

## РАСЧЕТ И МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ, СОЗДАВАЕМЫХ СИСТЕМОЙ «КОЛЬЦА ГЕЛЬМГОЛЬЦА – СОЛЕНОИД»

<sup>1</sup>Гормаков А.Н., <sup>2</sup>Ульянов И.А.

<sup>1</sup>*Национальный исследовательский Томский политехнический университет,  
Томск, e-mail: gormakov@tpu.ru;*

<sup>2</sup>*ООО «ТомскГАЗПРОМгеофизика», Томск, e-mail: lotus@sibmail.com*

В комплексе для проверки магнитометров инклинометра для создания однородного направленного магнитного поля применяются кольца Гельмгольца и соленоид. Система «кольца Гельмгольца – соленоид» позволяет значительно уменьшить габаритные размеры установки и сократить количество позиционирований инклинометра в установке для выполнения проверки работоспособности магнитометров, что позволяет применять такой комплекс в полевых условиях. В статье приводится расчет параметров, а также моделирование и визуализация магнитного поля, создаваемого системой «кольца Гельмгольца – соленоид», в среде Comsol. Расхождение результатов моделирования в среде Comsol с расчетными значениями для областей пространства, где магнитное поле однородно, не превышает для соленоида 3%, а для колец Гельмгольца 12%. Расчеты и моделирование магнитных полей для системы «кольца Гельмгольца – соленоид» при заданных геометрических размерах и электрических параметрах питания системы показывают, что при позиционировании магнитометров проверяемого инклинометра в центре системы осуществлять проверку магнитометров инклинометра в полевых условиях возможно.

**Ключевые слова:** магнитное поле, соленоид, кольца Гельмгольца, магнитометр, инклинометр, проверка

## CALCULATION AND MODELING OF MAGNETIC FIELDS GENERATED BY THE SYSTEM «HELMHOLTZ RINGS-SOLENOID»

<sup>1</sup>Gormakov A.N., <sup>2</sup>Ulyanov I.A.

<sup>1</sup>*National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, e-mail: gormakov@tpu.ru;*

<sup>2</sup>*ООО «TomskGAZPROMгеофизика», Tomsk, e-mail: lotus@sibmail.com*

Helmholtz rings and solenoid are applied in the complex to check magnetometers of inclinometer to create a uniform directional magnetic field. System «Helmholtz rings – solenoid» allows considerably reducing the dimensions of the complex and numbers of the positioning of the inclinometer in the complex for checking the working capacity of magnetometers. It allows using it in the exploration environment. The article provides a calculation of the parameters, as well as modeling and visualization of the magnetic field, which created of the «Helmholtz rings – solenoid» in the COMSOL system. The discrepancy between the results of modeling in the COMSOL system with the calculated values for the regions of space, where the magnetic field is uniform, no more than 3% for the solenoid, and 12% for the Helmholtz rings. The calculations and modeling of the magnetic fields for the system «Helmholtz rings – solenoid» with given geometric dimensions and electrical parameters of power system, show that positioning of the checked magnetometers of inclinometer in the center of the system for verification in the exploration environment is possible.

**Keywords:** magnetic field, solenoid, Helmholtz rings, magnetometer, inclinometer, verification

Расчеты и моделирование магнитных полей для системы «кольца Гельмгольца – соленоид» проводились при проектировании и создании комплекса для проверки магнитометров инклинометра. Данный комплекс [1, 4] позволяет осуществлять проверку магнитометров инклинометра непосредственно на буровых площадках нефтегазовых месторождений.

**Целью работы** является подтверждение возможности создания однородного магнитного поля заданной величины в ограниченном геометрическими размерами установки объеме.

Общий вид комплекса представлен на рис. 1.

Комплекс состоит из установки 1 для базирования на ней проверяемого инклинометра 5, блока связи 2 с компьютером 3, соединительных кабелей и источника питания установки 4. Для работы с комплексом подходит любой персональный компьютер. Система «кольца Гельмгольца – соленоид» служит для создания постоянного направленного магнитного поля известной величины, с помощью которого осуществляется проверка магнитометров инклинометра.

### Расчет колец Гельмгольца

Кольцами Гельмгольца называется система из двух одинаковых тонких катушек, расположенных соосно на расстоянии,

равном их радиусу. В пространстве между катушками получается поле высокой однородности [2].

