

УДК 629.782

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ КОСМИЧЕСКИМ АППАРАТОМ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ОРБИТЫ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА МАРСА

Соколов Н.Л.

*ФГУП «Центральный научно-исследовательский институт машиностроения»,
Королев, e-mail: sokolov@mcc.rsa.ru*

В работе исследуется оптимальное двухпараметрическое управление космическим аппаратом (КА) при его выведении на орбиту искусственного спутника Марса. Рассматривается комбинированный способ формирования спутниковых орбит, предусматривающий предварительное аэродинамическое торможение в атмосфере и разгон КА в апоцентре переходной орбиты. В качестве оптимизируемого функционала используется максимум скорости вылета КА из атмосферы, что соответствует минимуму потребных энергетических затрат. Управление КА осуществляется путем изменения значений углов атаки и крена на участке аэродинамического торможения. Вариационные задачи решались с применением необходимых условий оптимальности принципа максимума Понтрягина. Путем введения замен переменных и ряда допущений преобразованы исходные системы дифференциальных уравнений движения КА и сопряженных переменных. Это позволило разработать новый аналитический алгоритм расчета законов оптимального управления и параметров траекторий движения КА. С помощью разработанного алгоритма определены потребные энергетические затраты и значения физически реализуемых коридоров входа для широкого диапазона изменения крайних условий и проектных характеристик КА. Показана высокая энергетическая эффективность и принципиальная возможность реализации предложенной комбинированной схемы выведения для КА, располагаемых аэродинамическим качеством, более 0,3.

Ключевые слова: космический аппарат, выведение на спутниковую орбиту, комбинированная схема, оптимальное управление, принцип максимума, углы атаки и крена, минимум потребных энергозатрат, коридор входа в атмосферу

OPTIMAL CONTROL OF SPACE VEHICLE DURING THE SHAPING OF ORBIT OF MARS ARTIFICIAL SATELLITE

Sokolov N.L.

*Federal State Unitary Enterprise «Central Research Institute of Machine Building»,
Korolev, e-mail: sokolov@mcc.rsa.ru*

In the work the optimal two-parameter control of space vehicle (SV) is researched during its insertion to the orbit of the Mars artificial satellite. The combined profile of satellite orbit shaping is reviewed with the preliminary aerodynamic deceleration in the atmosphere and space vehicle acceleration in the apocentre of a transfer orbit. The maximum of space vehicle velocity during the atmospheric leave is used as an optimizable functional which corresponds to the minimum of necessary power inputs. The space vehicle is controlled by the change of attack and roll angles' values at the aerodynamic deceleration path. The variational tasks were solved with the use of necessary optimality conditions of Pontryagin's maximum principle. The initial systems of differential equations of space vehicle motion and costate variables are transformed by introducing change of variables and a number of assumptions. It allowed developing a new analytical algorithm for calculation of optimal control laws and parameters of space vehicle motion paths. The necessary power consumption and the values of physically realizable reentry corridors are defined with a help of the developed algorithm for a wide range of boundary conditions change and space vehicle design characteristics. The high energy efficiency is showed and principal fulfillment of the proposed combined insertion profile for the space vehicles with an aerodynamic quality of more than 0,3.

Keywords: space vehicle, insertion into a satellite orbit, combined profile, optimal control, maximum principle, attack and roll angles, minimum of power consumption, reentry corridor

Одной из важнейших проблем организации космических миссий для изучения Марса и других планет Солнечной системы является выработка и обоснование требований к энергетическим и массово-габаритным параметрам создаваемых перспективных космических аппаратов (КА). Это обуславливается необходимостью учета различных факторов, влияющих на проектный облик и массовые характеристики автоматических и пилотируемых КА.

Все это в сочетании с необходимостью решения широкого спектра научно-иссле-

довательских целевых задач предопределяет исключительную важность проблемы поиска путей увеличения доли научной аппаратуры в общем весовом балансе КА. Существенным резервом в решении этой проблемы является организация движения КА по энергетически оптимальным траекториям.

