

УДК 004.942

## МОДЕЛИРОВАНИЕ МИГРАЦИИ НОРМИРОВАННОГО МАКСИМУМА ФОТОННОЙ ПЛОТНОСТИ В СИЛЬНО РАССЕИВАЮЩИХ СРЕДАХ СО СЛОЖНОЙ СТРУКТУРОЙ

Потлов А.Ю., Галев К.И.С., Фролов С.В., Прокурин С.Г.

ФГБОУ ВПО «Тамбовский государственный технический университет»,  
Тамбов, e-mail: zerner@yandex.ru

Описаны геометрическая модель сильно рассеивающей среды с оптическими свойствами биологической ткани и диффузионная модель движения нормированного максимума фотонной плотности (НМФП). Геометрическая модель рецепторного типа формируется на основе анализа результатов КТ (компьютерная томография) или МРТ (магнитно-резонансная томография) исследования соответствующего биологического объекта. При этом для выделения структур исследуемого объекта проводится изогелия (постеризация) всех томограмм с последующей автоматизированной идентификацией каждой структуры и присвоением ей табличных оптических свойств (в первую очередь коэффициентов поглощения и рассеяния). Математическая модель распространения импульсного излучения в исследуемом объекте базируется на диффузионном приближении к уравнению переноса излучения. НМФП вычисляется на основе операций нормирования и порогового ограничения пространственных распределений фотонной плотности, полученных при помощи компьютерного моделирования.

**Ключевые слова:** сильно рассеивающие среды, уравнение переноса излучения (УПИ), маммография, геометрическая модель рецепторного типа, нормированный максимум фотонной плотности (НМФП)

## MODELING OF PHOTON DENSITY NORMALIZED MAXIMUM MIGRATION IN TURBID MEDIA WITH A COMPLEX STRUCTURE

Potlov A.Y., Galeb K.I.S., Frolov S.V., Proskurin S.G.

Tambov State Technical University, Tambov, e-mail: zerner@yandex.ru

Geometrical model of a turbid media with tissue-like optical properties and the diffusion model of photon density normalized maximum (PDNM) movement are described. The geometrical model of the receptor type is based on the analysis of X-ray CT or MRI results for the corresponding biological object. Posterization of all tomograms are performed for detection of the structures of the biological object. Then automated identification of each structure in the object with corresponding optical properties (absorption and scattering coefficients) destination are performed. A mathematical model of time-resolved photon migration in investigated object is based on the theory of diffusion approximation to the radiative transfer equation. Spatial distributions of the photon density after normalization and thresholding for the PDNM were performed using computer simulation.

**Keywords:** turbid media, radiative transfer equation (RTE), photon density, mammography, geometrical model of the receptor type, photon density normalized maximum (PDNM)

Основным инструментом описания процесса распространения оптического излучения через сильно рассеивающие среды (СРС), такие как биологические ткани, является уравнение переноса излучения (УПИ). Оно представляет собой интегро-дифференциальное уравнение баланса энергии в среде, содержащей частицы [7]. Главная проблема заключается в том, что УПИ в общем виде не имеет аналитического решения, так как рассеяние фотонов является случайным. По этой причине для описания распространения оптического излучения в СРС с коэффициентами поглощения и рассеяния в ближнем инфракрасном диапазоне как у биологических тканей используются различные приближённые модели [1–4]. Чаще всего используются многопоточные модели (метод Кубелки – Мунка), моделирование методом статистических испытаний (Монте-Карло) и диффузионное приближение к УПИ.

Главным допущением метода Кубелки – Мунка является то, что лучевая интенсивность считается диффузной. Внутри ткани (при одномерной геометрии) поток фотонов разделяется на два: в направлении падающего излучения и в обратном направлении (рассеяние назад). Лучевая интенсивность в каждом направлении испытывает два акта снижения (из-за поглощения и рассеяния) и один акт усиления (из-за рассеяния фотонов с противоположного направления). Основным недостатком метода является адекватность только в случаях, когда рассеяние многократно превышает поглощение [2, 10].

