

УДК 622 23.05

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛА НАКЛОНА РАБОЧЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ВИБРАЦИОННОГО ГРОХОТА

**Волков Е.Б., Ляпцев С.А., Потопов В.Я.**

*ГОУ ВПО «Уральский государственный горный университет»,  
Екатеринбург, e-mail: gmf.tm@m.ursmu.ru*

Для определения оптимальных входных параметров вибрационного грохота описана математическая модель поведения рудной частицы на его рабочей поверхности. Суть модели – в исследовании поведения одной частицы на поверхности пассивного (без колебаний) грохота, включая уравнения свободного полета рудной частицы и ее удара о наклонную плоскость. Обосновано влияние критического угла на эффективность грохочения. Приведены численные расчеты по данным формулам для величин усредненных коэффициентов восстановления и трения при ударе о стальную поверхность. Проведен и описан анализ данных расчетов. Представлена математическая модель движения частицы на вибрирующей поверхности. Таким образом, исследование движения рудной частицы сводится к численному моделированию многократного чередования ударов этапов их свободного полета с учетом переносного движения поверхности грохота.

**Ключевые слова:** грохот, математическая модель, рудная частица, уравнения движения, вибрационная поверхность

## DETERMINATION OF THE ANGLE OF INCLINATION OF THE WORKING SURFACE VIBRATING SCREEN

**Volkov E.B., Lyaptsev S.A., Potapov V.Y.**

*Ural state mining University, Yekaterinburg, e-mail: gmf.tm@m.ursmu.ru*

To determine the optimal input parameters vibrating screen is described mathematical model of behavior of the ore particles on its surface. The essence of the model – a study of the behavior of a single particle on the surface of the passive (without hesitation) screen, including the equation of free flight of the ore particles and its impact on an inclined plane. The essence of the model – a study of the behavior of a single particle on the surface of the passive (without hesitation) screen, including the equation of free flight of the ore particles and its impact on an inclined plane. Justified by the critical angle of impact on the effectiveness of screening. Numerical calculations based on the formulas for the values averaged coefficients of friction reduction and impact on the steel surface. An analysis of the data and calculations is described. A mathematical model of the motion of a particle on a vibrating surface. Thus, the study of the movement of the ore particles is reduced to numerical modeling of repeated alternation beats stages of their free flight with the translational motion of the surface of the screen. Thus, the study of the movement of the ore particles is reduced to numerical modeling of repeated alternation beats stages of their free flight with the translational motion of the surface of the screen.

**Keywords:** thunder, mathematical model ore particle, equations of motion, the vibrating surface

В процессе рудоподготовки горные породы проходят несколько стадий: дробление, измельчение, грохочение.

Грохочение предназначено для разделения продуктов по классам крупности путем просеивания через одно или несколько сит, иначе – классификации материала по крупности [4].

Осуществляется данный процесс при помощи вибрационного грохота, представляющего собой колебательную систему из двух масс: с установленным на нем коробом с плоской рабочей поверхностью, имеющей отверстия, на которой осуществляется процесс рассева материала по классам крупности, и опорной рамы, связанной с ним упругими элементами [7].

Анализ работы вибрационных грохотов показал, что наклон плоскости рабочей поверхности существенно влияет на эффективность грохочения [5].

Для исследования влияния угла наклона рабочей поверхности  $\varphi$  целесообразным

является составление математической модели поведения одной частицы на поверхности пассивного (без колебаний) грохота, включающей уравнения свободного полета рудной частицы и ее удара о наклонную плоскость.

Если частица брошена вниз на неподвижную поверхность наклонного грохота без начальной скорости с высоты  $h$ , то в момент удара о поверхность

$$V = \sqrt{2gh}, \quad (1)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup> (сопротивлением воздуха пренебрегаем).

Частица при этом падает вертикально, и поэтому в момент соприкосновения с наклонной плоскостью вектор скорости падения  $V_0$  составляет угол  $\varphi$  с нормалью к этой плоскости (рис. 1). Таким образом, при первом ударе частицы о плоскость угол падения  $\alpha_0 = \varphi$ . Величину скорости после удара  $U_i$  и угол отражения  $\beta_i$  при

произвольном ударе «*i*» определяем из системы уравнений, определяющих коэффициенты восстановления и трения [6], а также уравнений теоремы об изменении количества движения [1]:

$$\begin{cases} mU_i \cos \beta_i + mV_i \cos \alpha_i = S_N, \\ mU_i \sin \beta_i - mV_i \sin \alpha_i = -S_{\text{ТР}}, \end{cases} \quad (2)$$

где *m* – масса частицы.

