

УДК 001.1.891.5

ИНТЕЛЛЕКТУАЛИЗАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА: ПРОБЛЕМНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЙ ПОДХОД

Волков Ю.Д.

ФГБОУ ВПО «Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарева»,
Саранск, e-mail: volkov57@rambler.ru

Рассматриваются вопросы формирования модели, выбор методов решения задачи эксперимента в зависимости от количества и качества исходной информации. При отсутствии вероятностных характеристик выдвигаемых гипотез поиск происходит в дискретном пространстве состояний по стоимости или сложности экспериментов. При известном распределении вероятностей гипотез в качестве критерия используется математическое ожидание затрат или энтропия эксперимента. При недостатке информации производится лингво-численная оценка вероятностей гипотез, осуществляется фаззификация задачи эксперимента, формируется арифметика FN -чисел и нечеткая модель эксперимента. Вводится показатель общей энтропии эксперимента. В результате можно контролировать степень неопределенности, выбирать приемлемую точность эксперимента и осуществить переход от нечеткой модели к вероятностной по мере приобретения и накопления знаний.

Ключевые слова: задача, пространство состояний, вероятность, фаззификация, нечеткая модель, энтропия

INTELLECTUALIZATION OF EXPERIMENT: PROBLEM-ORIENTED APPROACH

Volkov Y.D.

Ogarev Mordovia State University, Saransk, e-mail: volkov57@rambler.ru

The issues of the model formation, the choice of methods for solving the problem of the experiment, depending on the quantity and quality of the original information are considered. In the absence of the probability characteristics of the proposed hypotheses, the research takes place in a discrete state space according to cost or complexity of the experiments. Due to a known distribution of probability hypotheses, the mathematical expectation of costs or the entropy experiment is used as a criterion. With a lack of information, the linguistic and numerical estimation of the probability hypotheses is made, the fuzzification of the task experiment is carried out, the arithmetics of FN -numbers and the fuzzy model experiment are formed. The index of general entropy of the experiment is introduced. As a result, one can control the degree of uncertainty, choose an acceptable accuracy of the experiment and make the transition from the fuzzy model to the probability one with the acquisition and accumulation of knowledge.

Keywords: task, state space, probability, fuzzification, fuzzy model, entropy

Исследование сложных технических систем проходит в условиях неопределенности, обусловленной, в частности, недостатком знаний об объекте исследований, а также возможностями измерений. Поэтому часто возникают нестандартные ситуации, для которых нет заранее известного набора действий, приводящих к нужной цели. Все задачи построения плана действий можно разбить на два типа, которым соответствуют различные модели искусственного интеллекта: поиск в пространстве состояний и в пространстве задач. Выбор представления зависит от знаний относительно объекта исследования. При отсутствии объективных вероятностных оценок выдвигаемых гипотез возможно использование субъективных знаний, формализованных с применением теории нечетких множеств [1, 6].

Дискретная модель активного эксперимента

Задача 1. Пусть относительно объекта исследований выдвинута группа из n –

взаимоисключающих гипотез $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$, удовлетворяющих условию $\varepsilon_l \cap \varepsilon_k = \emptyset$ при $l \neq k$. Также определено множество допустимых экспериментов $Q = \{q_1, \dots, q_n\}$ по верификации этих гипотез и соответствующие стоимости их проведения $C = \{c_1, \dots, c_n\}$. Требуется оптимизировать процесс экспериментального подтверждения одной из гипотез ε_k .

Введем в рассмотрение дискретное пространство состояний эксперимента S . Поставим k -й гипотезе в соответствие упорядоченную последовательность $(0_1, 0_2, \dots, 1_k, \dots, 0_n)$ пространства $E^n = \underbrace{E_2 \times E_2 \times \dots \times E_2}_{n\text{-раз}}$, $E_2 = \{0, 1\}$. Тогда

$S_0 = ((1_1, 1_2, \dots, 1_n), E^n)$ отражает исходную неопределенность в виде группы гипотез $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ и E^n , как возможное поле действия эксперимента. Принимаем S_0 за начальное состояние процесса исследования.

Эксперимент q_j связан с подачей управляющих воздействий $\hat{X}_i$ на экспериментальную

установку, измерением параметров $\hat{Y}_j$ и результатом обработки информации W_k

$$q_j \Leftrightarrow [X_i \rightarrow Y_j \times W_k], \quad (1)$$

$$i \in \{1, \dots, m\}, j \in \{0, \dots, h\}, k \in \{1, \dots, n\}.$$

Эту совокупность «атомарных» действий будем считать элементарным экспериментом.