Главным допущением метода Монте-Карло является то, что макроскопические оптические свойства считаются одинаковыми в пределах небольших объёмов ткани. Метод заключается в статистическом моделировании случайного движения большого числа фотонов внутри биологической ткани с учетом актов поглощения и рассеяния на

всем оптическом пути каждого из них [10]. Для метода характерна высокая точность и универсальность, но он очень требователен к вычислительной мощности.

Главным допущением диффузионного приближения является то, что ключевым фактором ослабления света признаётся процесс рассеяния (диффузии фотонов). УПИ упрощается посредством разложения в ряд сферических гармоник. Результатом упрощения является система связанных дифференциальных уравнений в частных производных, которая может быть сведена к одному дифференциальному уравнению. Основным достоинством диффузионного приближения является то, что оно хорошо описывает распространение излучения в толще биологической ткани, а недостатком – то, что оно справедливо не во всех случаях, а лишь при больших альбедах и небольших значениях фактора анизотропии рассеяния [8].

**Целью данной работы** является усовершенствование модели диффузионной миграции фотонов в случайно-неоднородных СРС до уровня, позволяющего моделировать миграцию нормированного максимума фотонной плотности (НМФП) в СРС с оптическими свойствами и структурой биологических тканей.

**Материалы и методы исследования**

Для численного моделирования оптических свойств биологических тканей разработана универсальная компьютерная модель рецепторного типа. В ней биологические ткани (с геометрической точки зрения) представлены как трехмерные конечные объекты заданной формы, получаемые путем аппроксимации исследуемого биомедицинского объекта конечно-разностной схемой. В качестве источника информации о строении конкретного биомедицинского объекта используются результаты его КТ или МРТ исследования. Для выделения структур биообъекта посредством уменьшения уровней квантовая исходных изображений проводится изогелия (постеризация) всех томограмм. В результате этой операции общее количество полутонов на томограммах сокращается до необходимого пользователю уровня (как правило, до нескольких десятков). Оставшиеся после изогелии полутона кодируются и ставятся в соответствие характерным для исследуемой биологической ткани структурам. Вручную указывается позиция источника излучения. Каждой структуре присваиваются табличные значения коэффициентов поглощения и рассеяния. Таким образом, на основе результатов КТ или МРТ исследования формируется геометрическая модель исследуемого объекта и пространственные распределения коэффициентов поглощения и рассеяния в нём.

Для моделирования миграции фотонов в исследуемом объекте используется диффузионное приближение к УПИ следующего вида [2, 6]:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \varphi(x, y, z, t)}{\partial t} - D(x, y, z) \nabla^2 \varphi(x, y, z, t) + \mu_a(x, y, z) \varphi(x, y, z, t) = S(x, y, z, t), \quad \forall x, y, z \in \Omega, \quad (1)$$

где  $c = \frac{c_0}{v_{object}}$  – скорость света в среде;  $c_0$  – скорость света в вакууме;  $v_{object}$  – относительный коэффициент преломления моделируемого объекта ( $\Omega$ ) и его границы ( $\partial\Omega$ );  $x, y, z$  – координаты всех точек конечной моделируемой области;

$D(x, y, z) = \left\{ 3 \left[ \mu_a(x, y, z) + (1 - g(x, y, z)) \mu_s(x, y, z) \right] \right\}^{-1}$

и  $\mu_a(x, y, z)$  – коэффициент диффузии и коэффициент поглощения в точках с координатами  $x, y, z$ ;  $\mu_s(x, y, z)$  – коэффициент рассеяния в точках с координатами  $x, y, z$ ;  $g$  – параметр анизотропии;  $\varphi(x, y, z, t)$  – фотонная плотность в точке с координатами  $x, y, z$  в момент времени  $t$ ;  $S(x, y, z, t) = \delta(x, y, z - x_0, y_0, z_0) \delta(t - t_0)$  – функция источника фотонов;  $\delta$  – дельта-функция,

$z_0 = \frac{1}{\mu'_s}$  – средняя длина рассеяния, т.е. глубина на которой возникает точечный виртуальный изотропный источник.