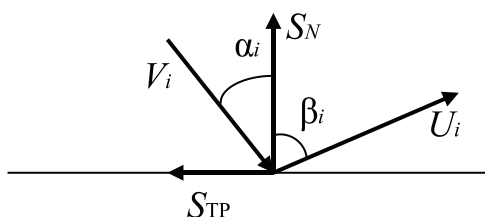


Рис. 1. Кинематические и силовые параметры при ударе

При этом коэффициент восстановления

$$k = \frac{U_i \cos \beta_i}{V_i \cos \alpha_i}. \quad (3)$$

Коэффициент трения при ударе

$$f = \frac{S_{\text{ТР}}}{S_N}, \quad (4)$$

где  $S_N$ ,  $S_{\text{ТР}}$  – импульс нормальной реакции и сила трения.

Решая систему уравнений (2)–(4), получаем

$$\beta_i = \arctg \left[ \frac{1}{k} (\text{tg} \alpha_i - f) - f \right]; \quad (5)$$

$$U_i = \frac{V_i}{\sin \beta_i} [\sin \alpha_i - f(1+k) \cos \alpha_i]. \quad (6)$$

После отражения частицы от поверхности грохота происходит ее свободный полет. Если пренебречь силами сопротивления движению, уравнения свободного полета в системе координат, связанной с наклонной поверхностью грохота, можно получить из соотношений кинематики равнопеременного движения [1]. Поскольку  $a_x = g \sin \varphi$ ,  $a_y = -g \cos \varphi$ , то эти уравнения имеют вид

$$\begin{cases} x = x_i + U_i \sin \beta_i t + \frac{1}{2} g \sin \varphi t^2, \\ y = U_i \cos \beta_i t - \frac{1}{2} g \cos \varphi t^2, \end{cases} \quad (7)$$

где *t* – текущее время:

$$t = \frac{2U_i \cos \beta_i}{g \cos \varphi}. \quad (8)$$

Дальность полета  $l_i$  вдоль поверхности грохота до следующего удара находим, исключив из системы уравнений (7) параметр *t*, при условии, что  $y = 0$ .

$$l_i = \frac{2U_i^2 \cos^2 \beta_i}{g \cos \alpha} (\sin \beta_i + \text{tg} \varphi \cos \beta_i). \quad (9)$$

Проекции скорости частицы в момент следующего удара определяем дифференцированием уравнений (7):

$$\begin{cases} V_x = U_i \sin \beta_i + g \sin \varphi t, \\ V_y = U_i \cos \beta_i - g \cos \varphi t \end{cases} \quad (10)$$

для *t*, определяемого уравнением (8). Угол падения при этом составит

$$\alpha_{i+1} = \arctg \frac{V_x}{V_y}, \quad (11)$$

а величина скорости падения

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}. \quad (12)$$

После отражения частицы от поверхности грохота происходит ее свободный полет, затем снова удар и т.д. Если при этом в один из ударов угол падения меньше некоторого критического  $\alpha_n$ , произойдет проваливание частицы сквозь решетку грохота (рис. 2).

Критический угол можно определить по формуле

$$\alpha_n = \arccos \left( \frac{D+d}{\Delta L + d} \right), \quad (13)$$

где *D* – диаметр частицы; *d* – диаметр прута решетки;  $\Delta L$  – ширина щели решетки грохота.

Весь процесс многократного чередования свободного полета с ударами до прохождения частицы сквозь решетку возможно смоделировать на компьютере. При этом, варьируя начальные условия и другие переменные, возможно подобрать наиболее рациональные параметры установки.

Численные расчеты по приведенным формулам проведены для величин коэффициентов восстановления и трения при ударе горных пород, приведенных в работе [3].

Результаты расчетов для усредненных значений  $k = 0,47$ ,  $f = 0,09$  (удар о стальную поверхность) приведены в таблице ниже.

Анализируя приведенные результаты, можно заметить, что значение углов падения при очередных ударах не зависит от высоты *h*, с которой происходит загрузка материала. При этом если не произошло просеивания частицы под решетку грохота, то вероятность просеивания с увеличением количества ударов уменьшается. Это сле-

дует из того факта, что угол падения частицы на поверхности грохота от удара к удару увеличивается. Увеличивается также и угол отражения частиц, что свидетельствует о постепенном переходе режима с многократными ударами в режим скольжения по поверхности грохота. При малых углах наклона плоскости  $\varphi$  величина скорости падения и отражения убывает от удара к удару, а при больших – возрастает. При этом дальность полета частицы вдоль плоскости убывает независимо от угла ее наклона. Один из вариантов расчета является особым случаем движения частицы – вариант, соответствующий углу наклона плоскости  $\varphi = 5^\circ$ . Последовательный ряд значений углов падения в таблице не приведен полностью, однако расчеты показывают, что  $\alpha_0 = 5^\circ$ ,  $\alpha_1 = 4,6^\circ$ ,  $\alpha_2 = 3,9^\circ$ ,  $\alpha_3 = 2,3^\circ$ , т.е. эти значения убывают. Таким образом, если размер частицы мень-

ше размера ячейки решетки грохота и при первых ударах частица не прошла сквозь решетку грохота, то при следующих ударах это все равно произойдет [2]. Для величины коэффициента трения при ударе  $f = 0,09$ , при котором производился данный расчет, это значение угла соответствует значению угла трения ( $\text{tg } 5^\circ = 0,87$ ).