Одно из перспективных направлений оптимизации управления КА состоит в разработке аналитических методов решения вариационных задач. Кроме сокращения затрат расчетного времени это дает и другие

преимущества. Форма решения получается более наглядной, что облегчает проведение сравнительного анализа различных вариантов. Оптимальные законы управления могут иметь вид явных зависимостей от начальных условий и параметров системы, что позволяет оценить степень влияния той

или иной характеристики на управляющие параметры.

Постановка задачи

Движение КА в атмосфере по аналогии с работами [1, 2, 6] описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -\frac{\rho V^2 C_x(\alpha) S}{2m} - g \sin \theta - \omega^2 r \cos \varphi (\sin \varphi \sin \varepsilon \cos \theta - \cos \varphi \sin \theta); \\ \frac{d\theta}{dt} &= \frac{\rho V C_y(\alpha) S}{2m} \cos \gamma - \frac{g}{V} \cos \theta + \frac{V}{r} \cos \theta + 2\omega \cos \varphi \cos \varepsilon + \\ &\quad + \frac{\omega^2 r}{V} \cos \varphi (\sin \varphi \sin \varepsilon \sin \theta + \cos \varphi \cos \theta); \\ \frac{d\varepsilon}{dt} &= \frac{\rho V C_y(\alpha) S}{2m} \frac{\sin \gamma}{\cos \theta} - \frac{V}{r} \cos \theta \cos \varepsilon \operatorname{tg} \varphi - \frac{2\omega}{\cos \theta} (\cos \theta \sin \varphi - \\ &\quad - \sin \varepsilon \sin \theta \cos \varphi) - \frac{\omega^2 r}{V} \sin \varphi \cos \varphi \frac{\cos \varepsilon}{\cos \theta}; \\ \frac{dh}{dt} &= V \sin \theta; \quad \frac{d\lambda}{dt} = \frac{V \cos \theta \cos \varepsilon}{r}; \quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{V}{r} \cos \theta \sin \varepsilon; \\ r &= R + h; \quad g = \frac{\mu}{r^2}; \quad K = \frac{C_y(\alpha)}{C_x(\alpha)}; \quad P_x = \frac{m}{C_x(\alpha) S}, \end{aligned} \quad (1)$$

где V – скорость КА; θ – траекторный угол; ε – курсовой угол; r – радиус-вектор положения КА; λ и φ – долгота и широта подспутниковых точек КА; m – масса КА; t – время; ρ – плотность атмосферы; C_x и C_y – аэродинамические коэффициенты лобового сопротивления и подъемной силы; R – радиус планеты; h – высота полета; g – ускорение силы тяжести; μ – гравитационный параметр; K – аэродинамическое качество; S – площадь миделева сечения; P_x – приведенная нагрузка на лобовую поверхность КА; α – угол атаки; γ – угол крена.

Значения управляющих параметров α и γ могут изменяться в пределах

$$0 \leq \alpha \leq \alpha_{\max}; \quad -\pi \leq \gamma \leq \pi. \quad (2)$$

Для различных моделей атмосферы Марса плотность ρ в зависимости от высоты полета КА определяется в соответствии с методикой, изложенной в работах [5].

Значения коэффициентов C_x и C_y зависят от форм КА. Рассматривались аппараты сегментно-конической формы с максимальным аэродинамическим качеством $K_{\max} = 0,34$; типа «несущий корпус» с $K_{\max} = 1,5$; самолетной формы с $K_{\max} = 2,4$. Для таких форм зависимости C_x , C_y и K от угла атаки α приведены, в частности, в работе [2].

Будем считать, что начальная точка траектории $t = t_0$ соответствует моменту входа

КА в атмосферу Марса. При этом все значения начальных параметров КА известны:

$$x_i(t_0) = x_{i0}, \quad i = 1, 2, \dots, 6. \quad (3)$$

В конечной точке траектории $t = t_k$ (вылет КА из атмосферы) известно значение радиуса-вектора КА:

$$r_k = R + h_{\text{атм}}, \quad (4)$$

здесь $h_{\text{атм}} = 100$ км – высота условной границы атмосферы Марса.