Для описания распространения фотонов на границе [8] моделируемого объекта  $\Omega$  используется граничное условие третьего типа (Робина):

$$\varphi(x, y, z, t) + 2D(x, y, z)F \frac{\partial \varphi(x, y, z, t)}{\partial n(x, y, z)} = 0, \quad \forall x, y, z \in \partial\Omega, \quad x, y, z \neq q, \quad (2)$$

где  $n(x, y, z)$  – направление внешней нормали к границе  $\partial\Omega$  в точке с координатами  $x, y, z$ .  $F$  – коэффициент френелевского отражения [2], вычисляемый как

$$F = \frac{2}{1 - R_0} - 1 + \frac{|\cos(Q_c)|^3}{1 - |\cos(Q_c)|^2},$$

где  $R_0$  и  $Q_c$  – коэффициенты, соответственно равные

$$R_0 = \frac{\left( \frac{v_{object}}{v_{medium}} - 1 \right)^2}{\left( \frac{v_{object}}{v_{medium}} + 1 \right)^2} \quad \text{и} \quad Q_c = \arcsin \left( \frac{v_{medium}}{v_{object}} \right),$$

где  $v_{medium}$  – относительный коэффициент преломления для окружающей объект среды.

Численное решение уравнения (1) с граничным условием (2) было выполнено по семиточечному шаблону. Начальное приближение функции  $\varphi(x, y, z, t)$  во всех узлах сетки генерируется с учетом геометрии объекта, позиции источника фотонов и количества инжектируемых в исследуемый объект в течение одиночного импульса фотонов. Количество фотонов рассчитывается на основе средней мощности используемого фемтосекундного импульсного лазера, а также его длины волны и длительности одиночного импульса. Критерием окончания итерационного процесса служит истечение заданного времени.

После завершения итерационного процесса для получения НМФП функция  $\varphi(x, y, z, t)$  нормируется [9] относительно своего максимума  $\varphi_{max}(x, y, z, t)$ :

$$\varphi_{norm}(x, y, z, t) = \frac{\varphi(x, y, z, t)}{\varphi_{max}(x, y, z, t)},$$

и подвергается следующему преобразованию [9]:

$$\varphi_{nmfd}(x, y, z, t) = \begin{cases} 1, & \varphi_{norm}(x, y, z, t) \geq P, \\ \varphi_{norm}(x, y, z, t), & \text{иначе,} \end{cases}$$

где  $P$  – экспериментально найденный минимальный уровень фотонной плотности НМФП,  $0 < P \leq 1$ .

### Результаты исследования и их обсуждение

Вышеописанные модели были практически реализованы в виде специализированных программных продуктов с помощью среды разработки и платформы для выполнения полученных программ LabVIEW.

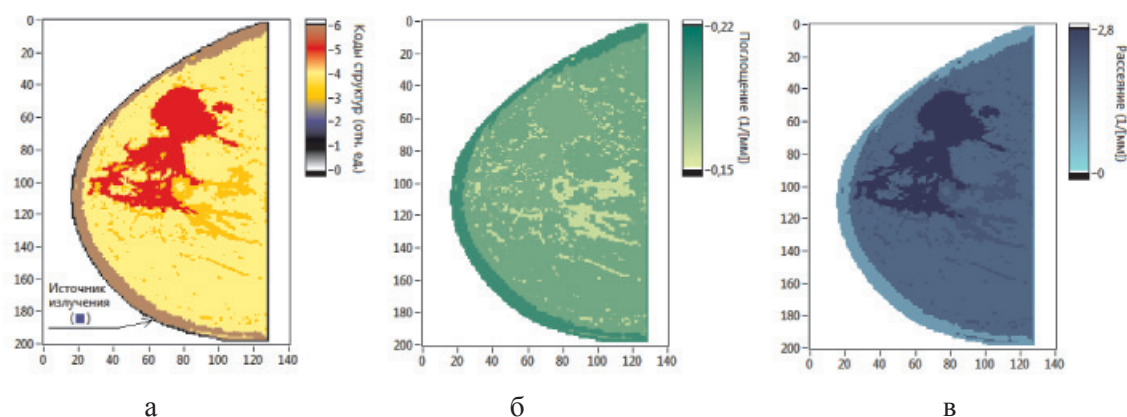


Рис. 1. Геометрическая модель (а) и пространственные распределения коэффициентов поглощения (б) и рассеяния (в) для среза маммографического объекта

