

УДК 621.824

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛОЖНОПРОФИЛЬНОГО СОЕДИНЕНИЯ

Разумов М.С., Гладышкин А.О., Зиновкин А.А., Пыхтин А.И., Сидорова М.А.
ФГБОУ ВПО «Юго-Западный государственный университет», Курск, e-mail: mika_1984_@mail.ru

В работе рассматривается способ определения основных геометрических характеристик сечения (площадь, осевые и полярный моменты инерции) в виде треугольника Рёло. В статье описываются основные достоинства и недостатки соединений такого вида в сравнении с используемыми на данный момент общепринятыми соединениями (шпоночные, шлицевый, многогранной правильной формы). Также приводится подробный расчет осевых моментов инерции круговых сегментов. С помощью полученных зависимостей становится возможным определить с высокой степенью точности нормальные и касательные напряжения, возникающие в профильном соединении при передаче крутящего момента. Указанные зависимости могут быть использованы при автоматизированном прочностном расчете соединения по 3-й теории прочности, что позволит сократить время на конструкторско-технологическую подготовку производства изделий, содержащих в своей конструкции соединения на базе треугольника Рёло.

Ключевые слова: полярный момент инерции, осевой момент инерции, профильное соединение, нормальное напряжение, касательное напряжение

COMPUTATION OF GEOMETRIC CHARACTERISTICS OF THE COMPLEX PROFILE CONNECTION

Razumov M.S., Gladyshevskiy A.O., Zinovkin A.A., Pykhtin A.I., Sidorova M.A.
Southwest State University, Kursk, e-mail: mika_1984_@mail.ru

The paper deals with a method for determining the basic geometrical characteristics of the section (square, axial and polar moment of inertia) as a Reuleaux triangle. The article describes the main advantages and disadvantages of this type of compounds in comparison with the currently used conventional connections (keyed, splined, multifaceted correct form). It also provides a detailed calculation of axial moment of inertia of circular segments. With the help of these curves it is possible to determine with a high degree of accuracy normal and shear stresses arising in connection with the profile of torque transmission. These dependencies can be used for automated connection strength calculations for the third theory of strength that will reduce the time to design and technological preparation of manufacture of products containing in their joint design based on Reuleaux triangle.

Keywords: polar moment of inertia, axial moment of inertia, the profile connection, normal tension, shear stress

Использование в промышленности (машино-, автомобиле-, приборостроении) профильных валов вместо шлицевых и шпоночных является перспективным в плане обеспечения достаточной надежности тяжело нагруженных соединений [1, 2, 3]. В настоящее время существует несколько способов по реализации формообразования данного вида валов, однако в условиях автоматизации конструкторско-технологической подготовки производства многие вопросы, связанные с прочностными расчетами [6, 8, 10, 13, 14] очень актуальны.

Для решения данной проблемы было предложено производить оценку прочности соединения исходя из расчета на изгиб с кручением [5, 9, 11, 12]. Требуется с большой точностью определить значение осевых и полярного моментов инерции поперечного сечения [4, 7] (рис. 1).

Расчет моментопередающих соединений на кручение в основном заключается в определении максимального касательного напряжения в поперечном сечении. Основная расчетная формула для определения

тангенциального напряжения в точке с координатой y –

$$\tau = \frac{T_{\max} \cdot y}{I_p},$$

где T_{\max} – максимальный крутящий момент, передаваемый валом; I_p – полярный момент инерции сечения.

Когда сечение имеет простую форму, определение I_p не составляет никаких сложностей. В общем виде его можно представить в виде суммы двух осевых моментов инерции

$$I_p = I_{xc} + I_{yc}. \quad (1)$$

Моментопередающее соединение имеет в поперечном сечении достаточно сложный профиль.

Высота центрального треугольника равна

$$h = \frac{\sqrt{3}(R-r)}{2}, \quad (2)$$

где R – радиус описанных окружностей из вершин центрального треугольника.