При выведении на орбиту должно выполняться соотношение, связывающее значения конечных параметров V_k , θ_k и r_k в инерциальной системе координат с заданным радиусом r_α :

$$V_k = \sqrt{\frac{2\mu r_\alpha (r_\alpha - r_k)}{r_k (r_\alpha^2 - r_k^2 \cos^2 \theta_k)}}. \quad (5)$$

В качестве критерия оптимальности будем использовать максимум скорости КА в конечной точке траекторий $J = V_k = \max$, что обеспечивает минимум потребных энергозатрат при формировании орбиты ИСМ [2].

Задача максимизации коридора входа КА в атмосферу сводится к решению двух независимых вариационных задач о нахождении минимума и максимума высот

условного перигея, характеризующих верхнюю и нижнюю границы коридора входа:

$$\min h_{\pi}^H = \min \left[\frac{r_0^2 V_0^2 \cos^2 \theta_0^H}{\mu(e+1)} - R \right]$$

или

$$\min h_{\pi}^B = \max \left[\frac{r_0^2 V_0^2 \cos^2 \theta_0^B}{\mu(e+1)} - R \right],$$

где e – эксцентриситет полетной орбиты.

Итак, сформулируем задачу оптимального управления КА в общем виде: для процессов, описываемых системой дифференциальных уравнений (1), требуется определить программу управления углами $\alpha(t)$ и $\gamma(t)$, обеспечивающую экстремум функционала J при ограничениях (2) и краевых условиях (3)–(5).

Метод расчета оптимальных траекторий

При разработке аналитического метода использовались общеизвестные допущения, обоснованные в ряде работ [2, 6, 8]:

$$h \ll R; \rho = \rho_0 \exp(-\beta h); F_k + F_{\text{ц}} \ll F_{\text{гп}} \ll F_a,$$

где $F_k, F_{\text{ц}}, F_{\text{гп}}, F_a$ – кориолисова, центробежная, гравитационная и аэродинамическая силы соответственно; ρ_0 – плотность атмосферы на поверхности планеты; β – логариф-

мический коэффициент изменения плотности атмосферы от высоты.

Введем замены переменных

$$dt = -dV \frac{2m}{\rho V^2 C_x S}, \quad z = -\ln V.$$

В результате получим систему, не содержащую в явном виде аргумент z :

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dz} &= \frac{C_y}{C_x} \cos \gamma - \frac{2mM_1}{C_x S}, \\ \frac{d\varepsilon}{dz} &= \frac{C_y}{C_x} \frac{\sin \gamma}{\cos \theta} - \frac{2mM_2}{C_x S}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{d\rho}{dz} = -\frac{2m\beta \sin \theta}{C_x S}, \quad \frac{d\lambda}{dz} = \frac{2m \cos \theta \cos \varepsilon}{\rho R C_x S \cos \varphi},$$

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{2m \cos \theta \sin \varepsilon}{\rho R C_x S}.$$

Следуя [2], будем считать M_1 и M_2 кусочно-постоянными функциями. Отметим, что при движении КА в атмосфере аргумент z возрастает.

Для определения оптимальных законов управления параметрами α и γ воспользуемся принципом максимума Понтрягина [4]. При $z_0 \geq z \geq z_k$ гамильтониан и система уравнений сопряженных переменных запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} H = \Psi_0 + \frac{C_y}{C_x} \cos \gamma \Psi_1 - \frac{2mM_1}{C_x S} \Psi_1 + \frac{C_y}{C_x} \frac{\sin \gamma}{\cos \theta} \Psi_2 - \frac{2mM_2}{C_x S} \Psi_2 - \\ - \frac{2m\beta \sin \theta}{C_x S} \Psi_3 + \frac{2m \cos \theta \cos \varepsilon}{\rho R C_x S \cos \varphi} \Psi_4 + \frac{2m \cos \theta \sin \varepsilon}{\rho R C_x S} \Psi_5; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\frac{d\Psi_1}{dz} = -\frac{\partial H}{\partial \theta}; \quad \frac{d\Psi_2}{dz} = -\frac{\partial H}{\partial \varepsilon}; \quad (8)$$

$$\frac{d\Psi_3}{dz} = -\frac{\partial H}{\partial \rho}; \quad \frac{d\Psi_4}{dz} = -\frac{\partial H}{\partial \lambda} = 0; \quad \frac{d\Psi_5}{dz} = -\frac{\partial H}{\partial \varphi}.$$