В качестве биологического объекта для проведения компьютерных экспериментов был выбран маммографический объект [5]. В результате анализа томограмм у исследуемого биообъекта были выделены следующие основные структуры: кожные покровы, жировая ткань, карцинома протока, фиброзно-кистозная и железистая ткани. По этим структурам на основе справочной информации [10] были сформированы геометрическая модель исследуемого объекта (рис. 1, а) и пространственные распределения коэффициентов поглощения (рис. 1, б) и рассеяния (рис. 1, в) в нём.

В результате компьютерного моделирования (для  $P = 0,997$ ), проведённого с помощью диффузионной модели миграции фотонов в биологических тканях, было установлено, что все выявленные ранее закономерности миграции НМФП в СРС с цилиндрической геометрией [7, 9] справедливы и для СРС со сложной структурой, с той лишь разницей, что в этом случае их следует использовать в комплексе.

НМФП движется не в центр маммографического объекта и не в центр поглощения или рассеяния этого объекта. НМФП всегда

стремится к равновесному положению (по аналогии с центром тяжести) с учетом коэффициентов поглощения и рассеивания всех структур исследуемого объекта (рис. 2). При этом каждая рассеивающая структура смещает НМФП в направлении своего геометрического центра, а каждая поглощающая структура отталкивает НМФП от своего геометрического центра. Чем больше площадь рассеивающей или поглощающей структуры и чем сильнее оптические свойства этой структуры отличаются от усреднённых оптических свойств исследуемого объекта, тем большее влияние на характер движения НМФП она оказывает.

Таким образом, ключевое влияние на движение НМФП в конкретном маммографическом объекте оказывают железистая ткань, как самая крупная по площади и в то же время наиболее поглощающая структура, и карцинома протока как крупная по площади и в то же время наиболее рассеивающая структура.

### Заключение и выводы

Предложен метод построения геометрической модели рецепторного типа для СРС с оптическими свойствами биологической ткани, основанный на изогелии результатов КТ или МРТ исследования с последующей автоматизированной идентификацией каждой структуры и присвоением ей известных оптических свойств. Описана модель миграции НМФП в СРС, базирующаяся на диффузионном приближении к УПИ с граничными условиями Робина и отличающаяся нормировкой и пороговым ограничением полученных пространственных распределений фотонной плотности. На примере маммографического объекта с карциномой молочного протока смоделирована миграция