В процессе проведения эксперимента q_j , отбрасывая k -ую гипотезу, мы сужаем поле действия эксперимента на грань n -мерного куба, которая сама является кубом. Следовательно, промежуточному состоянию S_j соответствует набор $(a_1, \dots, a_n) \in E_n$, $a_k = 0$ при отбрасывании гипотезы, $a_k = 1$ – в противном. Конечное состояние представлено набором (e_k, e_k) , где $(e_k = (0_1, 0_2, \dots, 1_k, \dots, 0_n) - «1» на k -месте, соответствует принятию ϵ_k .$

В результате имеем пространство состояний $S \subset E^n \times B(E^n)$ как подмножество множества всех пар вершин n и подпространств в E_n . Последовательное выполнение экспериментов $q_0, q_1, \dots, q_h \in Q$ интерпретируется как композиция $\circ$ отображений $f_j: S_j \rightarrow S_{j+1}$. Таким образом, формализована алгебраическая система $F = \langle \{f_j\}, \circ \rangle$ со свойствами замкнутости, ассоциативности, идемпотентности, необратимости. Выбор возможной последовательности будем оценивать функцией качества $C_F: F \rightarrow \mathbb{R}$. В итоге получена дискретная модель активного эксперимента в пространстве S :

$$\Theta_S = [S, F, C_F]^u. \quad (2)$$

На начальном этапе эксперимента отсутствуют знания об исходном распределении вероятностей гипотез, поэтому положим

$$P(\epsilon_1) = P(\epsilon_2) = \dots = P(\epsilon_n) = 1/n.$$

Если в результате q_j -эксперимента отвергнута гипотеза ϵ_k , (произошло событие B_k), то вследствие теоремы Байеса получаем апостериорные вероятности гипотез $\epsilon_j, j \neq k$:

$$P\left(\frac{\epsilon_j}{B_k}\right) = \frac{P(\epsilon_j)}{1 - P(\epsilon_k)} \quad (3)$$

$$\text{при } \sum_k P(\epsilon_k) = 1, \quad k \in \{1, \dots, n\}.$$

Такой подход позволит сформировать в дальнейшем вероятностную модель эксперимента.

Вероятностная модель активного эксперимента

Возможно, что нам априори известны вероятности гипотез $P(\epsilon_k)$ из ранее набран-

ной статистики. Это дает возможность точечной оценки вероятностей гипотез $P(\epsilon_k)$.

Задача 2. Пусть относительно объекта исследований выдвинута полная группа из n -попарно несовместных гипотез ϵ_k с вероятностями $P(\epsilon_k)$, причем

$$\sum_k P(\epsilon_k) = 1, \quad k \in \{1, \dots, n\}. \quad (4)$$

Также определено множество допустимых экспериментов $Q = \{q_1, \dots, q_n\}$ по верификации этих гипотез и соответствующие стоимости их проведения $C = \{c_1, \dots, c_n\}$. Требуется оптимизировать процесс экспериментального подтверждения одной из гипотез ϵ_k .

Верификацию гипотез ϵ_k можно вести согласно вероятностной модели активного эксперимента, которая имеет вид [1, 3]

$$G = \{(S, \Sigma, P), \langle F, \circ \rangle, C_F\}, \quad (5)$$

где (S, Σ, P) – вероятностное пространство с соответствующей σ -алгеброй Σ .

Пространство S связано с распределением P , которое образует вероятностный симплекс

$$\Delta^{n-1} = \left\{ (p_1, \dots, p_n) \mid \sum_k p_k = 1 \text{ и } \forall k \quad p_k \geq 0 \right\},$$

натянутым на единичные векторы e_k (рис. 1).

Распределение вероятностей гипотез, представленное упорядоченной n -й, будет точкой S , лежащей на вероятностном симплексе. Знание вероятностей $P(\epsilon_k)$ позволяет нам вести оптимизацию по такому критерию, как энтропия эксперимента или энергозатраты [2].

Для реализации вероятностной модели эксперимента необходимо знание исходного распределения вероятностей $P(\epsilon_1), P(\epsilon_2), \dots, P(\epsilon_n)$. При отсутствии такой оценки на ранних стадиях эксперимента применим лингво-численную оценку с помощью высказываний, например: вероятность гипотезы составляет «около или близко к 0,5».