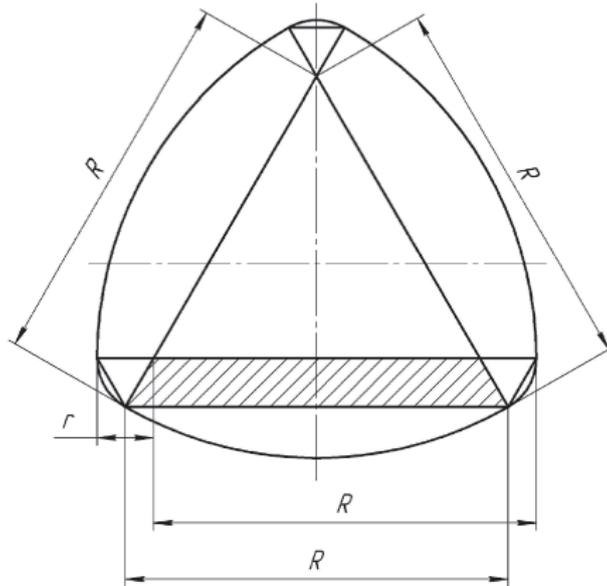


Рис. 1. Плоское сечение моментопередающего вала

Расстояние от оси X_1 до центральной X_c определяется по формуле

$$m = \frac{\sqrt{3}}{3}(R - r).$$

Полярный момент инерции большого кругового сегмента относительно X_c :

$$I_{p1}^{сегм} = I_y^{сегм} + I_{x1}^{сегм} - A \cdot y_c^2 + A(y_c - m)^2, \quad (3)$$

где A – площадь кругового сегмента.

Теперь определим осевые моменты инерции I_{X1} , I_y и площадь кругового сегмента (рис. 2 и 3).

$$I_{X1} = \int_A y^2 dA \quad \text{и} \quad I_y = \int_A x^2 dA.$$

При вычислении I_{X1} элементарная площадка расположена на расстоянии $y = R \cdot \sin \alpha$. Соответственно, $dy = R \cos \alpha d\alpha$.

Угол может изменяться в пределах $\frac{\pi}{3} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$.

Площадь кругового сегмента равна

$$A = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} dA = R^2 \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = 0,090586 R^2. \quad (4)$$

Момент инерции относительно оси I_{X1} равен

$$I_{X1} = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} R^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot 2b dy = \frac{R^4}{4} \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{8} \right) = 0,076773106 R^4. \quad (5)$$

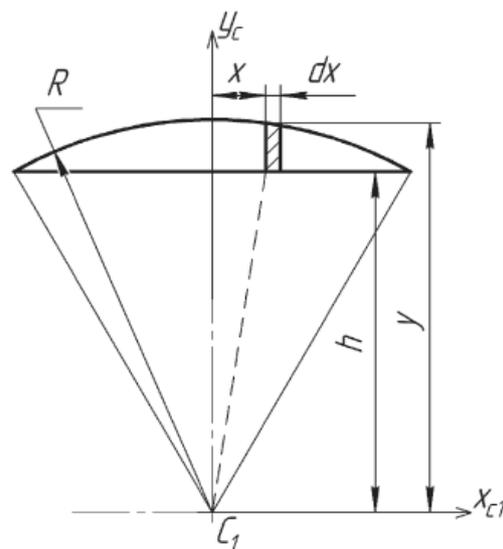


Рис. 2. Определение осевого момента инерции кругового сегмента относительно оси Y_c

Теперь вычислим I_y

$$I_{Yc} = 2 \int_0^{\frac{a}{2}} x^2 (\sqrt{R^2 - x^2} - a) dx,$$

где $x = R \cos t$ – расстояние от оси Y до элементарной площадки.

Удобнее всего этот интеграл брать в параметрическом виде. Введем параметр t следующим образом:

$$\cos t = \frac{x}{R}.$$

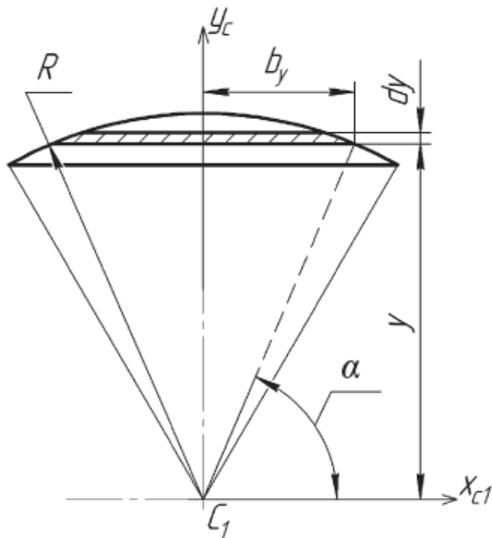


Рис. 3. Определение осевого момента инерции кругового сегмента относительно оси X_{C1}