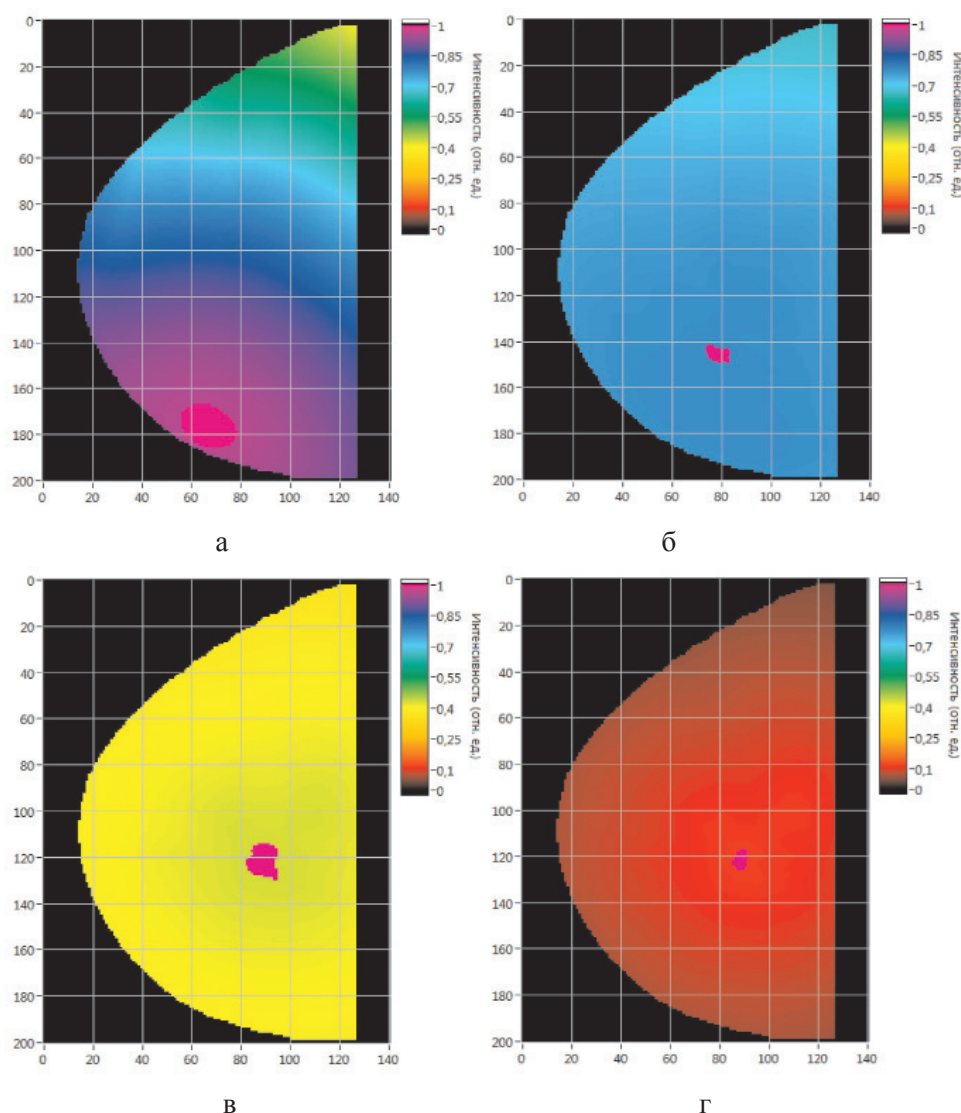


Рис. 2. Распределение фотонной плотности в срезе моделируемого маммографического объекта в следующие моменты времени после инъектирования фотонов:  
 а – 0,8 нс; б – 1,6 нс; в – 2,4 нс; г – 3,2 нс

НМФП в СРС с оптическими свойствами и структурой биологической ткани. Установлено, что все закономерности миграции НМФП в СРС с цилиндрической геометрией [7, 9] справедливы и для СРС со сложной структурой, с той лишь разницей, что в этом случае их следует использовать в комплексе. НМФП всегда стремится к равновесному положению (по аналогии с центром тяжести) с учетом коэффициентов поглощения и рассеивания всех структур исследуемого объекта.

#### Список литературы

1. Проскурин С.Г., Фролов С.В., Потлов А.Ю., Ошурков В.Ю. Детектирование поглощающей неоднородности в диффузионной оптической томографии // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2012. – Т. 18. – № 1. – С. 212–215.

2. Arridge, S.R., Cope, M., Delpy, D.T. Theoretical basis for the determination of optical pathlengths in tissue : temporal and frequency analysis // *Physics in Medicine and Biology*. – 1992. – Vol. 37. – Is. 7. – P. 1532–1560.

3. Dehghani H., Srinivasan S., Pogue B., Gibson A. Numerical modelling and image reconstruction in diffuse optical tomography // *Philosophical Transactions of the Royal Society A*. – 2009. – Vol. 367. – P. 3073–3093.