Суммарный модуль магнитного поля может быть получен из закона Био-Савара – Лапласа:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot 2 \cdot \pi \cdot I \cdot R^2}{4\pi \cdot (R^2 + x^2)^{3/2}}; \quad (1)$$

где  $\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6}$  Гн/м;  $I$  – ток, протекающий по виткам катушек колец, в амперах;  $R$  – радиус катушки, в метрах;  $x$  – расстояние по оси катушек, в метрах.

Катушки состоят из  $N$  витков. Общий ток  $N \cdot I$ .

Для системы двух колец Гельмгольца выражение магнитной индукции в геометрическом центре примет вид:

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \cdot \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{R}. \quad (2)$$

Магнитное поле, создаваемое кольцами Гельмгольца, в каждой точке продольной оси  $X$  вычисляется по формуле:

$$B_x = \frac{1}{2} \mu_0 \cdot N \cdot I \cdot R^2 \times \left[ \left( R^2 + \left( x + \frac{R}{2} \right)^2 \right)^{-3/2} + \left( R^2 + \left( x - \frac{R}{2} \right)^2 \right)^{-3/2} \right]. \quad (3)$$

Магнитометры инклинометра помещены в цилиндрический корпус диаметром 30 мм на расстоянии 10 мм друг от друга и расположены ортогонально. Длина самого магнитометра 28 мм. Исходя из этого, необходимо создать кольца Гельмгольца и соленоид таких размеров, магнитное поле которых будет равномерным в объеме, вдвое превышающем объем, занимаемый чувствительными элементами.

Исходя из технических требований к изделию, кольца Гельмгольца и соленоид должны питаться от одного источника, максимальный ток которого не должен превышать 0,3 А. Максимальный диаметр колец 300 мм. Диаметр используемого намоточного провода равен 0,45 мм. Считать рабочей зону, в которой погрешность максимального однородного магнитного поля не превышает 1%. Такая погрешность допустима для осуществления проверки работоспособности магнитометров инклинометра.

Имея исходные данные, по формуле (2) можно вычислить число витков намоточного провода на каждом кольце:

$$N = \frac{B \cdot R}{\mu_0 \cdot I \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2}} = \frac{0,000060 \cdot 0,15}{1,2566 \cdot 10^{-6} \cdot 0,3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2}} = 34 \text{ витка.} \quad (4)$$

