

УДК 532.517.4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ В ОДНО- И ДВУХФАЗНЫХ СРЕДАХ ПО МОДЕЛИ ТЕЙЛОРА

Лаптев А.Г., Лаптева Е.А.

ФГБОУ ВПО «Казанский государственный энергетический университет»,
Казань, e-mail: tvt_kgeu@mail.ru

Эффективность тепло- и массопереноса на контактных устройствах часто вычисляется с использованием однопараметрической диффузионной модели. Для определения основного параметра диффузионной модели структуры потоков в аппаратах химической технологии рассмотрена модель турбулентного перемешивания среды Тейлора. На основе применения данной модели получены выражения для расчета эффективных коэффициентов перемешивания в каналах с гладкой, шероховатой стенкой и стекающей пленкой, в каналах с хаотичной мелкой насадкой (однофазный поток и противоточное движение газа со стекающей пленкой жидкости), а также в жидкой фазе барботажного слоя с высоким слоем жидкости. Показано согласование результатов расчетов коэффициентов перемешивания с экспериментальными данными различных авторов. Отличительной особенностью полученных выражений является возможность делать вычисления с использованием гидравлического сопротивления контактных устройств.

Ключевые слова: массообмен, турбулентность, модель Тейлора, перемешивание, насадка, барботаж

DETERMINATION OF THE COEFFICIENTS OF TURBULENT MIXING IN ONE – AND TWO-PHASE MEDIA BY TAYLOR MODEL

Laptev A.G., Lapteva E.A.

Kazan state power engineering university, Kazan, e-mail: tvt_kgeu@mail.ru

The efficiency of heat and mass transfer at the contact devices is often computed with using of one-parameter model diffusion. The Taylor's model of turbulent mixing environment is considered to determine the diffusion model's main parameters of the flows structure in the apparatus of chemical technology. Expressions of mixing channels with smooth, rough wall and falling film effective coefficients calculation, channels with random small nozzle (single-phase flow and countercurrent flow of gas from the flowing liquid film) based on the application of this model to derive as well as in the liquid phase bubble layer High fluid bed are shown. Calculation results of matching mixing coefficients with experimental data of different authors are shown. A distinctive feature of the obtained expressions is the ability to do calculations using hydraulic resistance contact devices.

Keywords: mass transfer, turbulence, model Taylor, mixing, nozzle, airsparging

Определение эффективности тепло- и массообменных контактных устройств в химической технологии часто выполняется с использованием модели структуры потоков: диффузионной и ячеечной. В диффузионной модели основным параметром идентификации является коэффициент обратного (продольного) перемешивания. Этот коэффициент находится экспериментально для каждого типа контактного устройства (аппарата) [2, 3, 7, 9].

Целью данной работы является приближенное определение коэффициентов турбулентного перемешивания в аппаратах различных конструкций без специальных внутренних устройств (перегородок, решеток, клапанов и т.д.)

Известен подход, когда все гидродинамические эффекты – турбулентная диффузия, продольное и поперечное перемешивание в потоке могут быть приближенно описаны с использованием эффективного коэффициента

$$D_{\text{эф}} = D_{\text{т}} + D_{\text{пр}} + D_{\text{п}}, \quad (1)$$

где $D_{\text{т}}$ – коэффициент турбулентной диффузии, м²/с; $D_{\text{пр}}$, $D_{\text{п}}$ – коэффициенты продоль-

ного и поперечного перемешивания, м²/с. Молекулярная диффузия не учитывается, т.к. для ядра потока ее роль в переносе очень мала.

С коэффициентом перемешивания $D_{\text{эф}}$ в одномерном приближении записывается диффузионная модель структуры потока

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u_{\text{ср}} \frac{\partial C}{\partial z} = D_{\text{эф}} \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}, \quad (2)$$

где C – концентрация компонента; t – время, с; $u_{\text{ср}}$ – средняя скорость среды в направлении z ; z – продольная координата, м.

Таким образом, введение $D_{\text{эф}}$ позволяет в интегральном виде приближенно учитывать все неоднородности в аппарате.

Для однофазного потока в цилиндрическом канале Тейлор получил

$$D_{\text{эф}} = kRu_*, \quad (3)$$

где R – радиус канала, м; u_* – динамическая скорость, м/с (скорость касательного напряжения); $k = 10,1$. Рассмотрим далее применение выражения (3) для различных условий движения одно- и двухфазных сред.