При использовании в качестве аргумента управления параметра z , согласно [4], в систему (6) вводится дополнительное дифференциальное уравнение $dz/dz = 1$. В связи с тем, что правые части этой системы не содержат в явном виде аргумент z , соответствующее уравнение для сопряженной переменной Ψ_0 определяется формулой

$$d\Psi_0/dz = 0.$$

Законы изменения α и γ при оптимальном управлении определяются в результате решения системы $\partial H/\partial \alpha = 0, \partial H/\partial \gamma = 0$, и их можно записать в виде

$$\frac{\partial C_y}{\partial \alpha} \cos \gamma \Psi_1 + \frac{\partial C_y}{\partial \alpha} \frac{\sin \gamma}{\cos \theta} \Psi_2 + \frac{\partial C_x}{\partial \alpha} \Psi_0 = 0; \quad \text{tg } \gamma = \frac{\Psi_2}{\Psi_1 \cos \theta}. \quad (9)$$

Следует отметить, что найденная структура управления соответствует структуре, обоснованной в работе [2]: в процессе полета КА в атмосфере осуществляется одноразовое переключение угла крена γ с нулевого значения на $\gamma = \pi$.

Граничные условия для сопряженных переменных Ψ_i ($i = 0, 1, \dots, 5$) при $z = z_0$ и $z = z_k$ получим из условия трансверсальности [3]

$$I - H \delta z + \Psi_0 \delta z + \Psi_1 \delta \theta + \Psi_2 \delta \varepsilon + \Psi_3 \delta \rho + \Psi_4 \delta \lambda + \Psi_5 \delta \varphi = 0. \quad (10)$$

Таким образом, для определения оптимальных траекторий необходимо решить уравнения (9) с учетом дифференциальных связей (6)–(8) и краевых условий (10).

Алгоритм расчета управляющих параметров

Для определения управляющих параметров разработан ускоренный вычислительный алгоритм, базирующийся на прогнозировании оставшихся участков полета на основе измерений текущего положения КА.

Зависимость между углом θ и аргументом z может быть определена на основе интегрирования первого уравнения системы (6):

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{C_y}{C_x} \cos\gamma - \frac{2mM_1}{C_x S}.$$

Окончательно запишем

$$\theta_{i+1} = \theta_i + (K \cos\gamma - 2P_x M_1)(z_{i+1} - z_i). \quad (11)$$

Преобразуя первое уравнение системы (6), получим

$$\frac{dV}{d\theta} = \frac{VC_x S}{C_y S \cos\gamma - 2mM_1}.$$

После его интегрирования на интервалах кусочного постоянства функции $M_1(t_i, t_{i+1})$ запишем формулу

$$V(t_{i+1}) = V(t_i) \exp\left[-\frac{\theta_{i+1} - \theta_i}{K \cos\gamma - 2P_x M_1}\right]. \quad (12)$$

Поделив второе уравнение системы (6) на третье и учитывая указанное допущение об экспоненциальном характере изменения плотности атмосферы от высоты, получим дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными:

$$\frac{d\theta}{d\rho} = \frac{C_y S \cos\gamma - 2mM_1}{2m\beta \sin\theta}.$$

Интегрируя его в интервалах (t_i, t_{i+1}) , запишем формулу связи между текущими значениями высоты полета h и траекторного угла θ :

$$h_{i+1} = h_i - \frac{1}{\beta} \ln\left[\frac{\beta}{\rho_0} \cdot \frac{\cos\theta_{i+1} - \cos\theta_i}{M_1 - K \cos\gamma / 2 P_x}\right]. \quad (13)$$

Таким образом, с использованием рекуррентных соотношений (11)–(13) могут быть рассчитаны траектории движения КА в атмосфере с заданными значениями углов крена и атаки от момента измерений значений V_p, θ до выхода КА из атмосферы.