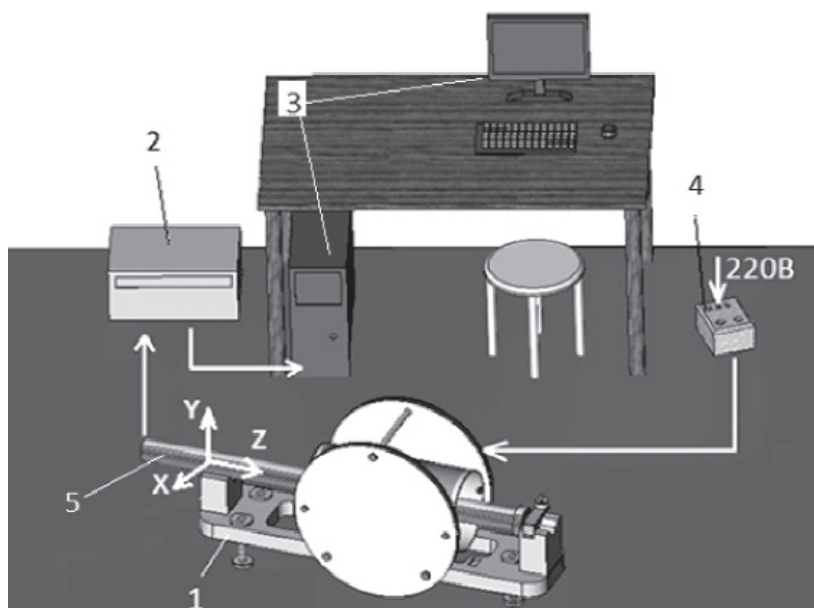


Рис. 1. Общий вид установки

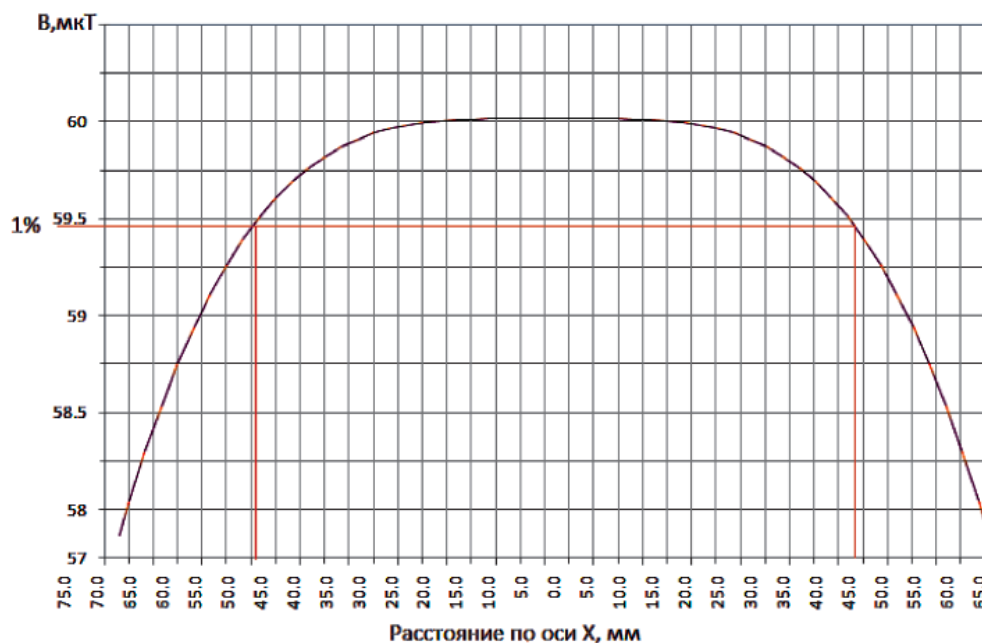


Рис. 2. Распространение магнитного поля в центре колец Гельмгольца вдоль оси X

Сопротивление системы из 2-х колец:

$$r = 2 \cdot \rho \frac{l_{\text{сп}} \cdot N}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{2 \cdot 0,0178 \cdot 34}{0,16} = 6,82 \text{ Ом}, \quad (5)$$

где  $\rho = 0,0178 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$  – удельное сопротивление меди;  $l_{\text{сп}} = \pi \cdot D \cdot n$  – длина провода в одном кольце. Действующее напряжение на концах намоточного провода колец определяется:

$$U = I \cdot r = 0,3 \cdot 6,82 = 2,46 \text{ В}. \quad (6)$$

Расчетные значения индукции магнитного поля, созданного кольцами Гельмгольца вдоль оси X, представлены на рис. 2. Зона максимального однородного магнитного поля с погрешностью в 1% по оси X составляет 90 мм.

#### Расчет соленоида

Диаметр соленоида должен быть максимальным и помещаться между кольцами Гельмгольца.

Исходные данные: радиус катушки  $R_{\text{к}} = 0,145 \text{ м}$ ; действующий ток  $I = 0,3 \text{ А}$ ; длина катушки  $l_{\text{к}} = 0,3 \text{ м}$ ; диаметр провода  $d_{\text{п}} = 0,00045 \text{ м}$ ; индукция магнитного поля соленоида  $B = 0,000060 \text{ Тл}$ .

Напряженность магнитного поля:

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{0,000060}{1,257 \cdot 10^{-6}} = 47,73 \frac{\text{А}}{\text{М}}. \quad (7)$$

Выражение для расчета напряженности магнитного поля соленоида:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot n}{2} \cdot \left( \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} + \frac{l-x}{\sqrt{R^2 + (l-x)^2}} \right), \quad (8)$$

где  $B$  – индукция создаваемого магнитного поля, Тл;  $I$  – сила тока, А;  $n$  – число витков на единицу длины,  $n = N/l$ ;  $R$  – радиус соленоида, м;  $l$  – длина соленоида, м;  $x$  – координата точки на оси соленоида.