Движения частицы относительно неподвижной поверхности грохота отличаются от движения частицы при его вибрации. Поэтому уравнения (2)–(6), описывающие процесс удара, следует привести к виду, соответствующему относительно движению частицы. Для моделирования движения частицы относительно вибрирующего грохота на этапе свободного полета необходимо учесть переносные силы инерции, содержащие ускорения поверхности грохота.

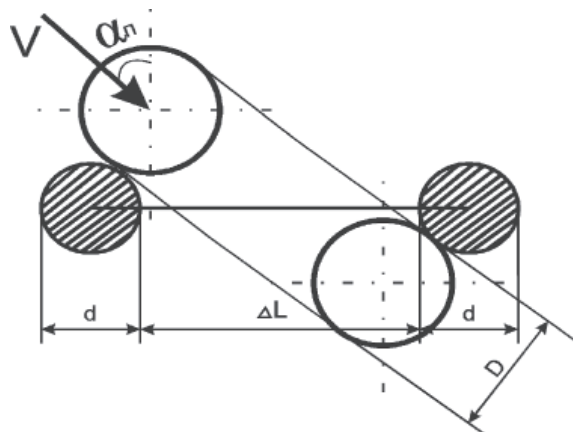


Рис. 2. Схема прохождения частицы сквозь решетку грохота

Результаты расчетов кинематических параметров рудных частиц при ударе о рабочую поверхность грохота

φ, град.	Номер удара	α, град.	V, м/с	β, град.	U, м/с	l, м
$h = 0,25 \text{ м}$						
5	0	5	2,21	-5,1	1,1	$-4 \cdot 10^{-4}$
	1	4,6	1,1	-6,4	1,0	$-5 \cdot 10^{-5}$
15	0	15	2,21	16	1,04	0,12
	1	39,6	1,29	56	0,83	0,08
	2	63,6	1,05	76	0,91	0,04
30	3	77,6	1,02	84	0,97	0,02
	0	30	2,21	44	1,23	0,28
	1	64,9	2,08	76	1,81	0,21
	2	78,9	2,30	85	2,21	0,10
	3	85,5	2,43	88	2,40	0,05
$h = 0,5 \text{ м}$						
15	0	15	3,13	16	1,48	0,24
	1	39,6	1,83	56	1,18	0,16
	2	63,6	1,49	76	1,29	0,08
	3	77,6	1,45	84	1,38	0,04

Опишем движение вибрирующей поверхности грохота двумя координатами  $(X, Y)$ , считая это движение поступательным (рис. 3). Тогда проекции скорости  $V_{\text{пер}} = (\dot{X}, \dot{Y})$ , а ускорение  $a_{\text{пер}} = (\ddot{X}, \ddot{Y})$ . Поэтому проекция на нормаль относительной скорости частицы перед ударом выглядит следующим образом:  $\dot{Y} + V \cos \alpha$ , а после  $\dot{Y} - U \cos \beta$ .

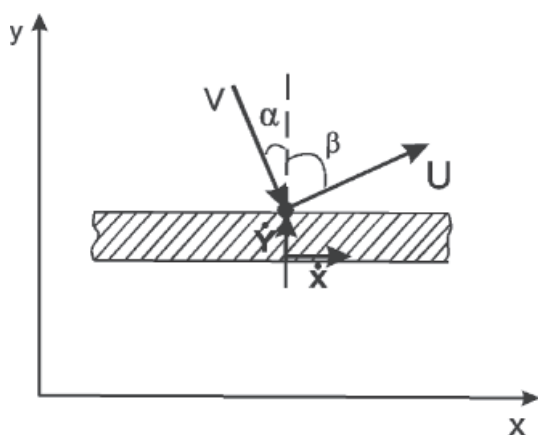


Рис. 3. Схема удара частицы о вибрирующую поверхность

Соответственно коэффициент восстановления после удара определится через составляющие относительной скорости:

$$k = \frac{U \cos \beta - \dot{Y}}{V \cos \alpha + \dot{Y}} \quad (14)$$

Направление силы трения зависит от направления относительной скорости частицы. Поэтому если  $V_{\text{отн}}^x > 0$ , то сила трения направлена против оси  $X$ , а уравнения (4) остаются с теми же знаками. Если  $V_{\text{отн}}^x = 0$ , то трения нет вообще. Если  $V_{\text{отн}}^x < 0$ , то трение – в направлении оси  $X$ , т.е. в уравнении (4), куда оно входит, поменяется знак.