Соответственно

$$t = \arccos \frac{x}{R}, \quad dx = -R \sin t dt.$$

Следовательно, у нас поменяются пределы интегрирования:

$$\begin{aligned} \text{при } x_1 = 0, \quad t_1 = \arccos 0 = \frac{\pi}{2}, \\ \text{при } x_2 = \frac{R}{2}, \quad t_2 = \arccos \frac{R}{2 \cdot R} = \frac{\pi}{3}. \end{aligned}$$

В итоге получим

$$\begin{aligned} I_y = 2 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} R^2 \cos^2 t (\sqrt{R^2 - R^2 \cos^2 t} - a) (-R \sin t dt) = \\ = R^4 \left(\frac{\pi}{2496} - \frac{7\sqrt{3}}{12} \right) = 0,0046043225 R^4. \end{aligned} \quad (6)$$

Статический момент кругового сегмента относительно оси X_1 равен

$$S_x = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} y \cdot dA = \frac{R^3}{12}. \quad (7)$$

Координата центра тяжести определяется по формуле

$$y_c = \frac{S_x}{A} = 0,919935 R. \quad (8)$$

Окончательно, подставляя (4), (5), (6) и (8) в (3), получаем полярный момент инерции большого кругового сегмента:

$$\begin{aligned} I_{\rho 1}^{\text{сегм}} = 0,004716376 R^4 + \\ + 0,090586 R^2 \left(0,919935 R - \frac{\sqrt{3}}{3} (R - r) \right)^2. \end{aligned}$$

Полярный момент инерции меньшего кругового сегмента относительно X_c :

$$I_{\rho 2}^{\text{сегм}} = I_y^{\text{сегм}} + I_{x1}^{\text{сегм}} - A \cdot y_c^2 + A(y_c + m)^2.$$

Все переменные находятся аналогично. Следовательно, полярный момент малого кругового сегмента

$$\begin{aligned} I_{\rho 2}^{\text{сегм}} = 0,004716376 r^4 + \\ + 0,090586 r^2 \left(0,919935 r + \frac{\sqrt{3}}{3} (R - r) \right)^2. \end{aligned}$$

Вычислим полярные моменты малого и большого треугольника относительно X .

Момент инерции относительно оси X большого треугольника

$$I_{x1}^{\Delta} = \frac{R \cdot \left(\frac{R\sqrt{3}}{2} \right)^3}{36} + \left(\frac{2}{3} \cdot h_1 - m \right)^2 \cdot A_1,$$

где $h_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} R$ – высота треугольника;

$A_1 = \frac{\sqrt{3} R^2}{4}$ – площадь треугольника.

Следовательно,

$$I_{x1}^{\Delta} = \frac{R^4 \sqrt{3}}{96} + \frac{\sqrt{3} R^2 r^2}{12}.$$

Момент инерции относительно оси Y большого треугольника

$$I_{y1}^{\Delta} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} R \cdot R^3}{48} = \frac{\sqrt{3} R^4}{96}.$$

Полярный момент большого треугольника равен

$$I_{\rho 1}^{\Delta} = I_{x1}^{\Delta} + I_{y1}^{\Delta} = \frac{\sqrt{3} R^4}{48} + \frac{\sqrt{3} R^2 r^2}{12}.$$

Аналогично находится полярный момент малого треугольника:

$$I_{\rho 2}^{\Delta} = I_{x2}^{\Delta} + I_{y2}^{\Delta} = \frac{\sqrt{3} r^4}{48} + \frac{\sqrt{3} R^2 r^2}{12}.$$

Полярный момент центрального треугольника равен

$$I_p^{\Delta} = \frac{\sqrt{3} (R - r)^4}{48}.$$

Окончательный полярный момент фигуры вычисляется по формуле

$$I_p = 3(I_{\rho 1}^{\text{сегм}} + I_{\rho 2}^{\text{сегм}}) + 3(I_{\rho 1}^{\Delta} + I_{\rho 2}^{\Delta}) - 2I_{\rho}^{\Delta}.$$

Введём новую переменную

$$K = \frac{r}{R}.$$

Тогда

$$I_p = R^4 (0,08212820665 K^4 + 0,3961779179 K^3 + 0,6141847019 K^2 + 0,3961779178 K + 0,08212820665).$$

С помощью полученных зависимостей становится возможным определить с высокой степенью точности нормальные и касательные напряжения, возникающие в профильном соединении при передаче крутящего момента. Указанные зависимости могут быть использованы при автоматизированном прочностном расчете соединения по 3-ей теории прочности, что позволит сократить время на конструкторско-технологическую подготовку производства изделий, содержащих в своей конструкции соединения на базе треугольника Рёло.