Определив величины V_k, θ_k в инерциальной системе координат и вычислив значения кеплеровских интегралов энергии C_1 и площадей C_2 :

$$C_1 = \frac{2\mu}{r_k} - V_k^2, \quad C_2 = r_k^2 V_k^2 \cos^2 \theta_k;$$

$$r_k = R + 100 \text{ км}$$

получим формулу для расчета высоты и скорости КА в апогее переходной орбиты:

$$h_\alpha = \frac{\mu - \sqrt{\mu^2 - C_1 C_2}}{C_1} - R;$$

$$V_\alpha = \sqrt{V_k^2 - \frac{2\mu(r_\alpha - r_k)}{r_\alpha r_k}}. \quad (14)$$

Далее на основе рекуррентных зависимостей (11)–(13) опишем алгоритм определения управляющих параметров, при которых обеспечивается максимум скорости вылета КА из атмосферы и, соответственно, скорости аппарата в апогее переходной орбиты.

Вход КА в атмосферу осуществляется с нулевым углом крена и углом атаки α^* , соответствующим максимальному значению аэродинамического качества. Предполагается, что с интервалом $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ проводится измерение текущих значений скорости V_p , угла θ_i и высоты полета h_i . Для каждого из моментов измерений t_i по рекуррентным соотношениям (11)–(13) определяются значения скорости V_k и траекторного угла θ_k при вылете КА из атмосферы для двух различных режимов полета: с $\gamma = 0$, $\alpha = \alpha^*$ и $\gamma = \pi$, $\alpha = \alpha^*$. С помощью формулы (14) определяются значения высот апогея переходных орбит $h_{\alpha 1}$ ($\gamma = 0$) и $h_{\alpha 2}$ ($\gamma = \pi$).

Сразу после входа КА в атмосферу планеты будут справедливы соотношения $h_{\alpha 1} > h_{\alpha 2}$ и $h_{\alpha 2} < h_{\alpha 2 \text{зад}}$, где $h_{\alpha 2 \text{зад}}$ – заданная высота апогея формируемой орбиты. Затем, в процессе полета КА с нулевым значением угла крена высота $h_{\alpha 2}$ будет возрастать, достигая в определенный момент времени t^* заданной высоты $h_{\alpha 2 \text{зад}}$. Начиная с этого момента представляется необходимым уменьшать угол атаки α , обеспечивая тем самым снижение действующей на КА подъемной силы и его полет в более плотных слоях атмосферы. Такое управление углом атаки сначала обеспечивает снижение интенсивности роста высоты $h_{\alpha 2}$, а затем по достижении некоторого угла α' и прекращение роста $h_{\alpha 2}$. После этого происходит разворот КА по углу атаки, что соответствует возрастанию подъемной силы и аэродинамического качества. В результате высота $h_{\alpha 2}$ начинает уменьшаться, оставаясь в пределах $h_{\alpha 2 \text{min}} < h_{\alpha 2} < h_{\alpha 2 \text{max}}$ и приближаясь к нижней границе. В момент достижения $h_{\alpha 2}$ заданной высоты апогея $h_{\alpha 2 \text{зад}}$ угол атаки α устанавливается равным α^* , а угол крена γ принимает

значение, равное π . При таком режиме полета обеспечиваются необходимые условия вылета КА из атмосферы и достижение заданной высоты апогея h_{a2} .

Таким образом, разработан алгоритм расчета оптимального управления КА углами крена и атаки, обеспечивающими максимальную скорость вылета аппарата из атмосферы при последующем формировании спутниковых орбит с заданными высотами апогея.

Результаты применения алгоритма

Анализ результатов численного и аналитического решений вариационных задач показал их полное качественное совпадение. Так, в процессе движения КА в атмосфере угол крена изменяется от $\gamma_0 \approx 3-8^\circ$ до $\gamma \approx 172-177^\circ$ (при аналитическом решении угол γ меняется от 0 до 180°). Угол атаки α при входе КА в атмосферу принимает значение α^* , соответствующее значению K_{\max} , далее происходит увеличение α до значения, соответствующего максимуму коэффициента C_x , а затем α вновь снижается до α^* (при аналитическом решении также установлен максимум угла атаки в процессе полета КА).