Однофазный поток в канале

Первоначально рассмотрим применение выражения (3) для канала с однофазной средой при турбулентном режиме.

Используя выражения для динамической скорости в трубе, запишем

$$D_3 = k u_{cp} R \sqrt{\xi/8}. \quad (4)$$

Отсюда число Пекле

$$Pe = \frac{u_{cp} d}{D_3} = \frac{2}{k \sqrt{\xi/8}}, \quad (5)$$

где d – диаметр канала, м; u_{cp} – средняя скорость среды м/с; ξ – коэффициент сопротивления.

Для сравнения используем выражение Дильмана В.В. по перемешиванию в газовой фазе неорошаемого канала

$$D_3 = 0,275 v_r Re^{0,67} / \xi \quad (6)$$

или

$$Pe = 3,64 Re^{0,33} \xi, \quad (7)$$

где $Re = u_{cp} d / \nu$ – число Рейнольдса; ν – коэффициент кинематической вязкости м²/с.

Например, при $Re = 10^4$ по формуле (7) ($\xi = 0,316 Re^{-0,25}$) имеем $Pe = 2,48$. При $Re = 10^5$, $Pe = 2,99$. Аналогичные значения ($\pm 10\%$) получаем по формуле (5) при $k = 13,2$, что несколько больше значений Тейлора.

С коэффициентом сопротивления по Блазиусу из (5) и (7) получаем, соответственно

$$Pe = 0,76 Re^{0,125}, \quad Pe = 1,15 Re^{0,083}. \quad (8)$$

При $Re = 5 \cdot 10^3$ до $5 \cdot 10^5$ расхождение значений Pe по формулам (8) составляет не более 12%, что говорит о справедливости подхода Тейлора.

Орошаемые каналы

Вероятно, что формулу (5) можно использовать для шероховатых каналов и каналов с орошаемых поверхностью (стекающей пленкой) с соответствующими коэффициентами ξ . Характер зависимости (5) показывает, что при увеличении гидравлического сопротивления (коэффициента ξ) число Pe уменьшается, что говорит о повышении интенсивности перемешивания – т.е. коэффициента $D_{3,эф}$.

Например, для канала с полным проявлением шероховатости (автомодельный режим) $\xi \approx 0,08$ и число $Pe = 1,52$, а для гладкого канала $Pe = 2,41$ ($Re = 10^4$).

Для круглого канала с орошаемой стенкой получено [7]

$$Pe_{ор} = 1,92 Re_{ор}^{0,05}, \quad (9)$$

где $Pe_{ор} = u_{cp} (d - 2\delta_{пл}) / D_{3,эф}$; $Re_{ор} = u_{cp} (d - 2\delta_{пл}) / \nu_r$; $\delta_{пл}$ – толщина пленки, м.

Из выражения (5) с $k = 13,2$ запишем

$$Pe_{ор} = 0,43 / \sqrt{\xi_{ор}}, \quad (10)$$

где $\xi_{ор} = f(Re_{ор})$ – коэффициент сопротивления орошаемого канала.

Например, при $Re = 5 \cdot 10^3$, $\xi_{ор} = 0,055$; при $Re = 5 \cdot 10^4$, $\xi_{ор} = 0,05$ (экспериментальные данные (рис. 3–1 [7]), ($Re_{ж} = 50 - 400$). По формуле (10) получаем при $Re_{ж} = 5 \cdot 10^3$, $Pe_{ор} = 1,83$; при $Re = 10^4$, $Pe_{ор} = 1,92$. По формуле (9) соответственно получаем: $Pe_{ор} = 2,93$ и $Pe_{ор} = 3,04$. Как видим, расхождение $\sim 50\%$ и формула (9) дает завышенное значение числа Пекле, по сравнению с формулой Тейлора (10). Такой же вывод сделан и в работе [7]. Однако формула (9) не проверена по экспериментальным данным для орошаемых трубок. Кроме этого, результаты расчетов по формуле (10) зависят от достоверности определения коэффициента $\xi_{ор}$.

Сравним с формулой Борисова [9]

$$\xi_{ор} = \frac{0,11 + 0,9 (u_{ж} \mu_{ж} / \sigma)^{0,67}}{Re_{ор}^{0,16}}, \quad (11)$$

где $u_{ж}$ – скорость жидкости в пленке, м/с; $\mu_{ж}$ – вязкость жидкости, Па·с; σ – поверхностное натяжение, Н/м.