Работа выполнена в рамках гранта Президента РФ по государственной поддержке молодых российских ученых – кандидатов наук МК-2653.2014.8.

Список литературы

1. Автоматизация прочностного расчета многогранных валов на кручение / В.Н. Кассихин, М.С. Разумов, А.О. Гладышкин, Н.Е. Быковская // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и технологии. – 2012. – № 2–1. – С. 179–181.
2. Автоматизация технологической подготовки производства профильных валов / С.Г. Емельянов, А.О. Гладышкин, М.С. Разумов, С.Ф. Яцун // Известия Юго-Западного государственного университета. – 2012. – № 1–1. – С. 164–168.
3. Автоматизированная система для реализации графического решения степенных функций / А.И. Барботько, М.С. Разумов, П.А. Понкратов и др. // Известия Юго-Западного государственного университета. – 2013. – № 1 (46). – С. 90–94.
4. Аналитическое определение кинематических переднего и заднего углов инструмента при формообразовании гранных поверхностей с переменным профилем планетарным точением / М.С. Разумов, А.Н. Гречухин, А.И. Пыхтин и др. // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 5–4. – С. 711–715.
5. Барботько А.И. Математическая статистика в машиностроении: учеб. пособие / А.И. Барботько, А.О. Гладышкин; Курск. гос. техн. ун-т. Курск. – 2006. 320 с.: табл. 177, ил. 46.
6. Барботько, А.И. Обработка многогранников с чётным числом сторон на токарном станке / А.И. Барботько,

М.С. Разумов // Вестник машиностроения. – 2010. – № 1. – С. 46–48.

7. Барботько А.И. Основы теории математического моделирования: учебное пособие / А.И. Барботько, А.О. Гладышкин. – Ст. Оскол: ООО ТНТ, 2008. – 212 с.

8. Гречухин А.Н. Экспериментальное определение минимального значения заднего угла инструмента при обработке профильной части пружин железнодорожного транспорта посредством планетарного механизма / А.Н. Гречухин, М.С. Разумов, С.А. Чевычелов // Фундаментальные проблемы техники и технологии. – 2013. – № 3–2. – С. 50–55.

9. Определение погрешности формы при обработке многогранников на токарном станке / А.И. Барботько, М.С. Разумов, А.О. Гладышкин и др. // Известия Юго-Западного государственного университета. – 2011. – № 3 (36). – С. 130–134.

10. Понкратов П.А. Технология обработки профильных валов чашечными долбьями / П.А. Понкратов, А.И. Барботько, М.С. Разумов // «Технические науки – от теории к практике» – материалы Международной научно-технической конференции. – 2013. – № 17–1. – С. 75–79.

11. Проверочный расчет заготовок на жесткость в процессе формообразования гранных поверхностей с переменным профилем планетарным точением / А.О. Гладышкин, А.Н. Гречухин, М.С. Разумов и др. // Справочник. Инженерный журнал с приложением. – 2014. – № 4 (205). – С. 13–16.

12. Проектирование профиля долбежного инструмента для формирования профильных отверстий / П.А. Понкратов, А.И. Барботько, М.С. Разумов и др. // Современные проблемы науки и образования: электронный научный журнал. – 2013. – № 5. – С. 113.

13. Разумов М.С. Комбинированный способ обработки профильных валов посредством планетарного механизма // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и технологии. – 2012. – № 2–1. – С. 83–86.

14. Разумов М.С. Повышение производительности формообразования многогранных наружных поверхностей посредством планетарного механизма: автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Курск, 2011. – 18 с.