Фаззификация задачи эксперимента

Точечные оценки вероятностей реально часто являются недостижимыми в силу различных ограничений, поэтому вводим нечеткие значения оценки вероятностей. Для этого ослабим условия задачи 1 и вместо точечной оценки $P(\epsilon_1), P(\epsilon_2), \dots, P(\epsilon_n)$ введем эмпирическую или теоретическую оценку степени принадлежности вероятности k -гипотезы $\mu(x_k) \in \Phi$, $k \in \{1, \dots, n\}$, где Φ – множество выпуклых функций принадлежности.

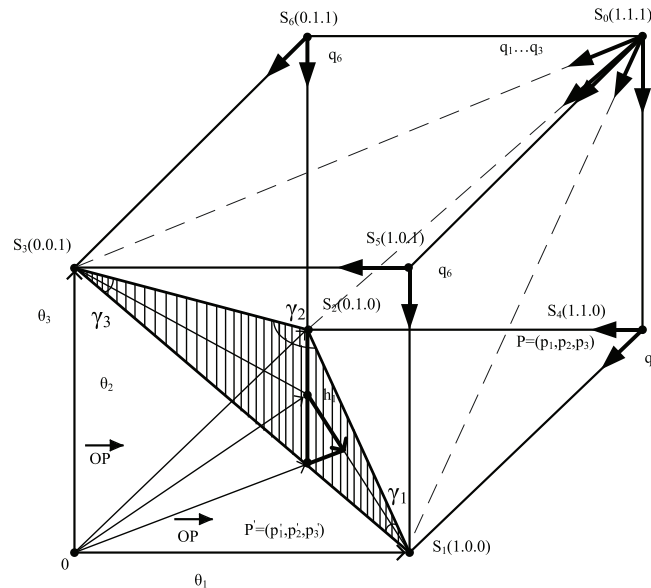


Рис. 1. Пространство S с вероятностным симплексом P

Задача 2. Пусть относительно объекта исследований выдвинута группа из n -гипотез $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ с оценками их вероятностей имеющимися функциями принадлежности $\mu(x_k) \in \Phi$, $k \in \{1, \dots, n\}$. Также определено множество допустимых экспериментов $Q = \{q_1, \dots, q_n\}$ по верификации гипотез и стоимости их проведения $C = \{c_1, \dots, c_n\}$. Требуется оптимизировать процесс экспериментального подтверждения одной из гипотез ε_k .

Отличием данного подхода является то, что условие несовместности гипотез и ограничение (4) может не выполняться. Используя априорные знания о неопределенности оценок (измерения), проводим фаззификацию задачи эксперимента.

Отразим исходную неопределенность значений оцениваемой (измеряемой) величины нечеткими числами $(\mathfrak{X}, \mu(x))$ с симметричными гауссовскими функциями принадлежности

$$\mu(x) = e^{-(x-\bar{a})^2 / (2\sigma^2)}, \quad (6)$$

$$\mu_k(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < a - 2,5\sigma; \\ \frac{1}{2,5\sigma}(x - (a - 2,5)\sigma), & \text{при } a - 2,5\sigma_k \leq x \leq a; \\ -\frac{1}{2,5\sigma}(x - (a + 2,5)\sigma), & \text{при } a < x \leq a + 2,5\sigma; \\ 0, & \text{при } x > a + 2,5\sigma. \end{cases} \quad (7)$$

где $\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$ – усредненная оценка значений измеряемой величины, данная через n -измерений или оценок экспертов; σ – соответствующее среднеквадратичное отклонение оценки.

Нетрудно видеть, что определенная нами функция $\mu(x)$ нечеткого числа удовлетворяет условиям непрерывности, нормальности, выпуклости [6].

Однако прямое использование нечетких чисел с функциями принадлежности вида (6) ведет к значительным вычислительным трудностям. На основании этого представим функции $\mu(x)$ в упрощенном модифицированном LR -формате, который выбирается из условия минимума отклонения от функции (6). В данной работе мы предлагаем использовать унимодальные нечеткие FN -числа (треугольные), так как они более адекватно оценивают высказывания типа «вероятность гипотезы приблизительно равна 0,5». Замена функции принадлежности показана на рис. 2.

Аналитически $\mu_k(x)$ записывается следующим образом:

Для математической модели обработки неопределенности, появляющейся при измерении (оценке) параметров, мы предлагаем арифметику *FN*-чисел [4].

Арифметика нечетких *FN*-чисел

Пусть a – усредненная оценка значений измеряемой величины; σ – среднеквадратичное отклонение. Определим нечеткое число парой

$$\tilde{a} = (a; \Delta),$$

где $2\Delta = 5\sigma$ – ширина интервала.