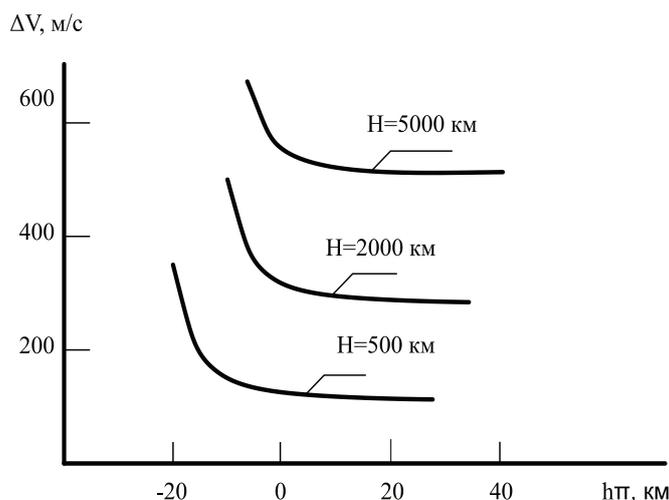
При формировании круговой орбиты высотой $H = 500$ км для КА, обладающего аэродинамическим качеством $K = 0,43$ и приведенной нагрузкой $P_x = 300$ кг/м², учитывая возможный разброс параметров атмосферы, максимальный коридор входа Δh_π составляет ± 25 км. При этом, верхняя граница $h_{\pi\max} = 30$ км – соответствует наименее плотной модели атмосферы, а нижняя граница $h_{\pi\min} = -20$ км – наиболее плотной модели. Значения реализуемого коридора входа превосходит величину

навигационного коридора (при использовании автономных систем навигации КА $\Delta h_\pi^{\text{нав}} = \pm 10-20$ км [2]), что позволяет сделать вывод о возможности осуществления предлагаемой схемы выведения.

Показано, что потребные энергозатраты ΔV существенно зависят от высоты условного перицентра. Причем уменьшение высот h_π от h_π^b сначала приводит к незначительному увеличению энергозатрат ΔV , а затем – с приближением h_π к нижней границе коридора h_π^H – происходит интенсивное возрастание ΔV (рисунок).

Так, при изменении высоты h_π от 30 до -10 км энергозатраты ΔV практически не меняются и составляют $\Delta V \approx 145$ м/с, дальнейшее снижение h_π до -20 км приводит к росту ΔV до 280 м/с ($H = 500$ км). Зависимости $\Delta V(h_\pi)$ имеют аналогичный характер и для случаев формирования более высоких орбит. При этом значения ΔV увеличиваются с ростом высоты H . Так, при $H = 2000$ км энергозатраты ΔV в зависимости от значений h_π составляют 310–480 м/с, а для $H = 5000$ км – $\Delta V \approx 570-610$ м/с. Представленные данные показывают, что энергетически оптимальным является осуществление входа КА в атмосферу вблизи верхней границы коридора.

В целом для широкого диапазона исходных данных и проектно-баллистических характеристик потребные энергозатраты ΔV не превышают 650 м/с, а при входе КА в атмосферу вблизи верхних границ коридора h_π^b и формировании орбит ИСМ с высотами H не более 500 км энергозатраты составляют $\sim 140-150$ м/с.



Зависимости потребных энергетических затрат ΔV от высоты условного перицентра траектории входа КА в атмосферу h_π при выведении на круговые орбиты ИСМ с высотами H ($K_{\max} = 0,34$; $P_x = m/C_x S = 300$ кг/м²).

Для сравнения в случае применения традиционной ракетодинамической схемы формирования спутниковых орбит [7], потребные энергозатраты достигают 2,5–4 км/с, что в 6–10 раз больше, чем при использовании рассмотренной комбинированной схемы.

Заключение

Рассмотрена комбинированная схема введения космического аппарата на орбиту искусственного спутника Марса, предусматривающая предварительное аэродинамическое торможение КА в атмосфере, перевод на переходную эллиптическую орбиту и подачу разгонного импульса в ее апоцентре.

Разработан новый алгоритм решения задач управления КА на основе введения ряда допущений и преобразования систем уравнений движения и сопряженных переменных.