При $Re_{ж} = 100$, толщина пленки: $\delta_{пл} = 0,9 (v_{ж}^2 / g)^{0,33} Re_{ж}^{0,333}$ и $\delta_{пл} = 2 \cdot 10^{-4}$, м; $Re_{ж} = 4q / \nu_{ж}$; Приведенный расход: $q = 2,5 \cdot 10^{-5}$ м³/(м·с); $u_{ж} = q / \delta_{пл} = 0,125$ м/с. Коэффициент (11) $\xi_{ор} = 0,031$ при $Re_{ор} = 5 \cdot 10^3$; и $\xi_{ор} = 0,028$, при $Re = 10^4$. С полученными значениями $\xi_{ор}$ по формуле (10) имеем при $Re = 5 \cdot 10^3$, $Pe_{ор} = 2,44$; при $Re = 10^4$, $Pe_{ор} = 2,56$.

Расхождение с формулой (9) стало меньше и составляет около 20%, что вполне приемлемо для двухфазных сред. При числе Рейнольдса пленки $Re_{ж} = 400$ число Пекле (10) снижается на 5%, т.е. коэффициент эффективного перемешивания увеличивается, но незначительно.

Для орошаемого канала прямоугольного сечения получено [7]

$$Pe_{ор} = 0,79 Re_{ор}^{0,11}. \quad (12)$$

Коэффициент сопротивления плоскопараллельного орошаемого канала

$$\xi_{ор} = \frac{0,344}{Re_{ор}^{0,25}}. \quad (13)$$

Из формулы (10) с коэффициентом (13) получим

$$Pe_{ор} = 0,74 Re_{ор}^{0,125}. \quad (14)$$

Даже без расчетов следует хорошее согласие выражений (12) и (14).

Таким образом, показана принципиальная возможность использования формулы (10) для орошаемых круглых и плоскопараллельных каналов при противоточном турбулентном движении газа. Полученные результаты имеют практическое применение при расчетах регулярных насадочных контактных устройств с использованием диффузионной модели (2).

Однофазный поток в хаотичной насадке

Рассмотрим турбулентное движение ($Re_3 > 50$) однофазного потока в хаотичном насадочном или зернистом слое. Представляя насадочный слой в виде совокупности эквивалентных каналов, запишем коэффициент перемешивания с использованием формулы (3)

$$D_{эф} = kd_3 u_* / 2, \quad (15)$$

где $Re_3 = u_{cp} d_3 / \nu$ – число Рейнольдса; d_3 – диаметр эквивалентной насадки, м; u_* – средняя динамическая скорость на поверхности элементов [5]

$$u_* = 1,8 \left(\frac{\xi u_{cp}^3 \nu}{2d_3} \right)^{1/4}, \quad (16)$$

где ξ – коэффициент гидравлического сопротивления насадки, $\xi = f(Re_3)$ [5, 9].

После идентификации с экспериментом [8] из выражения (15) с u_* (16) получено

$$D_{эф} = 2,56 u_* d_3 / 2 \quad (17)$$

или

$$D_{эф} = 1,92 \nu Re_3^{0,75} \xi^{0,25}. \quad (18)$$

Отсюда число Пекле [6]

$$Pe_{ор} = \frac{u_{cp} d_3}{D_{эф}} = 0,52 (Re_3 / \xi)^{0,25}. \quad (19)$$

Сравнение с экспериментальными данными [8] показано на рис. 1.

Пленочный режим в насадке

Можно предположить, что формулу (18) и полученную на ее основе (19), записанную в виде

$$Pe_{ор} = A (Re_3 / \xi_{ор})^{0,25}, \quad (20)$$

можно использовать для приближенных расчетов и для газовой фазы при пленочном течении жидкости в противотоке по поверхности насадочных элементов, при соответствующем определении коэффициента $\xi_{ор}$ орошаемой насадки и корректировании по опытным данным коэффициента пропорциональности A . При неизвестном значении A в первом приближении можно принять $A = 0,52$.

Коэффициент сопротивления орошаемой насадки при пленочном режиме находят из модифицированного выражения Дарси-Вейсбаха [9]

$$\xi_{ор} = \frac{\Delta P_{ор} d_3 2}{H \rho u_{cp}^2} = \frac{\Delta P_{сух} 10^{bU} d_3 2}{H \rho u_{cp}^2}, \quad (21)$$

где $\Delta P_{ор}$, $\Delta P_{сух}$ – перепады давлений для сухой и орошаемой насадки, Па; H – высота слоя насадки, м; b – эмпирический коэффициент; U – плотность орошения, м/ч ($m^3/(m^2 \text{ ч})$).