Определение 1. Нечеткие числа, функция принадлежности которых имеет график в форме равнобедренного треугольника (трапеции), будем называть нечеткими естественными (*Fuzzy Naturale*) числами и записывать в виде $(a; \Delta)$.

В основе операций сложения и умножения лежит расширенная бинарная арифметическая операция $\circ$:

$$\mu_C(z) = \sup_{z=x \circ y} \min \{ \mu_A(x), \mu_B(y) \} \quad [6].$$

Как известно, операции $(\langle - \rangle, \langle \div \rangle)$ выражаются через операции $(\oplus, \otimes)$ посредством симметрии и инверсии соответственно, а операция логарифмирования получается естественным образом:

$$\log : C = \log_2(C) = \log_2(a; \Delta) = \left\{ \log_2 a; \max \left\{ \log_2 \frac{a}{a-\Delta}, \log_2 \frac{a+\Delta}{a} \right\} \right\}, \quad a > 0, a > \Delta. \quad (8)$$

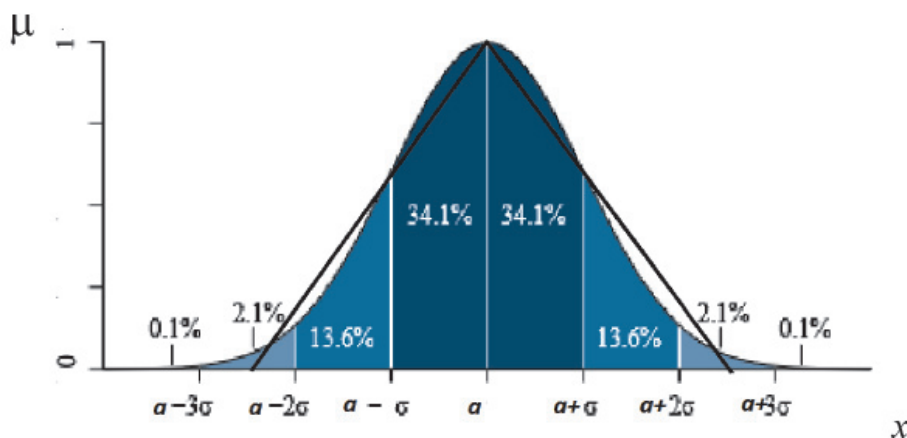


Рис. 2. Переход $\mu(x)$ от нормального закона к унимодальному *LR*-формату

Определение 2. Нечетким множеством оценок A_k назовем

$$\begin{aligned} A &= \{ (x, \mu_k(x)) | x \in X \}; \\ \mu_k : x &\rightarrow (0,1); \\ \mu_k(x) &= (a_k; \Delta_k). \end{aligned} \quad (9)$$

На множестве A определена Ψ -арифметика нечетких чисел

$$\Psi = \{ A \rightarrow [0,1], \oplus, \otimes, \log \},$$

что позволяет оперировать с *FN*-числами в рамках поставленной задачи.

Нечеткая модель эксперимента

Пусть S дискретное пространство состояний, $\{q_j\}$ – множество элементарных экспериментов. Ввиду неопределенности измерений и результатов обработки эксперимент свяжем с отображением нечетких множеств $q_j = [\tilde{X}_i \rightarrow \tilde{Y}_j \times \tilde{W}_k]$. Этому отображению соответствует нечеткий оператор $\tilde{f}_j : S_j \rightarrow S_{j+1}$, причем $S_{j+1} \subseteq S_j \in S$. В этом случае $\tilde{F} = \{\tilde{f}_j\}$ определяет нечеткое отношение $\tilde{R} : S \times S \rightarrow L = [0,1]$ на множестве S . Отношение $\tilde{R}$ можно отнести к нечетким порядковым отношениям, так как не имеет контуров, обладает свойствами антисимметричности, транзитивности и антирефлексивности [5, 6]. Любому антисимметричному нечеткому отношению $\tilde{R}$ можно поставить в соответствие один (и только один) обычный антисимметричный граф G .

Такое отношение можно представить на плоскости взвешенным графом с матрицей отношений $[\tilde{R}]$, в котором каждая пара вершин (S_i, S_j) соединяется стрелкой с весом $[\tilde{R}_{ij}] = r(S_i, S_j)$ (рис. 3).