Обозначая угол наклона поверхности через  $\varphi$ , запишем дифференциальные уравнения относительного движения частицы в проекциях на оси  $X$  и  $Y$ :

$$\begin{cases} ma_{\text{отн}}^x = mg \sin \varphi - ma_{\text{пер}}^x, \\ ma_{\text{отн}}^y - mg \cos \varphi - ma_{\text{пер}}^y, \end{cases} \quad (15)$$

отсюда получим

$$\begin{cases} \ddot{x} = g \sin \varphi - \ddot{X}, \\ \ddot{y} = -g \cos \varphi - \ddot{Y}. \end{cases} \quad (16)$$

Таким образом, исследование движения рудной частицы сводится к численному мо-

делированию многократного чередования ударов этапов их свободного полета с учетом переносного движения поверхности грохота.

### Список литературы

1. Вебер Г.Э., Ляпцев С.А. Дополнительные главы механики для горных инженеров. – Свердловск: УрГУ, 1989. – 292 с.
2. Методика определения упругих и фрикционных характеристик сыпучих материалов / В.Я. Потапов, Е.Ф. Цыпин, С.А. Ляпцев, А.И. Афанасьев // Известия вузов. Горный журнал. – 1998. – № 5–6. – С. 103.
3. Ляпцев С.А., Волков Е.Б. Анализ эффективности процесса разделения горных пород на пассивном грохоте // Математическое моделирование механических явлений: материалы Всероссийской научно-технической конференции. – Екатеринбург: УГТУ, 2013. – С. 22–25.
4. Справочник по обогащению руд. Подготовительные процессы / под ред. О.С. Богданова. – М.: Недра, 1982. – 365 с.
5. Харламов В.С., Николаенко В.П. Обогащение руд черных металлов. – М.: Недра, 1965. – 239 с.
6. Юдин А.В., Мальцев В.А., Косолапов А.Н. Тяжелые вибрационные питатели и питатели-грохоты для горных переработочных систем. – Екатеринбург: УГГГА, 2009. – 402 с.
7. Ударно-фрикционная классификация горных пород на разделительной плоскости / В.Я. Потапов, Л.А. Семериков, Е.А. Васильев, В.В. Потапов // Известия Уральского государственного горного университета. – 2014. – № 3 (35). – С. 65–67.

### References

1. Veber G.Je., Ljapcev S.A. Dopolnitel'nye glavy mehaniki dlja gornyh inzhenerov. Sverdlovsk: UrGU, 1989. 292p.
2. Metodika opredeleniya uprugih i friktsionnyh harakteristik syipuchih materialov / V.Ya. Potapov, E.F. Tsyipin, S.A. Lyaptsev, A.I. Afanasev // Izvestiya vuzov. Gornyy zhurnal. 1998. no. 5–6. pp. 103.
3. Lyaptsev S.A., Volkov E.B. Analiz effektivnosti protsesssa razdeleniya gornyh porod na passivnom grohote // Materialyi Vserossiyskoy nauchno-tehnicheskoy konferentsii «Matematicheskoe modelirovanie mehanicheskikh yavleniy». Ekaterinburg: UGGU, 2013. pp. 22–25.
4. Spravochnik po obogascheniyu rud. Podgotovitelnyye protsessy / pod red. O.S. Bogdanova. M.: Nedra, 1982. 365 p.
5. Harlamov V.S., Nikolaenko V. P. Obogaschenie rud chernyih metallov. M.: Nedra, 1965. 239 p.
6. Yudin A.V., Maltsev V.A., Kosolapov A.N. Tyazhelye vibratsionnye pitateli i pitateli-grohoty dlya gornyh pereruzochnykh system. Ekaterinburg: UGGGA, 2009. 402 p.
7. Udarno-friktsionnaya klassifikatsiya gornyh porod na razdelitel'noy ploskosti / V.Y. Potapov, L.A. Semerikov, E.A. Vasilev, V.V. Potapov // Izvestiya Uralskogo gosudarstvennogo gornogo universiteta. 2014. no. 3 (35). pp. 65–67.

### Рецензенты:

Кожушко Г.Г., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой подъемно-транспортных машин и роботов, ФГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», г. Екатеринбург;

Неволин Д.Г., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой проектирования и эксплуатации автомобилей, ФГБОУ ВПО «Уральский государственный университет путей сообщения», г. Екатеринбург.

Работа поступила в редакцию 09.02.2015.