Например, коэффициенты для колец Рашига 25 мм внавал: $b = 51 \cdot 10^{-3}$; 50 мм: $b = 47 \cdot 10^{-3}$. Колец Палля 50 мм: $b = 35 \cdot 10^{-3}$.

Из выражения (21) следует $\xi_{ор} = \xi \cdot 10^{bU}$.

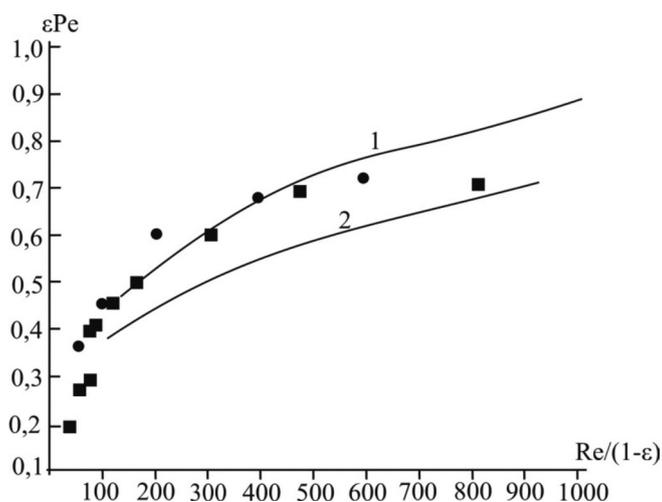


Рис. 1. Зависимость модифицированного числа Pe от числа Re : 1 – расчет по выражению (19) для седлообразных насадок Берля; 2 – расчет по выражению (19) для колец Рашига;

● – экспериментальные данные Вермюлена для седлообразных насадок Берля;

■ – экспериментальные данные Вермюлена для колец Рашига

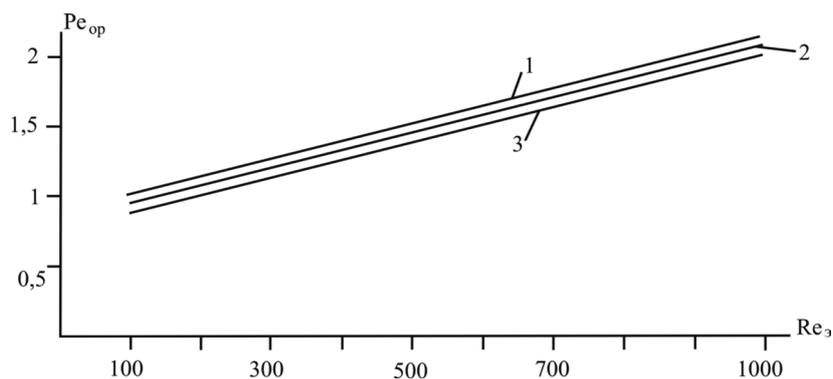


Рис. 2. Зависимость числа Пекле орошаемой насадки в газовой фазе от числа Рейнольдса. 1 – сухая насадка; 2 – $U = 20$ м/с; 3 – $U = 50$ м/с, $d_s = 0,017$, м