Данные положения представлены нечеткой моделью эксперимента

$$\tilde{\Theta} = \{ \langle \tilde{F}, \circ \rangle, S / \tilde{R}, (A, \Psi, C_F) \}, \quad (10)$$

где $\langle \tilde{F}, \circ \rangle$ – алгебраическая система с одной определяющей операцией; $(S / \tilde{R})$ – дискретное пространство S с заданным отношением $\tilde{R}$; (A, Ψ, C_F) – Ψ -арифметика FN -чисел на множестве оценок A с функцией стоимости C_F .

на случайным характером эксперимента, определяется по формуле Шеннона

$$H_P = -\frac{1}{\log_2 n} \sum_{k=1}^n (a_k; \Delta_k) \cdot \log_2 (a_k; \Delta_k). \quad (11)$$

Нечеткая составляющая $\tilde{H}_F$ носит вычислительный характер и связана с площадью Π , соответствующей FN -числу

$$\tilde{H}_F = -\frac{1}{\log_2 n} \sum_{k=1}^n \Pi_k \cdot \log_2 \Pi_k, \quad (12)$$

где $\Pi_k = \frac{1}{2} \cdot 5\sigma \cdot h = \Delta \cdot h$ – площадь треугольника, ограниченная функцией принадлежности $\mu(x_k)$ и осью Ox , h – высота (рис. 2).

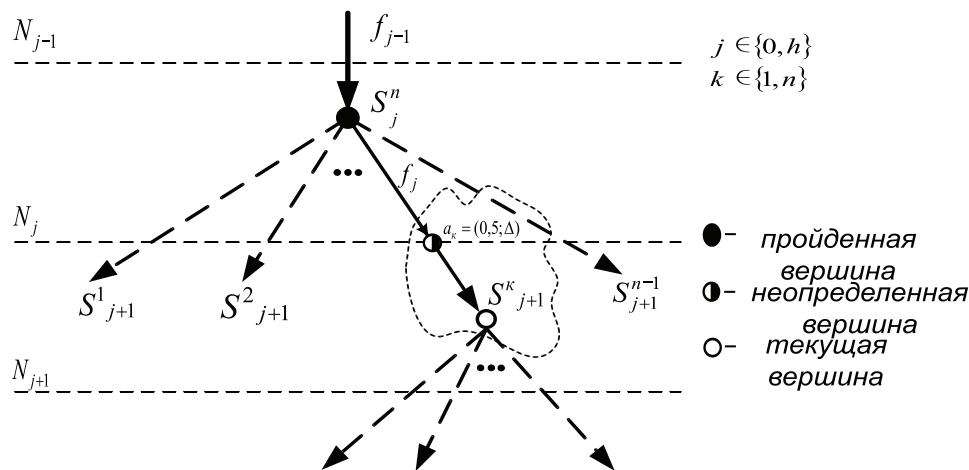


Рис. 3. Нечеткое отношение $\tilde{R}$ на множестве S

В качестве $C(f_j)$ могут использоваться различные критерии эксперимента, например стоимость, время, сложность, энергозатраты [5]. В последнее время наблюдается интерес к применению энтропии для оценки степени неопределенности систем.

Оптимизация эксперимента по энтропии

Будем учитывать неопределенности, обусловленные как вероятностным (случайным) характером эксперимента, так и нечеткостью наших знаний об объекте исследований. Основываясь на приведенном выше анализе, предлагаем следующее определение общей энтропии эксперимента.

Определение 3. Общей энтропией эксперимента назовем композицию двух составляющих $\tilde{H}(H_P, H_F)$, где H_P обусловле-

При проведении эксперимента $H_P \rightarrow 0$, а $\tilde{H}_F$ возрастает, так как имеет вычислительную природу (при увеличении количества вычислений ошибка тоже растет). В результате у нас есть две разнонаправленные величины. При этом получим задачу многокритериальной оптимизации, которую можем свести к задаче оптимизации с одной скалярной целевой функцией. Используем функцию скаляризации Чебышева

$$\tilde{H}(H_P, \tilde{H}_F) = \max_{1 \leq i \leq 2} (\omega_i H_i), \quad (13)$$

ω_i – вес i -критерия.