References

1. Avtomatizacija prochnostnogo rascheta mnogogrannyh valov na kruchenie (Automation strength calculation polyhedral shaft torsional) V.N. Kassikhin, M.S. Razumov, A.O. Gladyskin, N.E. Bykovskaya // Proceedings of the Southwestern State University: Engineering and technology. 2012. no. 2–1. pp. 179–181.
2. Avtomatizacija tehnologicheskoy podgotovki proizvodstva profil'nyh valov (Automation of technological preparation of production of profile shaft). S.G. Emeljanov, A.O. Gladyskin, M.S. Razumov, S.F. Jacun. News of SouthWest state university. 2012. no. 1–1. pp. 164–168.
3. Avtomatizirovannaja sistema dlja realizacii graficheskogo reshenija stepennyh funkcij (Automated system for implementing the graphical solution of power functions) A.I. Barbotko, M.S. Razumov, P.A. Ponkratov [et al.] Proceedings of the Southwestern State University. 2013. no. 1 (46). pp. 90–94.
4. Analiticheskoe opredelenie kinematischeskih perednego i zadnego uglov instrumenta pri formirovanii grannyh poverhnostej s peremennym profilem planetarnym tocheniem (Analytical determination of kinematic front and rear corners of the tool in forming faceted surfaces with variable profile planetary turning) M.S. Razumov, A.N. Grechukhin, A.I. Pykhtin [et al.] Basic Research. 2014. no. 5–4. pp. 711–715.
5. Barbotko, A.I. Matematicheskaj statistika v mashinostroenii (Mathematical statistics in engineering): studies. Manual A.I. Barbotko, A.O. Gladyskin; Kursk. state. tehn. Univ. Kursk. 2006. 320 p. : tab. 177, ill. 46
6. Barbotko, A.I. Obrabotka mnogogrannikov s chetnym chislom storon na tokarnom stanke (Processing polyhedra with

an even number of sides on a lathe) A.I. Barbotko, M.S. Razumov Bulletin of Engineering. 2010. no. 1. pp. 46–48.

7. Barbotko, A.I. Osnovy matematicheskogo modelirovaniya (Fundamentals of the theory of mathematical modeling): a tutorial A.I. Barbotko, A.O. Gladyshevskiy. Art. Oskol: TNT Ltd., 2008. 212 p.

8. Grechukhin, A.N. Eksperimental'noe opredelenie minimal'nogo znachenija zadnego ugla instrumenta pri obrabotke profil'noy chasti pruzhin zheleznodorozhnogo transporta posredstvom planetarnogo mehanizma (Experimental determination of the minimum value of the clearance angle of the tool during machining of the airfoil spring rail transport through the planetary gear) A.N. Grechukhin, M.S. Razumov, S.A. Chevychevov Fundamental problems of engineering and technology. 2013. no. 3–2. pp. 50–55.

9. Opredelenie pogreshnosti formy pri obrabotke mnogogrannikov na tokarnom stanke (Determination of errors in the processing of forms polyhedra on a lathe) A.I. Barbotko, M.S. Razumov, A.O. Gladyshevskiy [et al.] Proceedings of the South-Western State university. – 2011. no. 3 (36). pp. 130–134.

10. Ponkratov P.A. Technologiya obrabotki profil'nyh valov chashechnymi dolbjakami (Processing technology core shafts cup cutter) P.A. Ponkratov, A.I. Barbotko, M.S. Razumov // Engineering from theory to practice International scientific and technical conference. 2013. no. 17–1. pp. 75–79.

11. Proverochnyj raschet zagotovok na zhestkost' v processe formoobrazovaniya grannyyh poverhnostey s peremennym profilom planetarnym tocheniem (Calculation check blanks on the stiffness in the formation of faceted surfaces with variable profile planetary turning) A.O. Gladyshevskiy, A.N. Grechukhin,

M.S. Razumov [et al.] Directory. Engineering magazine with the application. 2014. no. 4 (205). pp. 13–16.

12. Proektirovanie profilja dolbezhnogo instrumenta dlja formirovaniya profil'nyh otverstij (Design Profile slotting tool for the formation of core holes) P.A. Ponkratov, A.I. Barbotko, M.S. Razumov [et al.] Modern problems of science and education: electronic scientific journal. 2013. no. 5. pp. 113.

13. Razumov M.S. Kombinirovannyj sposob obrabotki profil'nyh valov posredstvom planetarnogo mehanizma (Combined method of processing core shaft by the planetary gear) M.S. Razumov Proceedings of the South-Western State University. Series: Engineering and technology. 2012. no. 2–1. pp. 83–86.

14. Razumov, M.S. Povyshenie proizvoditel'nosti formoobrazovaniya mnogogrannyyh naruzhnyh poverhnostey posredstvom planetarnogo mehanizma. (Increase of productivity of a shaping of many-sided external surfaces by means of the planetary mechanism): Abstract of the thesis of Candidate of Technical Sciences. M.S. Razumov Kursk, 2011. 18 p.

Рецензенты:

Кобелев Н.С., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой теплогазоснабжения и вентиляции, ЮЗГУ, г. Курск;

Яцун С.Ф., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой механики, мехатроники и робототехники, ЮЗГУ, г. Курск.

Работа поступила в редакцию 16.02.2015.