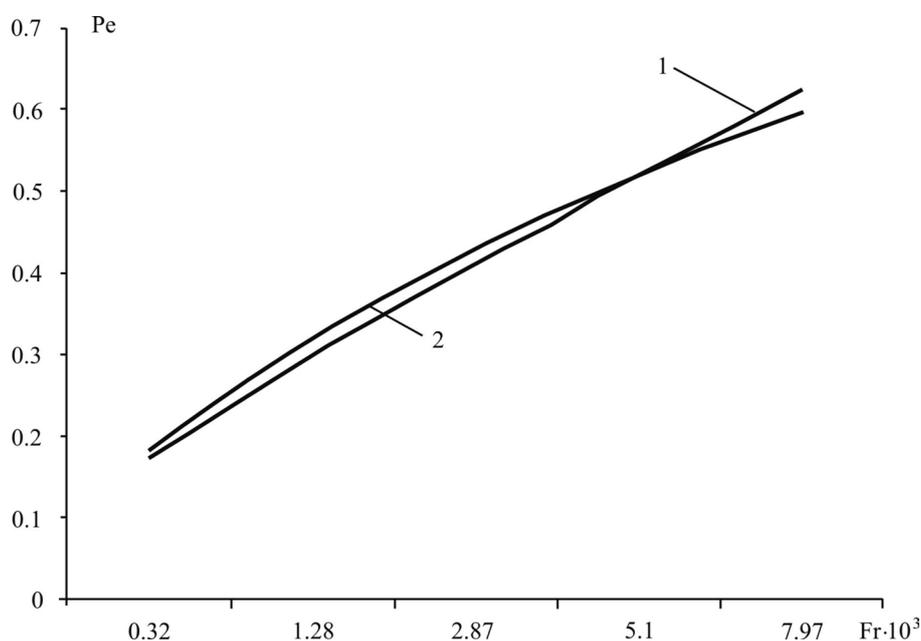


Рис. 3. Сравнение результатов расчетов числа Pe от числа Фруда при $w_z = 0,05-0,25$ м/с и $D_k = 0,8$ м: 1 – по формуле (24); 2 – по эмпирическому выражению Kato Y., Nishiwaki A.

На рис. 2 в качестве примера показаны результаты расчетов числа Pe_{op} (20) для колец Рашига при различных плотностях орошения ($\xi = 16Re_g^{-0,2}$).

Из рис. 2 следует, что при повышении плотности орошения перемешивание увеличивается, но не очень значительно. Для регулярных насадок при идентичных режимных параметрах и эквивалентном диаметре насадки число Пекле получается в три и более раз выше, чем для хаотичных, что указывает на значительное снижение перемешивания в регулярных структурах.

Барботажные аппараты

Рассмотрим применения выражения (3) для расчета барботажных аппаратов с высоким слоем жидкости.

С точки зрения продольного перемешивания, т.е. по высоте слоя в ядре жидкой

фазы, пустотелые барботажные колонны близки к аппаратам идеального смешения. Но при малых скоростях газа основную роль в продольном перемешивании играют турбулентные пульсации, обусловленные деформацией газовых пузырей и турбулентностью в следах за пузырями [1, 10].

В выражении (3) предполагается, что перемешивание в основном вызвано за счет турбулентных пульсаций и $D_{эф}$ зависит от масштаба аппарата в первой степени, что не всегда соответствует действительности.

Выражение для расчета динамической скорости в жидкой фазе получено в виде [10]

$$u_{*ж} = 2,2 \left[v_{жg} w_r (1 - \varphi_r) \right]^{0,25}, \quad (22)$$

где φ_r – среднее объемное газосодержание; w_r – скорость газа на полное сечение аппа-

рата, м/с; $\nu_{ж}$ – коэффициент кинематической вязкости жидкой фазы, м²/с.

Газосодержание вычисляется по известным эмпирическим выражениям.

Из (3) и (22) запишем число Пекле для перемешивания

$$Pe = \frac{w_r D_k}{D_{эф}} = \frac{2 w_r}{k u_{*ж}} = \frac{w_r^{0,75}}{1,1 k (\nu_{ж} g)^{0,25} (1-\varphi)^{0,5}}, \quad (23)$$

где D_k – диаметр колонны, м.

После идентификации с экспериментальными данными [10] с учетом масштабного перехода получено [4]

$$Pe = 0,45 \frac{w_r}{u_{*ж}} \left(\frac{D_{МАК}}{D_k} \right)^{0,4}, \quad (24)$$

$D_{МАК} = 0,1$ м – диаметр макета аппарата, м ($0,1 \leq D_k \leq 1,0$ м).

На рис. 3 приведены сравнения результатов расчета по формуле (24) с расчетом по эмпирическому выражению [9]. Установлено удовлетворительное согласование.

Как следует из представленных результатов [4], выражение (24) дает удовлетворительное согласование с экспериментальными данными различных авторов, обобщенных в работах [9, 10].

Выводы

При проектировании или модернизации аппаратов химической технологии важное значение имеет достоверный расчет профиля концентраций компонентов. Для таких расчетов широко используются диффузионная модель и численные методы. В статье показана возможность определения основного параметра данной модели: коэффициента эффективного перемешивания с помощью уравнения Тейлора. Проведен ряд примеров для контактных устройств различных конструкций и сравнение по коэффициентам перемешивания с известными экспериментальными данными и эмпирическими выражениями. Данной подход позволяет сократить число экспериментальных исследований при разработке новых конструкций аппаратов.

Статья выполнена в рамках проектной части государственного задания в сфере научной деятельности. Задание № 13.405.2014/К.