Индукция магнитного поля внутри соленоида [2], в середине продольной оси, то есть при  $x = l/2$  вычисляется как:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot n}{2} \cdot \left( \frac{l}{\sqrt{R^2 + \frac{l^2}{4}}} \right). \quad (9)$$

Из формулы (9), имея известные данные магнитной индукции, силы тока и геометрических размеров соленоида, можно найти требуемое число витков намоточного провода:

$$N = \frac{2 \cdot B \cdot \sqrt{R^2 + \frac{l^2}{4}}}{\mu_0 \cdot I} = \frac{2 \cdot 60 \cdot 10^{-6} \cdot \sqrt{0,075^2 + \frac{0,3^2}{4}}}{1,257 \cdot 10^{-6} \cdot 0,3} = 53 \text{ витка}. \quad (10)$$

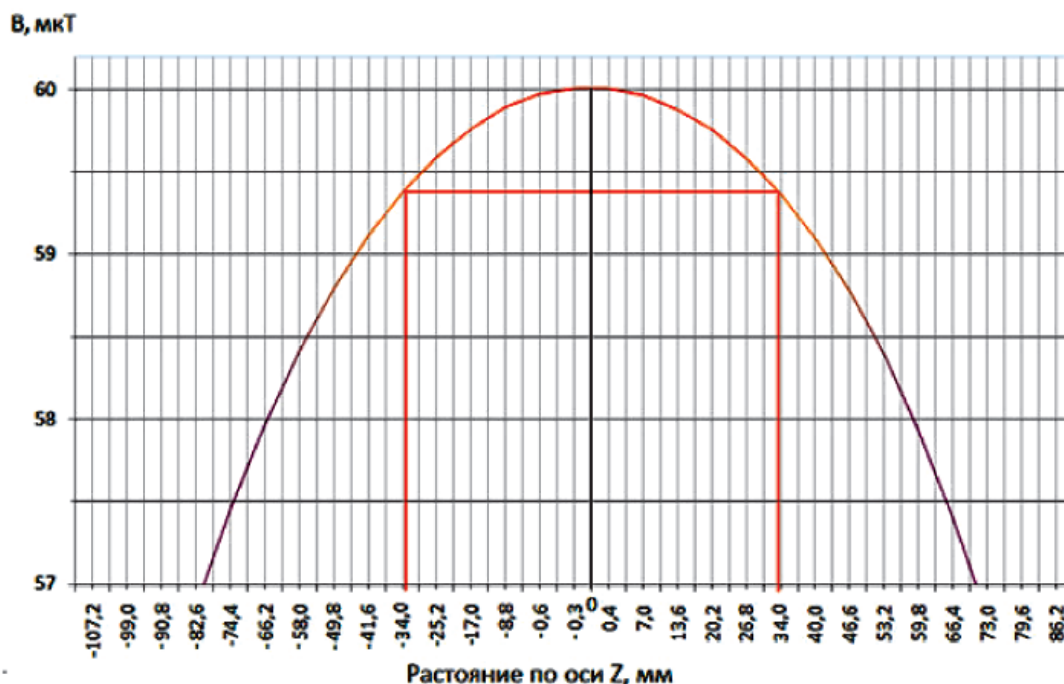


Рис. 3. Распространение магнитного поля в центре соленоида вдоль оси Z

Шаг намотки провода на соленоид:

$$t = \frac{l}{N} = \frac{0,3}{53} = 0,00566 \text{ м} = 5,7 \text{ мм}, \quad (11)$$

где  $t$  – шаг намотки провода, мм.

Сопротивление соленоида определяется, как

$$r = \rho \cdot \frac{l_{\text{сп}} \cdot N}{\pi \left( \frac{d_{\text{п}}}{2} \right)^2} = \frac{0,0178 \cdot 0,46 \cdot 53}{0,16} = 2,71 \text{ Ом}, \quad (12)$$

где  $d_{\text{п}}$  – диаметр провода, м;  $\rho$  – удельное сопротивление меди  $0,0178 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$ ; Действующее напряжение определяется:

$$U = I \cdot r = 0,3 \cdot 2,4 = 0,81 \text{ В}. \quad (13)$$

Расчетные значения индукции магнитного поля, созданного соленоидом вдоль оси Z, представлены на рис. 3.

