей в реальном координатном пространстве

Модель	Коэффициенты $B_j$					Достоверность	Относительная погрешность	Адекватность
	$B_0$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$			
Линейная	-0,12	0,01	0,1	0,01	0,00	99,40%	179,77%	адекватна
Степенная	0,03	0,38	0,54	0,69	-0,61	87,10%	34,65%	адекватна
Показательная	0,00	1,40	4,1	1,05	0,97	52,00%	36,57%	не адекватна

### Список литературы

1. Евдокимов В.Д. Технология упрочнения машиностроительных. – Николаев: Изд. НГГУ им. Петра Могилы. – 2005. – 352 с.

2. Майоров В.С. Лазерное упрочнение металлов // Лазерные технологии обработки материалов: современные проблемы фундаментальных исследований и прикладных разработок: монография / под ред. В.Я. Панченко. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 664 с.

3. Марочник сталей [Электронный ресурс] // Центральный металлический портал РФ. – Режим доступа: [http://metallicheskiy-portal.ru/marki\\_metallov/search/](http://metallicheskiy-portal.ru/marki_metallov/search/).

4. Чигиринский Ю.Л. Особенности применения табличного процессора для построения многофакторных регрессионных моделей / Ю.Л. Чигиринский, Н.В. Чигиринская // Современные инструментальные системы, информационные технологии и инновации: сб. науч. тр. XI междунар. науч.-практ. конф. (19-21 марта 2014 г.). В 4 т. Т. 4 / Юго-Западный гос. ун-т, Московский гос. технол. ун-т «Станкин», Тульский гос. ун-т [и др.]. – Курск, 2014. – С. 315–319.

5. Чигиринский Ю.Л. Стохастическое моделирование в машиностроении: учеб. пособие / Ю.Л. Чигиринский, Н.В. Чигиринская, Ю.М. Быков; ВолгГТУ. – Волгоград: РПК «Политехник», 2002. – 68 с.

6. Чигиринский Ю.Л. Структура электронной таблицы для построения многофакторных регрессионных моделей / Ю.Л. Чигиринский, Н.В. Чигиринская, Л.А. Качалова // Изв. ВолгГТУ. Серия «Прогрессивные технологии в машиностроении». Вып. 11: межвуз. сб. науч. ст. / ВолгГТУ. – Волгоград, 2014. – № 8. – С. 39–41.

7. Capello Ed. and Previtali B. Optimization of production rate in diode laser hardening // Journal of Laser Applications. – 2008. – № 20 (1). – DOI: 10.2351/1.2795747.

### References

1. Evdokimov V.D. Tehnologija uprochnenija mashinostroitelnyh. Nikolaev: Izd. NGGU im. Petra Mogily. 2005. 352 p.

2. Majorov V.S. Lazernoe uprochnenie metallov // Lazernye tehnologii obrabotki materialov: sovremennye problemy fundamentalnyh issledovanij i prikladnyh raz-

rabotok: monografija / pod red. V.Ja. Panchenko. M.: FIZMATLIT, 2009. 664 p.

3. Marochnik stalej [Jelektronnyj resurs] // Centralnyj metallicheskiy portal RF. Rezhim dostupa: [http://metallicheskiy-portal.ru/marki\\_metallov/search/](http://metallicheskiy-portal.ru/marki_metallov/search/).

4. Chigirinskij Ju.L. Osobennosti primeneniya tablichnogo processora dlja postroeniya mnogofaktornyh regressionnyh modelej / Ju.L. Chigirinskij, N.V. Chigirinskaja // Sovremennye instrumentalnye sistemy, informacionnye tehnologii i innovacii: sb. nauch. tr. XI mezhdunar. nauch.-prakt. konf. (19-21 marta 2014 g.). Vol. 4 t. T. 4 / Jugo-Zapadnyj gos. un-t, Moskovskij gos. tehnol. un-t «Stankin», Tulsij gos. un-t [i dr.]. Kursk, 2014. pp. 315–319.

5. Chigirinskij Ju.L. Stohasticheskoe modelirovanie v mashinostroenii: ucheb. posobie / Ju.L. Chigirinskij, N.V. Chigirinskaja, Ju.M. Bykov; VolgGTU. Volgograd: RPK «Politehnik», 2002. 68 p.

6. Chigirinskij Ju.L. Struktura jelektronnoj tablicy dlja postroeniya mnogofaktornyh regressionnyh modelej / Ju.L. Chigirinskij, N.V. Chigirinskaja, L.A. Kachalova // Izv. VolgGTU. Serija «Progressivnye tehnologii v mashinostroenii». Вып. 11: mezhvuz. sb. nauch. st. / VolgGTU. Volgograd, 2014. no. 8. pp. 39–41.

7. Capello Ed. and Previtali B. Optimization of production rate in diode laser hardening // Journal of Laser Applications. – 2008. no. 20 (1). DOI: 10.2351/1.2795747.

### Рецензенты:

Мартынов В.В., д.т.н., профессор кафедры «Проектирование технических и технологических комплексов», ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.», г. Саратов;

Каунов А.М., д.т.н., профессор кафедры «Теория и методика трудового обучения и воспитания», ФГБОУ ВПО «Волгоградский государственный социально-педагогический университет», г. Волгоград.