Показано, что для КА, располагающих аэродинамическим качеством $K_{\max} \geq 0,3$, коридор входа КА в атмосферу превосходит навигационный коридор, что обеспечивает принципиальную возможность осуществления предлагаемой схемы управления.

Для случаев входа КА в атмосферу вблизи верхней границы коридора потребные энергетические затраты на формирование орбиты ИСМ ~ на порядок меньше, чем при реализации ракетодинамической схемы перевода КА с подлетной гиперболической траектории на заданную орбиту.

Список литературы

1. Авдеевский В.С., Антонов Б.М., Анфимов Н.А. и др. Основы теории полета космических аппаратов. – М.: Машиностроение, 1972.
2. Иванов Н.М., Мартынов А.И. Движение космических летательных аппаратов в атмосферах планет. – М.: Наука, 1985.
3. Летов А.М. Динамика полета и управление. М.: Наука, 1969.
4. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Наука, 1969.
5. Рабочая модель атмосферы и поверхности Марса; под ред. В.И. Мороза. – М.: Институт космических исследований АН, 1975.
6. Шкадов Л.М., Буханова Р.С., Илларионов В.Ф., Плохих В.П. Механика оптимального пространственного дви-

жения летательных аппаратов в атмосфере. – М.: Машиностроение, 1972.

7. Эйсмонт Н.А. Оптимальное управление космическим аппаратом, переводимым с гиперболической траектории на орбиту спутника планеты торможением в атмосфере // Космические исследования. – 1972. – Т. X.

8. Ярошевский В.А. Приближенный расчет траектории входа в атмосферу. Ч. I, II // Космические исследования. – 1964. – Т. 2. – Вып. 4, 5.

References

1. Avduevskij V.S., Antonov B.M., Anfimov N.A. i dr. Osnovy teorii poleta kosmicheskikh apparatov. [The theory of space flight]. Moscow: Mashinostroyeniye. 1972.
2. Ivanov N.M., Martynov A.I. Dvizhenie kosmicheskikh letatel'nyh apparatov v atmosferah planet [Movements of spacecraft in atmospheres of planets]. Moscow: Science. 1985.
3. Letov A.M. Dinamika poleta i upravlenie. [Flight dynamics and control]. Moscow: Science. 1969.
4. Pontrjagin L.S., Boltjanskij V.G., Gamkrelidze R.V., Mishhenko E.F. Matematicheskaja teorija optimal'nyh processov [Mathematical theory of optimal processes]. Moscow: Science. 1969.
5. Pod red. Moroz V.I. Rabochaja model' atmosfery i poverhnosti Marsa. [The working model of Mars atmosphere and surface]. Moscow: Space Research Institute of the Academy of sciences. 1975.
6. Shkadov L.M., Buhanova R.S., Illarionov V.F., Plohih V.P. Mehanika optimal'nogo prostranstvennogo dvizhenija letatel'nyh apparatov v atmosphere. [Mechanics of optimum three-dimensional motion of aircraft in the atmosphere]. Moscow: Mashinostroyeniye. 1972.
7. Jejsmont N.A. Optimal'noe upravlenie kosmicheskim apparatom, perevodimym s giperbolicheskoj traektorii na orbitu sputnika planety tormozheniem v atmosphere. [Optimal control of spacecraft transferred from hyperbolic trajectory to a planet satellite orbit by braking in the atmosphere]. Cosmic research. Vol. X. 1972.
8. Jaroshevskij V.A. Priblizhennyj raschet traektorii vhoda v atmosferu [Approximate calculation of the atmospheric reentry trajectory]. P. I, II // Cosmic research. Vol. 2, Issue 4, Issue 5. 1964.

Рецензенты:

Лаврентьев В.Г., д.т.н., заместитель начальника отдела, ФГУП «Центральный научно-исследовательский институт машиностроения», г. Королев;

Лобачев В.И., д.т.н., профессор, заместитель начальника Центра управления полетами, ФГУП «Центральный научно-исследовательский институт машиностроения», г. Королев.

Работа поступила в редакцию 09.02.2015.