Список литературы

1. Алексеев Д.В., Николаев Н.А., Лаптев А.Г. Комплексная очистка стоков промышленных предприятий методом струйной флотации. – Казань: КГТУ. – 2005. – 156 с.
2. Гельперин Н.И., Пибалк В.Л., Кастанян А.Е. Структура потоков и эффективность колонных аппаратов химической промышленности. – М.: Химия, 1977. – 264 с.
3. Комиссаров Ю.А., Гордеев Л.С., Вент Д.П. Процессы и аппарата химической технологии. Учебное пособие

для вузов. Под редакцией Ю.А. Комиссарова. – М.: Химия, 2011. – 1230 с.

4. Лаптев А.Г., Лаптева Е.А. Модели и расчет коэффициентов турбулентной вязкости и перемешивания в жидкой фазе барботажного слоя // Вода химия и экология. – 2014. – № 11. – С. 42–47.

5. Лаптев А.Г., Фарахов М.И. Разделение гетерогенных систем в насадочных аппаратах. – Казань: Казан. гос. энерг. ун-т, 2006. – 342 с.

6. Лаптев А.Г., Фарахов Т.М., Дударовская О.Г. Модели турбулентной вязкости и перемешивания в каналах и насадочных проточных смесителях // Журнал прикладной химии. – 2013. – Т. 86, № 7. – С. 1112–1121.

7. Олевский В.М. Пленочная тепло- и массообменная аппаратура. – М.: Химия, 1988. – 240 с.

8. Последние достижения в области жидкостной экстракции. Под ред. К. Хансона. Пер. с англ. – М., «Химия», 1974. – 448 с.

9. Рамм В.М. Абсорбция газов. Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: «Химия», 1976. – 655 с.

10. Соколов В.Н., Доманский И.В. Газожидкостные реакторы. – Л.: Машиностроение, 1976. – 216 с.

References

1. Alekseev D.V., Nikolaev N.A., Laptev A.G. *Kompleksnaya ochistka stokov promyshlennykh predpriyatiy metodom struinoi flotatsii* [Integrated industrial wastewater treatment by blast flotation]. Kazan: KGTU. 2005. 156 p.
2. Gelperin N.I., Pebalk V.L., Kastanyan A.E. *Struktura potokov i effektivnost kolonnykh apparatov khimicheskoy promyshlennosti* [The flow's structure and efficiency of chemical industry columns]. M.: Chemistry, 1977. 264 p.
3. Comissarov Yu.A., Gordeev L.S., Vent D.P. *Protsessy i apparaty khimicheskoy tekhnologii* [Processes and apparatus of chemical technology]. Edited by Yu.A. Komissarov. M.: Chemistry, 2011. 1230 p.
4. Laptev A.G., Lapteva E.A. *Voda: khimiya i ekologiya*. 2014. no. 11. pp. 42–47.
5. Laptev A.G., Farakhov M.I. *Razdelenie geterogennykh sistem v nasadochnykh apparatakh* [Separation of heterogeneous systems in packed vehicles]. Kazan: Kazan state energy. University Press, 2006. 342 p.
6. Laptev A.G., Farakhov T.M., Dudarovskaya O.G. *Zhurnal prikladnoy khimii*. 2013. T. 86. no. 7. pp. 1112–1121.
7. Olevskiy V.M. *Plenochnaya teplo- i massoobmennaya apparatura* [Film Heat and Mass transfer equipment]. M.: Chemistry, 1988. 240 p.
8. *Poslednie dostizheniya v oblasti zhidkostnoy ekstraksii* [Recent advances in liquid-liquid extraction]. Edited by K. Hanson. Trans. from English. M., «Chemistry», 1974. 448 p.
9. Ramm V.M. *Absopbtisiya gasov* [Absorption of gases]. M.: «Chemistry», 1976. 655 p.
10. Sokolov V.N., Domanski I.V. *Gazozhidkostnyye reaktory* [Gas-liquid reactors]. L.: Engineering, 1976. 216 p.

Рецензенты:

Мингалеева Г.Р., д.т.н., заведующая лабораторией моделирования систем производства энергии Казанского научного центра РАН, г. Казань;

Мутрисков А.Я., д.т.н., профессор кафедры «Энергообеспечение предприятий и энергоресурсосберегающих технологий», ФГБОУ ВПО «Казанский государственный энергетический университет», г. Казань.

Работа поступила в редакцию 01.04.2015.