4. Konovalov, A.B., Vlasov, V.V., Kalintsev, A.G., Kravtse-nyuk, O.V., Lyubimov, V.V. Time-domain diffuse optical tomography using analytic statistical characteristics of photon trajectories // *Quantum Electronics*. – 2006. – Vol. 36. – Is. 11. – P. 1048–1055.

5. MedScape [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.medscape.com/>. (дата обращения: 01.11.15).

6. Potlov A.Yu., Frolov S.V., Proskurin S.G. Inhomogeneity Detection in Diffuse Optical Imaging using Conformal Mapping // *Proceedings of SPIE*. – 2015. – Vol. 9448. – P. 944805.1–8.

7. Potlov A.Yu., Frolov S.V., Proskurin S.G. Movement of the photon density normalized maximum in homogeneous and inhomogeneous media with tissue-like optical properties // *Laser Physics*. – 2015. – Vol. 25. – № 3. – P. 035601.



8. Potlov A.Yu., Proskurin S.G., Frolov S.V. Three-dimensional representation of late arriving photons for the detection of inhomogeneous in diffuse optical tomography // *Quantum Electronics*. – 2014. – Vol. 44. – Is. 2. – P. 174–181.

9. Proskurin S.G., Potlov A.Yu., Frolov S.V. Specific features of diffuse photon migration in highly scattering media with optical properties of biological tissues // *Quantum Electronics*. – 2015. – Vol. 45. – Is. 6. – P. 540–546.

10. Zimnyakov D.A., Tuchin V.V. Optical tomography of tissues // *Quantum Electronics*. – 2002. – Vol. 32. – Is. 10. – P. 849–867.

### References

1. Proskurin S.G., Frolov S.V., Potlov A.Yu. *Detektirovanie pogloschayushej neodnorodnosti v diffuzionnoj opticheskoj tomografii* (Detection of absorbing heterogeneity in diffuse optical tomography), *Transactions TSTU*, 2012, Vol. 18, no. 1, pp. 212–215.

2. Arridge, S.R., Cope, M., Delpy, D.T. Theoretical basis for the determination of optical pathlengths in tissue: temporal and frequency analysis, *Physics in Medicine and Biology*, 1992, Vol. 37, Is. 7, pp. 1532–1560.

3. Dehghani H., Srinivasan S., Pogue B., Gibson A. Numerical modelling and image reconstruction in diffuse optical tomography, *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 2009, Vol. 367, pp. 3073–3093.

4. Konovalov, A.B., Vlasov, V.V., Kalintsev, A.G., Kravtsenyuk, O.V., Lyubimov, V.V. Time-domain diffuse optical tomography using analytic statistical characteristics of photon trajectories, *Quantum Electronics*, 2006, Vol. 36, Is. 11, pp. 1048–1055.

5. *MedScape* (2015), Available at: <http://www.medscape.com/>. (accessed 1 November 2015).

6. Potlov A.Yu., Frolov S.V., Proskurin S.G. Inhomogeneity Detection in Diffuse Optical Imaging using Conformal Mapping, *Proceedings of SPIE*, 2015, Vol. 9448, pp. 944805.1–8.

7. Potlov A.Yu., Frolov S.V., Proskurin S.G. Movement of the photon density normalized maximum in homogeneous and inhomogeneous media with tissue-like optical properties, *Laser Physics*, 2015, Vol. 25, no. 3, pp. 035601.

8. Potlov A.Yu., Proskurin S.G., Frolov S.V. Three-dimensional representation of late arriving photons for the detection of inhomogeneous in diffuse optical tomography, *Quantum Electronics*, 2014, Vol. 44, Is. 2, pp. 174–181.

9. Proskurin S.G., Potlov A.Yu., Frolov S.V. Specific features of diffuse photon migration in highly scattering media with optical properties of biological tissues, *Quantum Electronics*, 2015, Vol. 45, Is. 6, pp. 540–546.

10. Zimnyakov D.A., Tuchin V.V. Optical tomography of tissues, *Quantum Electron*, 2002, Vol. 32, Is.10, pp. 849–867.