Правило 1. Максимум приращения информации $\Delta I_j = \tilde{H}_{apr} - \tilde{H}_{aps}$ на j -шаге определяет направление поиска, то есть выбор эксперимента q_j из априорного набора Q :

$$\begin{aligned} & \text{П1: } q_j \in Q_{opt}, \\ & \text{если } \Delta I_j = \max_j \Delta I_j; \\ & Q_{opt} \subset Q, \end{aligned}$$

где Q_{opt} – набор экспериментов, входящих в оптимальный вариант проведения эксперимента; H_{apr} – априорная энтропия; H_{aps} – энтропия после проведения j -эксперимента определяется по формуле (3), в которой вместо p_k подставляются значения (a_k, Δ_k) . Таким образом, можно вести оптимизацию эксперимента по нечеткой энтропии с контролем точности вычислений. Рассмотренная энтропия является удобным инструментом анализа неопределенности в задачах принятия решения, диагностики, управления и оптимизации, особенно на ранних стадиях эксперимента.

Заключение

Проблемно-ориентированный подход к интеллектуализации эксперимента позволяет выбрать наилучшее представление и формулировать задачу эксперимента в зависимости от уровня знаний об объекте исследований.

Если нам известны вероятности гипотез, то можно использовать в качестве критерия информационную энтропию Шеннона (оптимизация по ΔI) или вести поиск решения проблемы эксперимента по энергозатратам [2, 3].

Если у нас нет достаточной статистической базы для формирования вероятностной модели, то в рамках нечеткого подхода можно формулировать проблему эксперимента при недостатке знаний об объекте исследований. Это позволяет оценить и выбрать направление поиска в условиях, когда объект эксперимента и внешняя среда эволюционируют [5, 6].

Представление общей энтропии в виде вероятностной и нечеткой составляющих позволяет осуществить переход от нечеткой модели к вероятностной по мере приобретения знаний, а также накапливать информацию о неопределенности при обработке результатов эксперимента и выбирать приемлемую точность эксперимента.

Список литературы

1. Волков Ю.Д., Кочугаев П.Н. Модели эксперимента в условиях неопределенности // Науч.-техн. вестник Поволжья. – 2013. – № 6. – С. 215–218.

2. Волков Ю.Д., Кочугаев П.Н. Управление экспериментом по энтропии // Повышение эффективности функционирования мех. и энерг. систем: ватер. Всерос. науч.-техн. конф. (Саранск, 19–23 окт. 2009г.). – Саранск, 2009. – С. 133–137.

3. Волков Ю.Д., Дудин А.В. Оптимизация эксперимента по энергозатратам в условиях вероятностной неопределенности // Науч.-техн. вестник Поволжья. – 2014. – № 5. – С. 147–149.

4. Волков Ю.Д., Кочугаев П.Н. Арифметика нечетких FN-чисел при обработке результатов измерений // Инф.-выч. технологии и их приложения: сб. статей XV Межд. науч.-техн. конф. (Пенза, 12–13 июня 2011г.). – Пенза, 2011. – С. 22–27.

5. Волков Ю.Д. Оптимизация эксперимента по энергозатратам: нечеткий подход // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 6; URL: <http://www.science-education.ru/120-16590> (дата обращения: 24.12.2014).

6. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / под ред. Д.А. Поспелова. – М.: Наука, 1986. – 312 с.

7. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement: First Edition. – ISO, Switzerland, 1993. – 101 p.

References

1. Volkov Ju.D., Kochugaev P.N. Nauch.-tehn. vestnik Povolzh'ja. 2013, no. 6, pp. 215–218.

2. Volkov Ju.D., Kochugaev P.N. Povyshenie jeffektivnosti funkcionirovaniya meh. i jenerg. sistem: Mater. V sberos. nauch.-tehn. konf. Saransk, 2009, pp. 133–137.

3. Volkov Ju.D., Dudin A.V. Nauchno-tehnicheskij vestnik Povolzh'ja. 2014, no. 5, pp. 147–149.

4. Volkov Ju.D., Kochugaev P.N. Inf.-vych. tehnologii i ih prilozhenija: sb. statej XV Mezhd. nauch.-tehn. konf. Penza, 2011, pp. 22–27.

5. Volkov Ju.D. Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya. 2014, no. 6; URL: <http://www.science-education.ru/120-16590> (data obrashhenija: 24.12.2014).

6. Nечetkie mnozhestva v modeljah upravlenija i iskusstvennogo intellekta / Pod red. D.A. Pospelova., M.: Nauka, 1986. 312 p.

7. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement: First Edition. ISO, Switzerland, 1993. 101 p.

Рецензенты:

Чаткин М.Н., д.т.н., профессор, ректор, ФГБОУ «Мордовский институт переподготовки кадров агробизнеса», г. Саранск;

Щенников В.Н., д.ф.-м.н., профессор, ФГБОУ ВПО «МГУ им. Н.П. Огарева», г. Саранск.

Работа поступила в редакцию 18.03.2015.