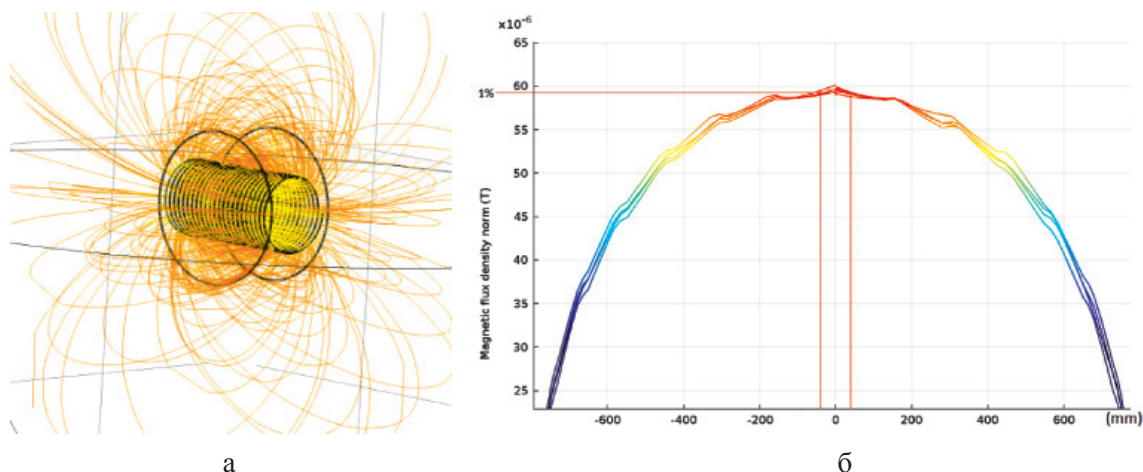
Зона максимального однородного магнитного поля с погрешностью в 1% по оси Z составляет 34 мм от центра соленоида в разные стороны.

### Компьютерное моделирование магнитных полей

Моделирование магнитных полей, создаваемых системой «кольца Гельмгольца – соленоид», производилось в среде «Comsol» [3]. Расчет магнитного поля выполнялся в модуле «Magnetic Fields (mf)» [5]. Данные геометрических размеров, величины протекающих токов и количества витков использовались те же, что и при аналитическом расчете, а также, согласно техническому заданию, на разработку комплекса для проверки магнитометров инклинометра. Для более подробной визуализации распространения магнитных силовых линий в системе «кольца Гельмгольца – соленоид» представлены в упрощенном виде. Так как кольца Гельмгольца и соленоид включаются поочередно, то сначала моделируется работа соленоида, а затем работа колец Гельмгольца. На рис. 4, а показано распространение магнитных силовых линий в соленоиде.

Представленная на рис. 4, б, зависимость показывает, что зона максимального однородного магнитного поля с погрешностью, не превышающей 1%, составляет 33 мм в обе стороны от центра соленоида по оси Z.

На рис. 5, а, показано распространение магнитных силовых линий поля при работе колец Гельмгольца.

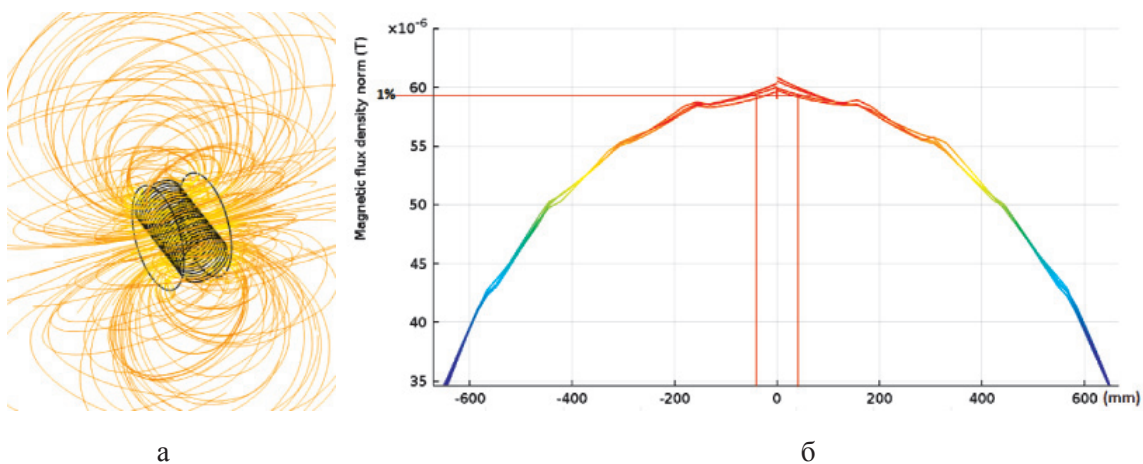


а

б

Рис. 4.

а – распространение магнитных силовых линий в соленоиде;  
 б – величина магнитной индукции соленоида в зависимости от координаты точки, лежащей на продольной оси Z



а

б

Рис. 5.

а – распространение магнитных силовых линий в кольцах Гельмгольца;  
 б – величина магнитной индукции колец Гельмгольца в зависимости от координаты точки, лежащей на продольной оси X

Представленная на рис. 5, б, зависимость показывает, что зона максимального однородного магнитного поля с погрешностью, не превышающей 1%, составляет 40 мм в обе стороны от центра колец Гельмгольца по оси X.

### Закключение

Результаты аналитического моделирования показывают расхождения с графиками зависимости величины магнитного поля от координаты точки по осям соленоида и колец Гельмгольца, полученными при моделировании в среде Comsol. Расхождение результатов моделирования в среде Comsol с расчетными

значениями для областей пространства, где магнитное поле однородно, не превышает для соленоида 3%, а для колец Гельмгольца 12%. Это связано с тем, что при использовании катушек колец Гельмгольца с большим количеством витков вторая производная при разложении в ряд Тейлора не равна нулю для пар витков, находящихся на расстоянии, отличном от  $R/2$  вдоль оси X, относительно геометрического центра системы. Вследствие чего неоднородность магнитного поля увеличивается. Расчеты и моделирование магнитных полей для системы «кольца Гельмгольца – соленоид» при заданных геометрических размерах и элек-

трических параметрах питания системы показывают, что при позиционировании магнитометров проверяемого инклинометра в центре системы осуществлять проверку магнитометров инклинометра в полевых условиях возможно.

#### Список литературы

1. Гормаков А.Н., Ульянов И.А., Федулов А.В. Комплекс для проверки магнитометров скважинных инклинометров в полевых условиях // НТВ «Каротажник». – Тверь: Изд. АИС, 2014. – Вып. 239. – С. 61–67.
2. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм. – М.: Оникс 21 век, 2005. – § 10, 35, 38, 40.
3. Огородников А.С. Моделирование в среде MATLAB – COMSOL 3.5a. Часть 1: учебное пособие. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2012. – 104 с.
4. Ульянов И.А., Гормаков А.Н., Федулов А.В. Комплекс для проверки магнитометров инклинометра // Патент России на полезную модель № 124790, опубл. 10.12.2013, Бюл. № 4.
5. Comsol Multiphysics URL: <http://www.comsol.com/> (дата обращения: 15.11.14).

#### References

1. Gormakov A.N., Ulyanov I.A., Fedulov A.V. Kompleks dlja proverki magnitometrov skvazhinnyh inklinometrov v polevyh uslovijah // NTV «Karotazhnik». Tver: Izd. AIS. 2014. Vyp. 239. pp. 61–67.
2. Matveev A.N. Jelektrichestvo i magnetizm. M.: Oniks 21 vek, 2005. § 10, 35, 38, 40.
3. Ogorodnikov A.S. Modelirovanie v srede MATLAB – COMSOL 3.5a. Chast' 1: uchebnoe posobie / Tomsk: Izd-vo Tomskogo politehnicheskogo univ ersiteta, 2012. 104 p.
4. Ulyanov I.A., Gormakov A.N., Fedulov A.V. Kompleks dlya proverki magnitometrov inklinometra // Patent Rossii na poleznuyu model no. 124790, opubl. 10.12.2013, Byul. no. 4.
5. Comsol Multiphysics URL: <http://www.somsol.com/> (data obrashhenija: 15.11.14).

#### Рецензенты:

Дмитриев В.С., д.т.н., профессор НИ ТПУ, г. Томск;

Бориков В.Н., д.т.н., директор института неразрушающего контроля НИ ТПУ, г. Томск.

Работа поступила в редакцию 09.02.2015.